

21 世纪高职高专数学教材

高等应用数学

(下 册)

上海高校《高等应用数学》编写组

立信会计出版社

《高等应用数学》编写组

顾 问 胡启迪(上海教育考试院原院长、教授)

主 编 朱弘毅

编 委 (按姓氏笔画排列)

车荣强 田 丽 朱弘毅 刘柏林 苏海容
陈宝冲 张福康 赵斯泓 俞国胜 陶明诚
黄丽萍

主 审 李重华(上海交通大学教授、东海职业技术学院副院长)

审稿组 (按姓氏笔画排列)

朱德通(上海师范大学) 李重华(东海职业技术学院)
杨晓斌(上海财经大学) 俞建新(上海农林职业技术学院)
姚力民(上海商学院)

《高等应用数学》下册

副主编 赵斯泓(上海立信会计学院)

陈宝冲(上海科学技术职业学院)

黄丽萍(上海城市管理职业技术学院)

俞国胜(上海大学)

刘柏林(三门峡职业技术学院)

序

由于普通高校的连年扩招以及高等教育的多渠道教学,使我国高等教育的毛入学率呈现连年增长的趋势。有数据表明,全国的毛入学率已接近 20%,而上海、北京等地已超过了 50%。这意味着我国的高等教育已从改革开放初期的“精英化”阶段进入到当今的“大众化”阶段,有的地方还向“普及化”阶段迈进,实现了高等教育的跨越式发展。作为大众化阶段的高等教育,其重要特点是多样性,具体表现在高等学校的多层次、多类型(研究型、教学型、高职型、社区型);人才培养模式的多样性;毕业就业的多样性;社会对高等教育人才培养需求的多样性等。而其中高等职业教育的改革和发展在高等教育的改革和发展中,起着基础性作用,在为实现“造就数以亿计的高素质劳动者、数以千万计的专门人才和一大批拔尖创新人才”的目标中,占有重要的一块。历史与科技发展的实践告诉我们,在高等教育的基础方面,高等数学是不可或缺的课程,它是大学生必需的基本技能、必备的文化修养。现在的问题是,如何在有限的课时下,根据教学对象和目标精选内容、架构体系、学以致用。面对高等教育中高职与高专这样一个特殊的学习群体,在当前教育形势下,编写一本有针对性的高等数学教材,成为许多人的愿望,也是教材建设中的重要任务。展示在我们眼前的《高等应用数学》,正是应运而生的教材。

据我了解,本教材的编写者都是一些有丰富教学实践经验的数学教师,他们中许多人长期工作在上海高等专科学校,经历了上海 20 世纪 90 年代专科教育和新世纪高职教育的改革实践,熟悉学生,掌握教学规律。他们把在上海高职高专数学课程教学改革中建立的内容、体

高等应用数学

系和结构融进了《高等应用数学》中。在教材编写时,他们又进行了广泛的调查研究和深入的切磋讨论,紧扣高职与高专的培养目标,把握“以应用为目的,以必需够用为度”的编写原则,认真细致地做好教材编写工作。

《高等应用数学》重视基本概念的建立、基本运算的训练,注重培养学生运用数学知识解决实际问题的能力,较好地调节数学推理与运算技巧的深度。与过去教材相比,本教材精简了内容、降低了难度,更贴近高职高专培养应用型人才的实际需要。另外《高等应用数学》的语言叙述也力求通俗精练,有利于启发式教学,有利于学生自学。

众所周知,高等职业教育改革是长期的任务,教材建设也是项长期的工作。随着事业的发展 and 教学改革的深入,教材建设会相应跟上。一本好的教材,也只有通过不断使用、研磨而日臻完善。因此希望使用本教材的各院校,能结合教学实际,改进不足之处,注入更新功能。

谨献此序,以表示一个老数学工作者对高职高专数学教学改革的期盼。

胡启迪

(上海市教育考试院原院长、教授)

