# 前　言

QIAN YAN

真正上好一节课的前提，就是要有一个让人赏心悦目的好教案。

当今素质教育下的考试改革和教材改革带动了课堂教学改革，课堂教学改革的关键是教案的革命。过去的教师一言堂怎样变成今天的师生互动大课堂？过去的以知识为主怎样转换成今天的能力立意？过去的只强调学科观念怎样转变为今天的综合素质培养？过去的上课一幅挂图怎样换成今天的多媒体，这些都是课堂教学改革面临的重要课题。有的教师牺牲节假日苦熬也不得要领，有的教师挑灯夜战也不得其法。为了帮助广大教师更好地把握新教材，推广优质教研成果，我们特意组织了一批富有新教材教学经验的教育专家、教研人员和一线优秀教师，依据教学大纲要求编写了《高中新教材优秀教案》一书。

本书在编写过程中，力求做到以下几点：

1. 渗透先进的教育思想，充分利用现代化教学手段，提高课堂教学效果。整个教案体现教师主导作用和学生主体地位兼顾，立足以学生发展为中心，注重学生学习能力及思维方式的培养。

2. 教材分析辩证精辟，对教材内容的取舍精当，力求突出重点，突破难点。

3. 参照新大纲要求，结合新教材特点，科学合理地分配课时。

4. 科学组织课堂教学，优化45分钟全程，充分体现教学进程的导入、推进、高潮、结束几个阶段。注重活动课的设计，体现课堂内师生间、学生间灵活互动。

5. 板书设计明晰、准确，并力求网络化以起到在教学过程中画龙点睛的作用。

6. 注重技能、技巧的传授，由课内到课外，由知识到能力，追求高水平的教学艺术。

7. 以教材内容的“节”或“课”为教学单位，分课时备课（每课时教案字数在4000～5000字之间）。

8. 展示了目前常用的各类先进教具的使用方法，提供了鲜活、详实的备课参考资料，体现了学科间交叉综合的思想。

依据教案撰写的规律和教学的实际需求，本书主要设置了如下栏目：

[教学目标]以教材内容的‘节’或‘课’为教学单位，简明扼要地概括，分条叙述。其内容按文道统一的思想，涉及德育与智育两大方面，让学生的学习做到有的放矢。

[教学重点]简明准确地分条叙述各课(节)中要求学生掌握的重点知识和技能。

[教学难点]选择学科知识中的难点问题，逐条叙述，以便学生理解和掌握。

[教学方法]具体地反映最新的教学思想和独到的授课技巧，突出实用性。

[教具准备]加强直观教学，启迪学生的形象思维。通过多媒体、CAI课件的使用，加深学生对课本知识的记忆和理解。

[备课资料]联系所授内容，汇集生活实际、社会热点、科技前沿等领域内与之相关的材料，形成资料性强的鲜明特点。并设计开放型问题供学生讨论，设置探究性课题供学生研究，或者科学设计能力训练题供学生课外练习。

本套丛书按学科分为语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治、地理、生物九册出版，具有较强的前瞻性、实用性和参考价值。

我们愿以执着的追求与奉献，同至尊的同行们一起共同点亮神圣的教坛烛光。

编　者

2003年1月

# 目录

MU LU





此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

# 第九章　直线、平面、简单几何体

## 一　空间直线和平面

### 教学时间

第一课时

### 课　　题

§9.1.1　平面(一)

### 教学目标

(一)教学知识点

1. 平面的概念、平面的表示法.

2. 平面的基本性质.

(二)能力训练要求

1. 了解平面的概念,掌握平面的表示法.

2. 掌握平面的基本性质及它们的作用.

3. 会用文字语言、图形语言、符号语言表示点、线、面的位置关系.

4. 能够画出水平放置的平面的直观图.

5. 培养学生的空间想象能力.

(三)德育渗透目标

通过本节内容的学习,使学生认识我们所处的世界是一个三维空间,由此培养学生的辩证唯物主义世界观.

### 教学重点

1. 平面的概念. "平面"是教材中只作描述说明,而不定义的最原始的基本概念,应让学生结合实例弄清平面的含义,认真体会平面与平面无大小之分,无厚薄之别,仅有位置上的不同.

2. 会正确画图表示两相交平面的位置关系.

3. 平面的基本性质,要注意它们的条件、结论、作用、图形语言及符号语言,并熟记它们,达到能得心应手运用它们的程度.

### 教学难点

平面基本性质的掌握与运用.

### 教学方法

师生共同讨论法

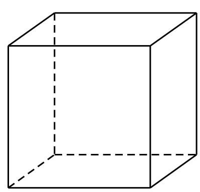
这是立体几何的第一节课,也可叫做立体几何的起始课. 要把这一学科的内容作一个大概的介绍,使学生一开始就对这门学科有一个初步的了解,为以后的学习打下思想基础. 同时,通过师生的共同讨论,使学生体会到这门学科并不难学,克服畏难情绪,引起学生兴趣.

### 教具准备

1. 正方体或长方体模型一个.

2. 投影片七张:

第一张:下图(记作§9.1.1 A)



第二张:本课时教案第2页图(记作§9.1.1 B)

第三张:本课时教案第3页图(记作§9.1.1 C)

第四张:课本 $P_5$ 图 9—4(记作§9.1.1 D)

第五张:课本 $P_6$ 图 9—5(记作§9.1.1 E)

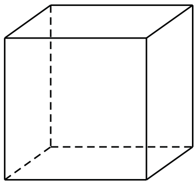
第六张:课本 $P_6$ 图 9—6(记作§9.1.1 F)

第七张:本课时教案后面的预习内容及提纲(记作§9.1.1 G)

## 教学过程

Ⅰ.课题导入

[师]同学们来看,(打出投影片 §9.1.1 A),这是什么图形?

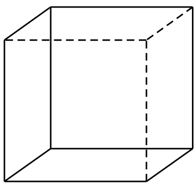


[生]长方体.