前 言

在高等职业教育迅速发展的基础上,为了适应高职高专教育改革的需要,在上海市教委的领导下,组建了“上海高校《高等应用数学》编写组”,朱弘毅任《高等应用数学》主编,为高职高专编写一本具有高职高专特色的数学教材。

《高等应用数学》分上、下两册。上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、一阶微分方程及其应用、多元函数微积分,共七章,其教学课时分别为 12、14、10、10、8、6、12 学时。下册从第八章开始,内容包括矩阵(含行列式)、线性方程组、事件与概率、随机变量分布与数字特征、统计分析,共五章,其教学课时分别为 12、4、8、10、12 学时。俞国胜编写第八章,赵斯泓编写第九、第十章,陈宝冲编写第十一章,刘柏林编写第一章后二节及第十二章。

本教材按照“以应用为目的、以必需够用为度”的原则,以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据,参照高职高专基础课教学基本要求,结合数学课程教学改革的实际情况和教学经验编写的。本书力求深入浅出,按照高职高专培养目标选取教材内容、把握好推理和运算能力的深度;本书立足“好教、好学”,每节后配有习题,每章后配有复习题。本书内容富有弹性,教师可根据本校的特点与实际情况进行选择。

本书由上海教育考试院原院长胡启迪教授任顾问。《高等应用数学》由李重华教授主审,参加审稿的还有朱德通、杨晓斌、姚力民、俞建新,他们认真审阅原稿,提出了许多宝贵意见。本书在编写和出版过程

高等应用数学

中得到胡启迪教授、上海市教委高教处徐国良同志、立信会计出版社孙时平总编辑、徐雪芬副社长、蔡莉萍编辑及审稿组各位专家的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有错误与不妥之处,敬请广大读者和同行批评指正。

朱弘毅

目 录

第八章 矩阵	1
第一节 矩阵的概念	1
一、矩阵的概念	1
二、特殊矩阵	4
习题 8-1	4
第二节 矩阵的运算	5
一、矩阵的加法	5
二、数乘矩阵与矩阵的减法	7
三、矩阵的乘法	9
四、矩阵的转置	13
习题 8-2	14
第三节 矩阵的初等变换与矩阵的秩	16
一、矩阵的初等变换	16
二、矩阵的秩	19
习题 8-3	21
第四节 行列式及其性质	22
一、二阶行列式	22
二、三阶行列式	24
三、高阶行列式	25
四、行列式的性质	28
五、方阵的行列式	31

高等应用数学

六、克莱姆法则	32
习题 8-4	33
第五节 逆矩阵	35
一、逆矩阵的概念	35
二、逆矩阵存在的充要条件	37
习题 8-5	39
复习题八	40
第九章 线性方程组	43
第一节 线性方程组的解法	43
一、消元法	43
二、用矩阵的初等行变换求逆矩阵	50
习题 9-1	53
第二节 线性方程组解的判定	55
一、非齐次线性方程组解的判定	55
二、齐次线性方程组解的判定	60
习题 9-2	62
复习题九	63
第十章 随机事件与概率	66
第一节 预备知识	66
一、两个计数原理	66
二、排列与组合	67
习题 10-1	69
第二节 随机事件	69
一、随机现象与统计规律性	69
二、随机事件	70
三、事件间的关系与运算	72

习题 10-2	74
第三节 随机事件的概率	75
一、频率与概率	75
二、古典概型	77
习题 10-3	79
第四节 概率的基本公式	80
一、概率的加法公式	80
二、概率的乘法公式	82
习题 10-4	85
第五节 事件的独立性与贝努里试验	86
一、事件的独立性	86
二、贝努里试验	87
习题 10-5	89
复习题十	89
第十一章 随机变量与数字特征	92
第一节 随机变量与分布函数	92
一、随机变量的概念	92
二、分布函数	93
习题 11-1	94
第二节 离散型随机变量	95
一、离散型随机变量及其分布律	95
二、常用的离散型随机变量的分布	97
习题 11-2	101
第三节 连续型随机变量	103
一、连续型随机变量及其密度函数	103
二、常用的连续型随机变量的分布	105
习题 11-3	111

高等应用数学

第四节 随机变量的数字特征	113
一、数学期望	114
二、方差	118
习题 11-4	120
复习题十一	122
第十二章 统计分析	124
第一节 样本与抽样分布	124
一、样本	124
二、统计量	125
三、抽样分布	126
习题 12-1	129
第二节 点估计	130
一、数字特征估计法	131
二、极大似然估计法	132
三、估计量的评价标准	133
习题 12-2	135
第三节 区间估计	137
一、正态总体均值的区间估计	137
二、正态总体方差的区间估计	140
习题 12-3	142
第四节 假设检验	143
一、假设检验的基本原理	144
二、假设检验的基本方法	145
习题 12-4	149
第五节 一元线性回归	151
一、散点图与回归直线	151
二、确定回归直线方程的方法	152

三、线性相关关系的显著性检验	154
习题 12-5	155
复习题十二	156
附录一 习题答案	159
附录二 附表	176
附表 1 泊松分布表	176
附表 2 标准正态分布表	177
附表 3 χ^2 分布表	178
附表 4 t 分布表	179
附表 5 相关系数检验表	180

第八章 矩 阵

第八、第九章介绍涉及线性代数方面的内容:矩阵和线性方程组。矩阵是研究线性代数的一个有力工具,有着广泛的应用。本章主要介绍有关矩阵的概念,矩阵的运算,逆矩阵及矩阵的初等变换。

第一节 矩阵的概念

一、矩阵的概念

我们先看两个例子:

【例 1】 某公司销售甲、乙、丙三种产品,上半年的销售额(单位:件)与成本(单位:元)如表 8-1 所示。

表 8-1

甲、乙、丙产品销售额、成本

产 品 项 目	产 品 甲	产 品 乙	产 品 丙
销售额(件)	200	250	300
成本(元)	1 000	1 500	2 500

如果将表 8-1 中的数据取出并按表格数据的原次序排列,可以得到一个 2 行 3 列矩形数表:

$$\begin{pmatrix} 200 & 250 & 300 \\ 1\,000 & 1\,500 & 2\,500 \end{pmatrix}$$

则称其为 2 行 3 列矩阵, 简称 2×3 矩阵。

【例 2】 已知线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ -6x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -4 \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases}$$

这个方程组未知数的系数及常数项按方程组中相对应次序排列, 可以组成一个 3 行 5 列矩形数表:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 & 1 \\ -6 & 1 & 2 & 1 & -4 \\ 7 & 4 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

则称其为 3 行 5 列矩阵, 简称 3×5 矩阵, 并称之为该方程组的增广矩阵(在第九章中介绍)。

定义 1 由 $m \times n$ 个数 $a_{ij} (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ 排列成一个 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为 m 行 n 列矩阵, 简称 $m \times n$ 矩阵, 其中 a_{ij} 的下标表示该数在第 i 行第 j 列交叉位置上的元素。

一般用大写字母 A, B, C, \dots 表示矩阵。为了指明矩阵 A 是 m 行 n 列矩阵, 可用 $A_{m \times n}$ 表示, 或用 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 表示以 a_{ij} 为元素 m 行 n 列矩阵 A 。

定义 2 $n \times n$ 矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

称 A 为 n 阶方阵,也可记作 A_n 。在方阵中,从左上角到右下角的对角线称为主对角线。

特别地,规定一阶方阵就是一个数,即 $A_1=(a)=a$ 。

定义 3 具有相同行数和相同列数的矩阵,称之为同型矩阵。

$$\text{例如, } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}_i, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}_i$$