[师]我们看见了这个长方体的哪几个面?

[生]前面、上面和右面.

[师]好.再看这个图形(下图)



请注意我画的次序(先实线后虚线),同学们看,这是什么图形?

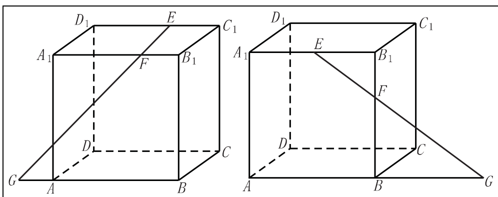
[生]长方体.

[师]对.也是长方体,那么看见的面是不是和刚才的图一样?

[生]不一样.看见的是前面、左面和下面.

[师]答得好.这两个图形的区别只是三条虚线不同,但看上去位置却大不一样了.

[师]请判断下面的两个图形是否正确?(打出投影片 §9.1.1 B)



(1) (2)

§9.1.1 B

图(1)中,点 $E$、$F$ 分别在 $C_1D_1$ 和 $A_1B_1$ 上,直线 $EF$ 交 $BA$ 的延长线于 $G$;图(2)中,点 $E$、$F$ 分别在 $A_1B_1$ 和 $B_1B$ 上,直线 $EF$ 交 $AB$ 的延长线于 $G$.

大家看看,是图(1)中的直线 $EF$ 交 $BA$ 的延长线于 $G$,还是图(2)中的直线 $EF$ 交 $AB$ 的延长线于 $G$?

(生面面相视)

[生甲]图(1)中的直线 $EF$ 与 $BA$ 的延长线不相交,图(2)中的直线 $EF$ 与 $AB$ 的延长线相交.

[师]为什么?

[生甲]图(2)中的 $EF$ 与 $AB$ 都在长方体的前面内,图(1)中的 $EF$ 在长方体的上面,$AB$ 在长方体的下面.

[师]生甲同学回答得很好(取出实物模型,演示给学生看),从这个模型上可以更清楚地看到图(1)中的直线 $EF$ 与 $BA$ 的延长线不相交.

(从模型到图形初步培养学生的空间想象能力).

[师]图(1)、图(2)表示的正方体是一种空间图形,空间图形是立体几何研究的对象.平面图形是空间图形的一部分.

立体几何是在平面几何的基础上进行研究的,研究的内容是:空间图形的画法、性质和计算;空间图形的大小、形状和位置关系,以及它们的应用.

初中的平面几何是很重视系统学习的,理论严谨、层次分明.到了高中,数学学习更加着重理性要求,立体几何也是如此,同样要用公理、定理、定义等等,把基本内容表达出来,从而体现立体几何的基本概念与方法.

空间图形中,最简单的图形就是点、线、面,其中点与线平面几何中已经研究过,因此在立体几何中先介绍平面.

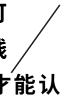
Ⅱ.新课讨论

[师]常见的桌面、黑板面、平静的水面,平整的地面等,都给我们以平面的印象.几何里所说的平面,就是从这样的一些物体中抽象出来的,但是,几何里的平面是向四周无限伸展的.

1.平面的画法及表示

[师]在平面几何中,怎样画直线?哪位同学来黑板上画出一条直线?

(一位学生上讲台在黑板上画出一条直线)



[师]这是一条直线吗?(学生茫然)这可以表示一条直线!实质上,我们画的只是直线的一部分,而要加以想象——两头无限伸展,才能认为这是一条直线,否则,只能表示一条直线段.

我们能否根据直线的画法、想出平面的画法来?

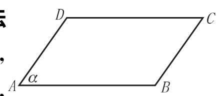
[生]画出平面的一部分,加以想象——四周无限扩展.

[师]谁来画一下.

(几位同学踊跃到黑板上画,画出来的有圆形、有三角形、有四边形、有多边形、有任意封闭图形)

[师]同学们画的可以表示平面吗?

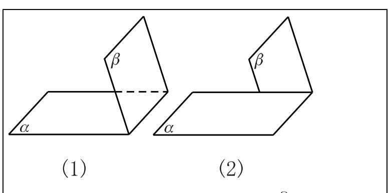
[生]只要加以想象——四周无限扩展,都可以表示平面.




[师]很好!从大家的画法中,可以看出,平面的一部分,不像直线的一部分是惟一的,大家所画的加以想象,都可以表示平面.当我们从适当的角度和距离观察桌面或黑板面时,感到它们都很像平行四边形,因此通常我们用画平行四边形来表示平面.当平面是水平放置的时候,通常把平行四边形的锐角画成 $45°$,横边画成邻边的 2 倍长(如图).

平面通常用一个希腊字母 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 等来表示如平面 $\alpha$、平面 $\beta$、平面 $\gamma$ 等,也可以用表示平行四边形的两个相对顶点的字母来表示,如平面 $AC$、平面 $BD$,今后一般用 $A$、$B$、$C$、…表示点,$a$、$b$、$c$、…表示线,$\alpha$、$\beta$、$\gamma$、…表示平面.

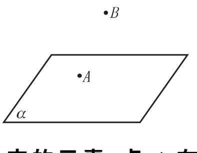
几个平面画在一起,当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画(打出投影片§9.1.1 C),这样看起来立体感强一些.




§9.1.1 C

图(1)表示平面 $\beta$ 在平面 $\alpha$ 的上面,用(2)表示平面 $\alpha$ 在平面 $\beta$ 的前面.

(再用课本 $P_4$ 图 9—2 作说明)




[师]平面内有无数个点.平面可以认为是由它内部的所有点组成的点集,其中每个点都是它的元素.点 $A$ 在面 $\alpha$ 内,记作 $A\in\alpha$,点 $B$ 在平面 $\alpha$ 外,记作 $B\notin\alpha$.这里的平面是集合,点是元素.

2.平面的基本性质

[师]平面几何中,直线的基本性质是什么?

[生]两点确定一条直线.

[师]好!照这样推想,平面的基本性质应该是几个点确定一个平面!(学生不知该怎样做答).正像平面的画法一样,平面的基本性质要比直线的基本性质复杂些.在生产与生活中,人们经过长期的观察与实践,总结出关于平面的三个基本性质,我们把它们当作公理,作为进一步推理的基础.所谓公理,就是大家公认的道理,就是不必证明而直接承认的真命题,它们是进一步推理的出发点和根据.

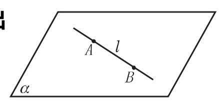
下面同学们打开课本 $P_5$,请阅读一下平面基本性质的三个公理.

(学生阅读,教师将三个公理板书于黑板上).

[师]从集合的角度看,公理 1 就是说,如果一条直线(点集)中有两个元素(点)属于一个平面(点集),那么这条直线就是这个平面的真子集.

直线是由无数个点组成的集合,点 $P$ 在直线 $l$ 上,记作 $P\in l$;点 $P$ 在直线 $l$ 外,记作 $P\notin l$;如果直线 $l$ 上所有的点都在平面 $\alpha$ 内,就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 内,或者说平面 $\alpha$ 经过直线 $l$,记作 $l\subset\alpha$,否则就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 外,记作 $l\not\subset\alpha$.

公理 1 的图形如图(打出投影片§9.1.1 D)




符号表示为:$\left.\begin{matrix}A\in l\\ B\in l\\ A\in\alpha\\ B\in\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow l\subset\alpha$

有一种等价的说法,即"直线 $l$ 上所有的点都在平面 $\alpha$ 内",可以说成"直线 $l$ 上任一点 $C$ 都在 $\alpha$ 内",于是符号表达又可以记作

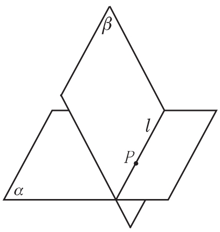
$\left.\begin{array}{l} l\subset\alpha \\ \text{任一点 } C\in l \end{array}\right\}\Rightarrow C\in\alpha$

这种换一种说法的符号表示在实际问题中经常用到.

公理 2 是说,两个不重合的平面,只要它们有公共点,这两个平面就是相交的位置关系,交集是一条直线.

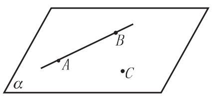
如果平面 $\alpha$ 和平面 $\beta$ 有一条公共直线 $l$,就说平面 $\alpha$ 和平面 $\beta$ 相交,交线是 $l$,记作 $\alpha\cap\beta=l$.

公理 2 的图形如图(打出投影片 §9.1.1 E)




符号表示为:$P\in\alpha\cap\beta\Rightarrow\begin{cases}\alpha\cap\beta=l\\ P\in l\end{cases}$

公理 3 的图形如图(打出投影片 §9.1.1 F)




符号表示为:$C\notin$ 直线 $AB$

$\Rightarrow$存在惟一的平面 $\alpha$,使得$\begin{cases}A\in\alpha\\ B\in\alpha\\ C\in\alpha\end{cases}$

注意:公理中“有且只有一个”的含义是:“有”,是说图形存在,“只有一个”,是说图形惟一,“有且只有一个平面”的意思是说“经过不在同一直线上的三个点的平面是有的,而且只有一个”,也即不共线的三点确定一个平面.

“有且只有一个平面”也可以说成“确定一个平面.”

各个公理的作用:

公理 1 的作用有二:一是可以用来判定一条直线是否在平面内,即要判定直线在平面内,只需确定直线上有两个点在平面内即可;二是可以用来判定点在平面内,即如果直线在平面内、点在直线上,则点在平面内.

公理 2 的作用也有二:一是判定两个平面相交,即如果两个平面有一个公共点,那么这两个平面相交;二是判定点在直线上,即点若是某两个平面的公共点,那么这点就在这两个平面的交线上.

公理 3 是确定平面的依据.

Ⅲ.课堂练习

课本 $P_2$ 练习 1,2,4.

Ⅳ.课时小结

通过本节课的学习,我们明确了立体几何研究的对象是空间图形;它是在平面几何的基础上研究的,主要研究空间图形的大小、形状和位置关系、画法、性质和计算及其应用.首先我们研究了平面的画法和基本性质,一般画平行四边形表示平面;平面的基本性质表示为三个公理,它们分别表示了点、线、面的最基本的关系.我们一定要掌握平面的基本性质,并且能熟练地用文字语言、图形语言、符号语言表示点、线、面及其关系.

Ⅴ.课后作业

(一)课本 $P_8$ 习题 9.1　1,2(1),3,4.

(二)1.预习 $P_6\sim P_7$ 三个推论及例题

2.预习提纲

(1)三个推论的文字语言、图形语言、符号语言各是怎样的.

(2)三个推论能否分别换一种表述方法?若能,试作表述.

(3)仿照推论 1 的证明方法,试证推论 2、推论 3.



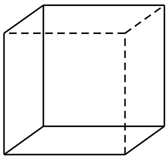
此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

## 板书设计

**第九章　直线、平面、简单几何体**

**一　空间直线和平面**

§9.1.1　**平面(一)**



**平面的概念**

1. **平面的画法及表示平面的画法**

**水平放置的平面的画法**

**平面的表示**

2. **平面的基本性质**

**公理** 1. **文字语言**

**图形语言**

**符号语言**

**公理** 2. **文字语言**

**图形语言**

**符号语言**

**公理** 3. **文字语言**

**图形语言**

**符号语言**

**各个公理的作用:**

**公理** 1 **的作用**①

②

**公理** 2 **的作用**①

②

**公理** 3 **的作用**

**小结**

## 备课资料

《**名师授课录**》

**思考与练习:**

1. **请填写下列表格**

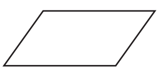
| 名称 | 直　　线 | 平　　面 |
|---|---|---|
| 特点 | ① | ② |
| 画法 | ③ | ④ |
| 表示法 | ⑤ | ⑥ |
| 虚线的意义 | | ⑦ |

**答案:**①**向两个方向无限伸长的**

②**向四周无限扩展的**

③

**或**

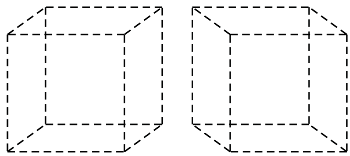

④

⑤**用直线上的两个点表示(用两个大写字母表示)或用一个小写字母表示**

⑥**用对角顶点的两个大写字母表示或用一个希腊字母表示**

⑦**表示被遮住的线条(看不见的线条)**

2. **请将下面两图中的部分虚线画成实线,使其成为从不同角度观察的正方体**



**答案:(略)**

3. **如何用符号语言表示下列文字语言?**

(1)**点** $P$ **在直线** $l$ **上**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(2)**点** $P$ **在直线** $l$ **外**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(3)**点** $P$ **在平面** $\alpha$ **内**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(4)**点** $Q$ **在平面** $\alpha$ **外**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(5)**直线** $l$ **在平面** $\alpha$ **内**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(6)**直线** $l$ **在平面** $\alpha$ **外**$\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(7)**平面** $\alpha$ **和** $\beta$ **相交,交线是** $l$ $\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

(8)**直线** $a$ **和** $b$ **相交于点** $P$ $\underset{\text{读作}}{\overset{\text{记作}}{\rightleftharpoons}}$________;

**答案:**(1)$P\in l$　(2)$P\notin l$　(3)$P\in\alpha$　(4)$Q\notin\alpha$

(5)$l\subset\alpha$　(6)$l\not\subset\alpha$　(7)$\alpha\cap\beta=l$　(8)$a\cap b=P$

4.(1)两个平面相交,交线是__________且所有公共点都在__________上,交线上的每一点都是两平面的__________.

(2)画两平面相交时必须画出它们的______.

答案:(1)两平面的公共直线　交线　公共点

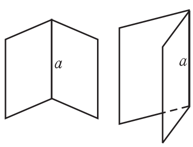
(2)交线

5.请填写下列表格

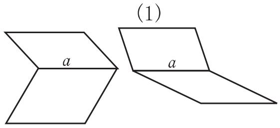
| 名称 | 公理 1 | 公理 2 | 公理 3 |
|---|---|---|---|
| 图形语言 | | | |
| 符号语言 | | | |
| 作用 | | | |

答案:略

6.观察图(1)和图(2),用模型说明它们的位置有什么不同,并用字母表示平面.



(1)



(2)

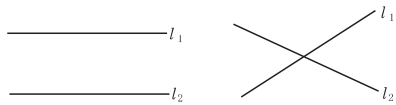
答案:略

7.两条直线划分平面有几种不同的划分方法?画图说明.

答案:有两种不同的划分方法.

当 $l_1 // l_2$ 时,两直线将平面划分成三部分;当 $l_1$ 与 $l_2$ 相交时,两直线将平面划分成四部分.

如图:



8.点 $P$ 在直线 $l$ 上,而直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 内,用符号表示为 ……………………………………（　　）

A. $P\subset l\subset\alpha$　　B. $P\in l\in\alpha$

C. $P\subset l\in\alpha$　　D. $P\in l\subset\alpha$

答案:D

9.下列几种说法中,正确的是…………（　　）

A.四边形一定是平面图形

B.空间三个点确定一个平面

C.桌面是一个平面

D.三角形一定是平面图形

答案:D

10.“已知 $\alpha\cap\beta=l$,若点 $P\in\alpha$ 且点 $P\in\beta$,则 $P\in l$.”用文字语言应叙述为____________________________________________________________________.

答案:已知平面 $\alpha$ 与平面 $\beta$ 相交于直线 $l$,如果点 $P$ 既在平面 $\alpha$ 内又在平面 $\beta$ 内,那么点 $P$ 在直线 $l$ 上

## 教学后记

## 教学时间

第二课时

## 课　　题

§9.1.2　平面(二)

## 教学目标

(一)教学知识点

1. 平面基本性质的公理3的三个推论.

2. 平面的基本性质及其推论的作用.

3. 推论的图形语言、符号语言.

4. 性质与推论的简单应用.

(二)能力训练要求

1. 掌握公理3的三个推论.

2. 会用图形语言、符号语言表示推论的文字语言.

3. 掌握平面的基本性质及其推论的作用.

4. 初步掌握推论与性质的简单应用.

(三)德育渗透目标

使学生通过空间想象能力的初步训练,加深对我们所处的三维空间的认识,培养学生的辩证唯物主义世界观.

## 教学重点

平面基本性质公理3的三个推论,在学习中要注意它们的条件、结论、作用、图形语言及符号语言,并掌握熟记它们.

## 教学难点

三个推论的证明及性质、推论的简单应用.

## 教学方法

指导学生自学法

上节课我们学习了平面的基本性质——三个公理,本节课所学的三个推论是在上节课公理的基础上推出的结论,教师给予必要的点拨指导,学生对推论的学习与掌握应该是没有问题的. 启发引导学生对推论的证明(也可根据学情让学生模仿证明),既可让学生尝试探索证明途径,培养学生的逻辑推理能力,又可突出学生的主体参与,使学生体会到参与的乐趣,学会自学的方法,增强自己获取知识的能力. 至于公理与推论的简单应用,教师则应在方法上予以必不可少的指导.

## 教学过程

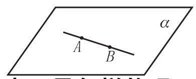
Ⅰ. 复习回顾

[师]上节课我们学习了平面的基本性质——三个公理,请同学们回忆一下,三个公理的具体内容是什么?

[生甲]如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

[师]好!用图形表示是怎样的呢?

[生乙](上讲台在黑板上作图)




[师]用符号表示是怎样的呢?

[生丙](板书于黑板上)

$$\left.\begin{array}{l}A\in l\\B\in l\\A\in\alpha\\B\in\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow l\subset\alpha$$

[师]很好!$l\subset\alpha$ 就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 内,也就是说直线 $l$ 上的所有的点都在平面 $\alpha$ 内,请同学们考虑一下,怎样的直线 $l$ 我们就说它在平面 $\alpha$ 外呢?

[生丁]不在平面 $\alpha$ 内的直线 $l$,我们就说它在平面 $\alpha$ 外.

[生戊]直线 $l$ 上没有两点在平面 $\alpha$ 内,我们就说它在平面 $\alpha$ 外.

[生己]直线 $l$ 上有一个点不在平面 $\alpha$ 内,我们就说它在平面 $\alpha$ 外.

[生庚]直线 $l$ 上最多有一个点在平面 $\alpha$ 内,我们就说它在平面 $\alpha$ 外.

[师]生丁、戊、己、庚谁谈得正确呢?

(学生考虑,然后回答:都正确.)

[师]刚才四位同学的回答都是正确的!那么同学们谁来谈一下,直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 外时,直线与平面的位置关系可能是怎样的?

[生辛]直线与平面只有一个公共点或直线与平面没有公共点.

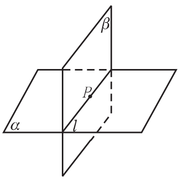
[师]好！直线与平面没有公共点或直线与平面只有一个公共点,都叫直线在平面外.

(这个讨论,为日后研究直线与平面的位置关系打下伏笔)

[师]再请一位同学来谈一下公理 2 的内容.

[生壬]如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

其图形语言是:

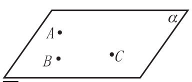



用符号表示是:$P\in\alpha\cap\beta\Rightarrow\alpha\cap\beta=l$ 且 $P\in l$

[师]很好！这个公理告诉我们,如果两个平面有一个公共点,那么它们相交于过这个公共点的一条直线.在画两个平面相交时,一定要把它们的交线画出来.再请一位同学来谈一下公理 3.

[生癸]经过不在同一直线上的三点,有且只有一个平面.

其图形语言是:




用符号表示是:

$A$、$B$、$C$ 不共线$\Rightarrow$存在惟一的平面 $\alpha$,使得

$$\begin{cases}A\in\alpha\\B\in\alpha\\C\in\alpha\end{cases}$$

[师]公理 3 实质上是确定平面的条件.从刚才大家的回答来看,对各个公理,大家记忆得很好,但关键还在于理解,要把各个公理的作用弄清楚、弄透彻,正确地合理地运用它,去解决具体问题.

在平面几何中,我们知道,两点确定一条直线,在立体几何中,我们又知道,不在一直线上的三点确定一个平面.这后者就是公理 3 的实质,由公理 3,我们还可得到下面的一些推论,请同学们再看课本 $P_6$.

Ⅱ.指导自学

(学生看课本时,教师将三个推论板书于黑板上)

推论 1:经过一条直线和这条直线外的一点有且只有一个平面.

推论 2:经过两条相交直线有且只有一个平面.

推论 3:经过两条平行直线有且只有一个平面.

[师]对于推论 1,可以这样来理解:公理 3 告诉我们不在一直线上的三点确定一个平面,由于这三点中的任意两点可确定一条直线,而第三点在这条直线外,所以由公理 3 这条直线与它外面的一点可确定一个平面.

这样理解是可以的,但对于推论的正确性,还是需要进行严格证明的.

分析:(1)与平面几何的证明一样,证明几何问题的一般步骤是:

第一步:根据题意作图,写出已知、求证.

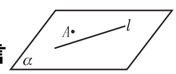
第二步:写出证明过程.

(2)对于"有且只有"型命题的证明,要从"有"和"只有"两方面证明,即既证明存在性——"有",又证明惟一性——"只有".

(3)化生疏为熟悉、化未知为已知是我们常用的解(证)题方法.

[师]推论 1 的图形语言是怎样的？请一位同学来黑板上画出.

[生](上黑板画图)




[师]请根据推论 1 的文字语言和图形写出已知和求证.

[生]已知:点 $A\notin l$.

求证:过点 $A$ 和直线 $l$ 有且只有一个平面.

[师]很好,下面我们一起来作出证明,由刚才的分析,对于这个"有且只有"型的命题,既要证"存在性",又要证"惟一性".

证明:①存在性(化生疏为熟悉,由于我们知道,过不在一直线上的三点有且只有一个平面,所以我们)

在直线 $l$ 上任取两点 $B$、$C$

据题意,$A$、$B$、$C$ 三点不共线,



此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

由公理3,经过$A$、$B$、$C$三点有一个平面$\alpha$

$\because B\in l,C\in l,\therefore l\subset\alpha$(公理1)

又$A\in\alpha$,$\therefore$平面$\alpha$是经过点$A$和直线$l$的平面

②惟一性

根据公理3,经过不共线的三点$A$、$B$、$C$的平面只有一个,所以经过直线$l$知点$A$的平面只有一个.

由①、②可知,经过一条直线和这条直线外的一点有且只有一个平面.

[师]这个推论用符号语言可表示为______.

[生]$A\notin l\Rightarrow$存在惟一的平面$\alpha$,使得$A\in\alpha$且$l\subset\alpha$.

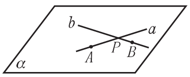
[师]上面我们给出了推论1的证明,请同学们仿照,尝试给出推论2、推论3的证明.

(同学试证,教师巡视,可让同学将证明过程板书于黑板上).

(推论2:经过两条相交直线有且只有一个平面)

已知:直线$a$、$b$且$a\cap b=P$

求证:过$a$、$b$有且只有一个平面.




证法一:①存在性

在直线$a$、$b$上分别取不同于点$P$的点$A$、$B$

则点$A$、$B$、$P$是不共线的三点(否则与$a$、$b$是两条相交直线矛盾)

根据公理3,过$A$、$B$、$P$三点有一个平面$\alpha$.

$\because A\in\alpha,P\in\alpha,\therefore AP\subset\alpha$,即$a\subset\alpha$

同理$b\subset\alpha$,因此过直线$a$、$b$有平面$\alpha$.

②惟一性

$\because$经过直线$a$、$b$的平面一定经过点$A$、$B$、$P$

根据公理3,经过不共线的三点$A$、$B$、$P$的平面只有一个

$\therefore$经过$a$、$b$的平面只有一个

由①、②可知,经过两条相交直线有且只有一个平面.

证法二:①存在性

在直线$a$上取不同于点$P$的点$A$,

则点$A\notin$直线$b$

根据推论1,过点$A$和直线$b$有一个平面$\alpha$

$\because b\subset\alpha,P\in b,\therefore P\in\alpha$

又$A\in\alpha$,$\therefore AP\subset\alpha$,即$a\subset\alpha$

$\therefore$经过相交直线$a$、$b$有平面$\alpha$.

②惟一性

$\because$经过直线$a$、$b$的平面一定经过点$A$和直线$b$,而$A\notin b$.

根据推论1,经过点$A$和直线$b$的平面只有一个.

$\therefore$经过$a$、$b$的平面只有一个

由①、②知,经过两条相交直线有且只有一个平面.

推论3:经过两条平行直线有且只有一个平面.

已知:直线$a$、$b$且$a\parallel b$

求证:经过$a$、$b$有且只有一个平面

证明:①存在性

$\because a\parallel b$,由平行线的定义,$a$、$b$在同一平面内

$\therefore$过直线$a$、$b$有一个平面$\alpha$.

②惟一性

在直线$b$上任取一点$B$.

则$B\notin a$(否则与$a\parallel b$矛盾),且$B$、$a$在过$a$、$b$的平面$\alpha$内.

又由推论1,过点$B$和直线$a$的平面只有一个

$\therefore$过直线$a$、$b$的平面只有一个

由①、②可知,经过两条平行直线的平面有且只有一个.

[师]推论2与推论3用符号语言可分别表示为怎样的呢?

[生]推论2可表示为

$a\cap b=P\Rightarrow$存在惟一平面$\alpha$,使得$a\subset\alpha,b\subset\alpha$.

推论3可表示为

$a\parallel b\Rightarrow$有且只有一个平面$\alpha$,使得$a\subset\alpha,b\subset\alpha$.

[师]"有且只有一个平面"可以说成"确定一个平面",比如公理3可以表述为"不在一直线上的三点确定一个平面",类似地,公理3的三个推论可以分别叙述为——

[生]一条直线与它外面的一点确定一个平面.

两条相交直线确定一个平面.

两条平行直线确定一个平面.

[师]好.由此可以看出公理3及它的三个推论,给出了确定一个平面时经常使用的一些条件,我们

要予以准确把握.下面我们来进行有关的练习.

Ⅲ.课堂练习

课本 $P_8$ 习题9.1 1,2,5.

Ⅳ.课时小结

本节课,我们学习了公理3的三个推论,这三个推论连同公理3都是确定平面的条件,它们是把平面几何知识应用于立体几何知识的桥梁,为立体几何问题转化为平面几何问题提供了理论依据和具体方法.

Ⅴ.课后作业

(一)课本 $P_9$ 6,7,8.

(二)1.预习课本 $P_7$ 例题

2.预习提纲 证三线共面的方法是什么?

## 板书设计

§9.1.2 平面(二)

| 学生画的图 | 推论1 | 推论2 | 推论3 |
|---|---|---|---|
| | 证明 | 证明 | 证明 |
| | | | 小结 |

## 备课资料

思考与练习:

一、选择题

1.下列命题中,正确命题的个数是…… ( )

①有三个公共点的两个平面重合 ②梯形的四个顶点在同一平面内 ③三条互相平行的直线必共面 ④四条线段顺次首尾连接,构成平面图形

A.0 B.1 C.2 D.3

答案:B

2.下列命题正确的是 …………………… ( )

A.两条直线可以确定一个平面

B.一条直线和一个点可以确定一个平面

C.空间不同的三点可以确定一个平面

D.两条相交直线可以确定一个平面

答案:D

3.四条直线相交于一点,它们能确定的平面个数为 ………………………………………… ( )

A.1 B.4

C.6 D.1或4或6

答案:D

4.空间四点,没有三点共线,可确定平面的个数为 ……………………………………………… ( )

A.1 B.4

C.1或4 D.0或1

答案:C

5.长方体各面上的对角线所确定的平面个数为 ……………………………………………… ( )

A.6 B.12

C.14 D.20

答案:D

6.在空间中,下列命题错误的是……… ( )

A.圆上三点可确定一个平面

B.圆心和圆上两点可确定一个平面

C.四条平行直线不能确定五个平面

D.空间四点中,若四点不共面,则任意三点不共线

答案:B

7.在空间,下列命题错误的是………… ( )

A.对角线互相平分的四边形是平行四边形

B.两组对边分别平行的四边形是平行四边形

C.一组对边分别平行且相等的四边形是平行四边形

D.两组对边分别相等的四边形是平行四边形

**答案**:D

8. 空间四点中“三点共线”是“四点共面”的…………………………………………………… (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

**答案**:A

9. 若给定空间三条直线共面的条件,这四个条件中不正确的是 ………………………………… (　　)

①三条直线两两相交　②三条直线两两平行　③三条直线中有两条平行　④三条直线共点

A. ②　　　　B. ②③

C. ②③④　　　　D. ①②③④

**答案**:D

10. 空间三个平面两两相交,那么 …… (　　)

A. 必相交于一点

B. 必相交于一条直线

C. 必相交于三条平行直线

D. 不可能有且只有两条直线

**答案**:D

**二、填空题**

1. 四条平行直线最多能确定______个平面.

**答案**:6

2. 直线与平面公共点的个数可能为______.

**答案**:0 或 1 或无穷多

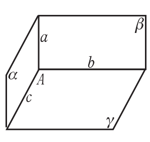
3. 一条直线和这条直线外不共线的三点能确定的平面的个数为__________.

**答案**:1 或 3 或 4

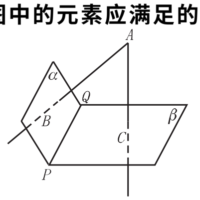
4. “点 $P$ 在直线 $l$ 上,点 $P$ 不在平面 $\alpha$ 内,直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 相交于 $O$”,用符号语言叙述可表示为__________.

**答案**:$P\in l,P\notin\alpha,l\cap\alpha=O$

5. 根据下图,写出图中的元素应满足的条件:



(1)



(2)

(1)对于图(1),$\alpha\cap\beta=$______;$\beta\cap\gamma=$______;$\alpha\cap\gamma=$______;$A$______$\alpha$;$A$______$\beta$.

(2)对于图(2),______$=PQ$;______$=B$;______$=C$;______$=A$.

**答案**:(1)$a$　$b$　$c$　$\in$　$\in$　(2)$\alpha\cap\beta$　$AB\cap\alpha$　$AC\cap\beta$　$AB\cap AC$

**三、解答题**

1. 同时过空间四点可以作几个平面?

**答案**:当这四点共线时,同时过这四点可以作无数个平面;

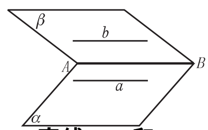
当这四点有且只有三点共线时,同时过这四点可以作一个平面;

当这四点分别在两条直线上,且这两条直线平行或相交时,同时过这四点可以作一个平面;

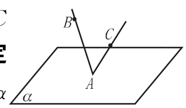
不是上述情况,则不存在同时经过这四个点的平面.

2. 根据下列条件画出图形:平面 $\alpha\cap$ 平面 $\beta=AB$,直线 $a\subset\alpha$,直线 $b\subset\beta$,$a\parallel AB$,$b\parallel AB$.

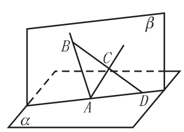
**答案**:



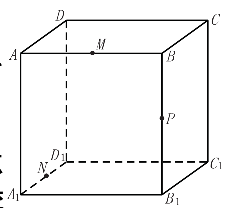

3. 如图,$A\in\alpha$,直线 $AB$ 和 $AC$ 不在 $\alpha$ 内,画出 $AB$ 和 $AC$ 所确定的平面 $\beta$,并画出直线 $BC$ 和平面 $\alpha$ 的交点.




**答案**:

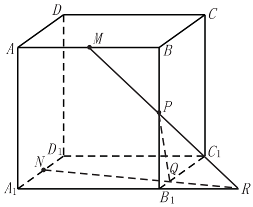



4. 如图,正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 8 cm,$M$、$N$、$P$ 分别是 $AB$、$A_1D_1$、$BB_1$ 的中点.




(1)画出过 $M$、$N$、$P$ 三点的平面与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线以及与平面 $BB_1C_1C$ 的交线;

(2)设过 $M$、$N$、$P$ 三点的平面与 $B_1C_1$ 交于 $Q$，求 $PQ$ 的长.




解:(1)设 $M$、$N$、$P$ 三点确定的平面为 $\alpha$,则 $\alpha$ 与平面 $AB_1$ 交于 $MP$.

设 $MP\cap A_1B_1=R$，

则 $RN$ 是 $\alpha$ 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线.

设 $RN\cap B_1C_1=Q$

则 $PQ$ 是 $\alpha$ 与平面 $BB_1C_1C$ 的交线

(2)∵正方体的棱长为 8 cm

∴$B_1R=BM=4$ cm

在$\triangle RA_1N$ 中，$\dfrac{B_1Q}{A_1N}=\dfrac{RB_1}{RA_1}$

∴$B_1Q=\dfrac{4}{12}\times 4=\dfrac{4}{3}$

在 $\mathrm{Rt}\triangle PB_1Q$ 中，

∵$PB_1=4$，$B_1Q=\dfrac{4}{3}$

∴$PQ=\sqrt{4^2+(\dfrac{4}{3})^2}=\dfrac{4}{3}\sqrt{10}$(cm)

故所求 $PQ$ 的长为$\dfrac{4}{3}\sqrt{10}$厘米.

## 教学后记

## 教学时间

第三课时

## 课　　题

§9.1.3　平面(三)

## 教学目标

(一)教学知识点

1.性质与推论的简单应用.

2.共面、共线、共点问题的证明.

(二)能力训练要求

1.正确运用平面的基本性质及三个推论.

2.掌握共面、共线、共点问题的证明方法.

3.初步掌握性质与推论的简单应用.

(三)德育渗透目标

知识是重要的,掌握知识是重要的,应用知识是更重要的.所学的知识,关键在于应用,要通过知识的应用,使学生掌握方法、规律,学会正确推理,以理服人.

## 教学重点

共面、共线、共点问题的证明.

## 教学难点

共面、共线、共点问题的证明.

## 教学方法

师生共同讨论法

通过对典型例题的分析、讨论与证明,使学生从中感悟出共面、共线、共点问题的证明方法,并初试对问题的证明,在应用中掌握方法、规律.

## 教具准备

投影片四张:

第一张:课本 $P_7$ 例题及图 9—8(记作§9.1.3 A)

第二张:本课时教案例 2 及图(记作§9.1.3 B)

第三张:本课时教案例 3 及图(记作§9.1.3 C)

第四张:本课时教案后面的预习内容及提纲(记作§9.1.3 D)

## 教学过程

Ⅰ.复习回顾

[师]前面我们学习了平面的基本性质——三个公理,上节课我们又学习了公理 3 的三个推论,哪位同学来回答一下三个公理及推论的具体内容?

[生甲]如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点.且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

不在同一条直线上的三点确定一个平面.

一条直线与它外面的一点确定一个平面.

两条相交直线确定一个平面.

两条平行直线确定一个平面.

[师]好.回答完全正确.我们每一位同学都要像生甲同学那样,熟记平面基本性质的三个公理及公理 3 的三个推论,它们是立体几何中最基础的知识.谁来谈一下各个公理及推论的作用呢?

[生乙]公理 1 可用来判定直线在平面内,也可用来判定点在平面内;

公理 2 可用来判定两个平面相交,也可用来判定点在直线上,还告诉我们这两个平面相交时,一定要画出它们的交线;

公理 3 及其三个推论是确定平面的条件.

[师]很好!从刚才举手回答的情形及两位同学的回答可以看出,同学们对平面的基本性质、公理及推论掌握得很好!下面我们来研究性质公理及推论的应用.

Ⅱ.新课讨论

[例 1](打出投影片§9.1.3 A)如图直线 $AB$、$BC$、$CA$ 两两相交,交点分别为 $A$、$B$、$C$,证明这三条直线共面.

[师]空间的几个点和几条直线,如果都在同一个平面内,那么可以简单地说它们"共面".

分析:两两相交,是说每两条直线都相交.

此题是让我们证明三条直线共面,我们学过的公理和推论中都没有关于三条直线的,怎么办呢?

[生丙]先由两条直线确定一个平面，再证第三条直线也在这个平面内(学生已作了预习，回答出这样的思路应该是没有问题的).

[师]生丙同学的回答正确吗？若正确，怎样证明第三条直线也在这个平面内呢？

[生丁]生丙的回答正确.先由两条直线确定一个平面是容易的，要证第三条直线也在这个平面内，只要证第三条直线上有两点在这个平面内就行了，如图，先由 $AB$、$AC$ 确定一个平面，由于 $B$ 点、$C$ 点在确定的平面内，根据公理 1 可知，直线 $BC$ 也在这个平面内.

[师]生丁所述有道理吗？

[生]有道理，完全正确.

[师]下面我们根据生丙、生丁两位同学的思路，写出此题的证明过程.

证明：∵ $AB$、$AC$ 相交，

∴ $AB$、$AC$ 确定一个平面，设为 $\alpha$

∵ $B\in AB$，$C\in AC$

∴ $B\in\alpha$，$C\in\alpha$

∴ $BC\subset\alpha$

因此 $AB$、$AC$、$BC$ 都在平面 $\alpha$ 内.

即 $AB$、$AC$、$BC$ 共面.

注意：确定的平面叫成什么是无所谓的.不一定非要叫 $\alpha$ 不可，叫成其他如 $\beta$、$\gamma$ 都行.

[师]谁还有其他不同于生丙同学的意见？

[生戊]每两条相交直线都能确定一个平面，若能证明这些平面重合，则也能说明这三条直线共面.

[师]同学们想一想，生戊同学的思路可行吗？(同学们积极思考，但无人回答，留出几分钟时间，让同学们继续思考是非常必要的)

[生戊] $AB$、$AC$ 可确定一个平面，$AB$、$BC$ 也可确定一个平面，由于点 $A$、$B$、$C$ 既在第一个平面内，又在第二个平面内.根据公理 3，经过 $A$、$B$、$C$ 三点有且只有一个平面，所以这两个平面重合，即 $AB$、$AC$、$BC$ 共面.

[师]很好！下面我们根据生戊同学的思路，写出此题的另一种证明.

证明：∵ $AB$、$AC$ 相交

∴ $AB$、$AC$ 确定一个平面 $\alpha$

∴点 $A$、$B$、$C\in\alpha$，且不共线

∵ $AB$、$BC$ 相交

∴ $AB$、$BC$ 确定一个平面 $\beta$

∴点 $A$、$B$、$C\in\beta$，且不共线

根据公理 3，经过不共线的三点 $A$、$B$、$C$ 有且只有一个平面，

∴面 $\alpha$ 与面 $\beta$ 重合

∴ $AB$、$AC$、$BC$ 共面.

[师]从刚才我们的分析讨论中，可以知道，证明共面问题的方法至少有两种：

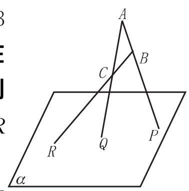
①先由某些条件确定一个平面，然后证明其余已知的都在这个平面内.

②所有已知条件确定若干个平面，然后证明这些平面重合.

两种证明方法的关键都在"然后"，要注意练习掌握.这两种证明方法比较，第一种更为常用，因为证明若干个平面重合，实在不是一件容易的事情.

希望大家都能像生戊同学那样.遇到问题善于思考，多动脑子去想，办法总会是有的.下面再来看一个例子.

[例 2](打出投影片 §9.1.3 B)如图，已知△$ABC$ 的各顶点在平面 $\alpha$ 外，直线 $AB$、$AC$、$BC$ 分别交平面 $\alpha$ 于 $P$、$Q$、$R$，求证：$P$、$Q$、$R$ 三点共线.




分析：平面几何中证明三点共线是怎样证明的？

[生]先由两点确定一条直线，然后证明第三点也在这条直线上.

[师]这里的三点共线能用这种办法证明吗？比如说，连结点 $P$、点 $Q$，得直线 $PQ$，大家能够证明点 $R$ 也在直线 $PQ$ 上吗？

[生己]能！由已知条件可知，直线 $PQ$ 实质上是面 $ABC$ 与面 $\alpha$ 的交线，只要证明点 $R$ 是面 $ABC$ 与面 $\alpha$ 的交点，那么 $R$ 必在直线 $PQ$ 上.

[生庚]既然这样，只要证明点 $P$、$Q$、$R$ 都是面 $ABC$ 与面 $\alpha$ 的交点，那么点 $P$、$Q$、$R$ 就共线，它们都在面 $ABC$ 与面 $\alpha$ 的交线上.

[师]两位同学分析得都很好！在立体几何中，



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com