则 A 与 C 是同型矩阵, A 与 B 不是同型矩阵。

定义 4 如果同型矩阵, $A=(a_{ij})_{m \times n}$ 和 $B=(b_{ij})_{m \times n}$ 在对应位置上的元素都相等,即

$$a_{ij}=b_{ij}, (i=1, \dots, m; j=1, \dots, n)$$

则称矩阵 A 和矩阵 B 相等,记作 $A=B$ 。

【例 3】 设

$$A = \begin{pmatrix} x-4 & x \\ 2x-2y & x+y \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3y-3z & y-1 \\ -2 & 6-z \end{pmatrix}$$

若 $A=B$, 求 x, y, z 的值。

解 根据矩阵 A 与 B 相等的定义, A 与 B 对应的元素应该相等,得

$$\begin{cases} x-4=3y-3z \\ x=y-1 \\ 2x-2y=-2 \\ x+y=6-z \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} x-3y+3z=4 \\ x-y=-1 \\ 2x-2y=-2 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

解方程组得

$$x=1, y=2, z=3$$

二、特殊矩阵

1. 零矩阵

所有元素都为零的矩阵,称之为零矩阵,记作 O 。 m 行 n 列的零矩阵记作 $O_{m \times n}$ 。

注意,不同型的零矩阵是不相等的。

例如, $O_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $O_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 是两个不相等的零矩阵。

2. 单位矩阵

主对角线上的元素均为 1,其余元素都为零的 n 阶方阵,称作单位矩阵,记作 E 或 E_n ,即

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

零矩阵和单位矩阵在矩阵运算中所起的作用类似于数 0 和数 1 在数的运算中所起的作用。

3. 三角形矩阵

主对角线下方的元素全为零的方阵称为上三角矩阵;主对角线上方的元素全为零的方阵称为下三角矩阵。如:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ -7 & 5 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

分别是上三角矩阵,下三角矩阵。

上三角矩阵,下三角矩阵统称为三角形矩阵。

习 题 8-1

1. 写出下列方程组的增广矩阵。

$$(1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 + 6x_3 = 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 13x_2 + 8x_3 = 8 \\ 7x_1 + 13x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \\ 6x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

2. 某公司销售甲、乙、丙三种产品,去年的销售额(单位:件)与成本(单位:元)如表 8-2 所示:

表 8-2

甲、乙、丙产品的销售额、成本

项 目 \ 产 品	产 品 甲	产 品 乙	产 品 丙
销售额	2 200	25	3 050
成本	8 742	157	7 211

按表格数据的次序,用矩阵表示上面的表格。

3. 已知矩阵

$$A = \begin{pmatrix} x+y & 0 & 1 \\ x-y & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & a-2b & 1 \\ 2 & 2 & b \end{pmatrix}, \text{且 } A=B,$$

试求常数 x, y, a, b 。

第二节 矩 阵 的 运 算

矩阵的基本运算主要包括矩阵的加法与减法、数与矩阵的数乘运算、矩阵与矩阵的乘法运算和矩阵的转置运算。

一、矩阵的加法

定义 1 设矩阵 A, B 是两个 $m \times n$ 的同型矩阵,即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

将它们对应位置元素相加,所得的 $m \times n$ 矩阵称为矩阵 A, B 的和,记作 $A+B$,即

$$A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

【例 1】 设

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

计算 $A+B$,

解 由定义

$$A+B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

【例 2】 某公司销售甲、乙、丙三种产品上半年的销售额(单位:件)与成本(单位:元)如下矩阵 A 所示:

$$A = \begin{pmatrix} & \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} \\ \text{销售额} & 200 & 250 & 300 \\ \text{成本} & 1\,000 & 1\,500 & 2\,500 \end{pmatrix}$$

而该公司销售甲、乙、丙三种产品下半年的销售额(单位:件)与成本(单位:元)如下矩阵 B 表示:

$$B = \begin{pmatrix} & \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} \\ \text{销售额} & 250 & 150 & 200 \\ \text{成本} & 1\,200 & 1\,000 & 2\,000 \end{pmatrix}$$

则公司销售甲、乙、丙三种产品全年的销售额(单位:件)与成本(单位:元)可用如下矩阵 C 表示: