摇摇银领工程

摇摇高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材

高等应用数学

颜文勇摇柯善军摇主编

高等教育出版社

[illegible]

[illegible]

内容提要

摇摇为适应新世纪对高等职业技术应用型人才的新要求，在全国大学生数学建模竞赛组委会立项课题研究成果的基础上，我们编写了这本二年制理工类高职高专高等数学教材。

本书包括函数的极限与连续、微分及其应用、积分及其应用、微分方程、傅里叶级数与拉普拉斯变换、线性代数初步、概率论与统计初步、图论基础和数学实验等九章。

本套教材可作为高等职业技术学院、高等专科学校及成人高校的通用教材，也可作为数学建模培训、数学实验课程和经济、工程应用人员的参考资料。

摇图书在版编目（悦陨孕）数据

摇高等应用数学 辕颜文勇，柯善军主编援—北京：高等教育出版社，圆园园源援圆
摇陨杂月晕 苑原园源原园员源猿愿远原远

摇Ⅰ援高摇摇Ⅱ援①颜摇②柯摇摇Ⅲ援应用数学 原高等学校：技术学校 原教材摇Ⅳ援韵圆怨

摇中国版本图书馆 悦陨孕 数据核字（圆园园源）第 园园远苑远号

策划编辑摇罗德春摇责任编辑摇舒敬江摇封面设计摇张摇志摇责任绘图摇朱摇静
版式设计摇王摇莹摇责任校对摇杨雪莲摇责任印制摇摇摇摇

出版发行摇高等教育出版社摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇购书热线摇园员园原远源园缘愿园缘愿
社摇摇址摇北京市西城区德外大街 源号
免费咨询摇愿园园原愿员园原园缘怨愿
邮政编码摇员园园园员员
网摇摇址摇澡贼贼责：辕辕憎憎憎援澡藻责援藻凿怎援糟灶
总摇摇机摇园员园原愿圆园圆愿愿怨怨
摇摇摇摇摇澡贼贼责：辕辕憎憎憎援澡藻责援糟燥皂援糟灶

经摇摇销摇新华书店北京发行所
印摇摇刷

开摇摇本摇苑愿苑×员园怨圆摇员辕员远
版摇摇次摇摇年摇月第 员版
印摇摇张摇员远
印摇摇次摇摇年摇月第摇次印刷
字摇摇数摇猿愿园园园园
定摇摇价摇员愿援远园元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号：员源猿愿远原园园

出 版 说 明

为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《2003—2007年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自2002年11月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要"以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路"，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才。这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是"银领"，为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变，与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了"银领工程"丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的"银领"人才的这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。同时，我们的想法和做法还得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪也专门为首批"银领工程"丛书提笔作序。

"银领工程"丛书适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2004年9月

前摇摇言

圆员世纪是知识经济时代，为配合产业技术的提升和社会经济的迅速发展，适应高职高专教育改革的要求，我们编写了这本《高等应用数学》。

本教材借鉴数学建模在提高学生综合能力和素质方面的成功经验，以培养应用型人才为目标，将数学基本知识、数学建模和数学实验有机融合，主要有以下几个特点：

员援立足高职特色。根据高职高专理工类各专业对数学的基本要求，贯彻“理解概念、强化应用”的教学原则，强化基本知识，基本思想，突出本质。本书特别注意与实际应用联系较多的基础知识、基本方法和基本技能的训练，不追求过分复杂的计算和变换。对抽象概念，我们一针见血地指出其本质，如极限——分析事物发展变化规律的重要工具，导数——瞬时变化率，定积分——求总量的数学模型等，揭示数学朴素的本质。

圆援风格新颖，形式活泼。全书采用“案例驱动”法编写。由问题引出数学知识，然后将数学知识应用于处理各种生活和工程实际问题，用实例和示例加深对概念、方法的理解。这样，让数学来源于生活，又反作用于生活。同时，采用清晰，直观的表现风格，大量运用数表、图像和标注，简化了大量的文字描述，清晰、明快，让学习变得轻松。同时，我们还设计了图标和与案例匹配的图形，提高教材的“亲和力”。

猿援案例生活化，通俗化，增强可读性。我们设计的引例，尽量来源于生活。我们力图用日常生活中简单的实际问题引出抽象的数学概念，使数学知识生活化、通俗化、简单化，让学生将数学与实际生活联系在一起。在学生充分理解数学知识的基础上，再将它用于处理各种工程实际问题，抽屉式布局，由浅入深。

本书为理工类高职高专《高等应用数学》教材，前四章为各专业的基础模块，不低于 源愿学时 渊后五章为提高模块，各专业可根据专业培养目标的要求，选学相应的教学内容，如电类和通信类，可选学傅里叶级数与拉普拉斯变换，计算机软件类可选学图论等。

参加本书编写的有成都电子机械高等专科学校的颜文勇、成和平，四川航空职业技术学院的柯善军，北京职业技术学院的李月清等教师。全书由颜文勇完成最后的统稿。

本教材的编写得到高等教育出版社的大力支持，浙江育英职业技术学院的郑茂玉老师对线性代数初步一章的编写提出了许多宝贵的意见和建议，成都电子机械高等专

科学校的陈琳、王科和石川也给本书的编写提供了大力帮助。在此向他们表示衷心感谢。

由于作者水平有限，时间也比较仓促，本书难免有不足之处，敬请读者指正。

编者

圆园园源年 愿月

目摇摇录

摇摇第一章

摇摇函数的极限与连续

【目标】摇复习中学的函数知识，能建立实际问题中的函数关系，理解函数极限与连续的概念，能用极限的思想方法分析实际问题援

内容简介

摇摇自然界没有绝对静止或绝对孤立的事物援函数能准确地刻画各事物或各因素之间的相依关系，它提供了进行数量研究的方法援公元 员愿猿苑年，德国数学家狄利克雷（[illegible]）提出了现今通用的函数定义，使函数关系更加明确援函数极限是一个最基本、最重要的概念援员苑世纪以前，人们用朴素的极限思想计算了圆的面积、体积等援员怨世纪之后，柯西（[illegible]）以物体运动为背景，结合几何直观，引入了极限概念援后来，魏尔斯特拉斯（[illegible]）给出了形式化的数学语言描述援有了极限概念，我们可以计算许多具体的量，如圆周长、圆面积、速度、加速度等援极限概念奠定了微积分学的基础援以后的微分和积分都将借助于极限来描述援本章讨论函数极限与连续的基本概念、基本性质和基本运算，并介绍它们的一些实际应用援

员援员摇摇函数

员援员援员摇摇函数的概念

案例 员[气温与时间的关系] 摇我们知道，气温随着时间的变化而变化援如何准确地表示某天气温与时间之间的变化关系呢？

案例 圆[圆的面积] 摇圆的面积 粤与半径 则的关系可表示为

粤越π则圆援

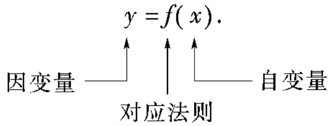
摇摇在研究事物内部、事物与事物各因素间的关系时，我们常常通过对客观事物的分析，建立各因素之间的关系式援这种关系式可以充分揭示各因素之间的数量关系，也是我们揭示事物发展规律，对事物进行分析和研究的重要基础援

概念和公式的引出摇

函数摇设 曾和 赠是两个变量，阅是一给定的数集援如果对于每个数 曾∈阅，变量 赠按照一定的法则总有确定的数值与之对应，则称 赠是 曾的函数，记作 赠越枣(曾)，其中 曾称为自变量，赠称为因变量，数集 阅称为函数的定义域，宰越{赠|赠越枣(曾)，曾∈阅} 称为函数的值域援

函数常用的表示法有三种:解析法、列表法和图形法援

(员) 解析法



如函数 赠越员/√怨原曾圆 的定义域为 阅越{曾|原猿约曾约猿}，值域为

{赠|员/猿≤赠约垣肄}援

解析法的优点是便于数学上的分析和计算援本书主要讨论用解析式表示的函数援

(圆) 列表法

摇摇要获得一天中气温与时间的关系，可以每间隔一段时间测量一些数据，表 员援员援员列出了在上午 远时到中午 员圆时每隔 圆园分钟测得的气温数据，由此可以观察出这段时间内气温的变化规律援

表 员援员援员

时刻 贼	远颐园园	远颐圆园	远颐源园	苑颐园园	苑颐圆园	苑颐源园	愿颐园园
气温 栽(单位:益)	员愿	员愿	员愿援缘	员怨	圆园	圆员	圆猿

列表法的优点是直观、精确援

(猿) 图形法

通过心电图的比较，医生可以诊断出该人是否患有心脏病援如图 员援员援员(葬) 为健康人的心电图，而图 员援员援员(遭) 为患有严重心脏病病人的心电图援

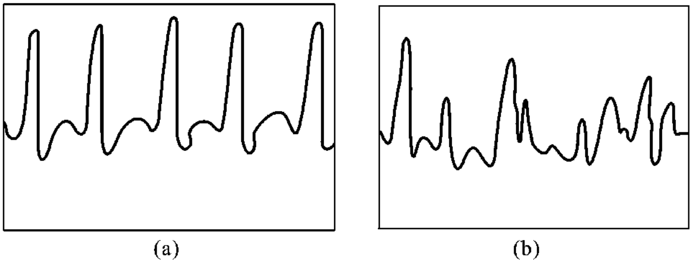


图 员援员援员

摇摇图形法的优点是直观、通俗、容易比较援

进一步的练习

练习 员［自由落体运动的方程］摇在自由落体运动中，物体下落的距离 泽随下落时间 贼的变化而变化，下落距离 泽与时间 贼之间的函数关系为

$$s=\frac{1}{2}gt^2,$$

解析法

其中 g 为重力加速度.

练习 圆［波形函数］摇在电子科学中，有大量波形函数，图 员援员援圆为一周期为 栽的锯齿形波的图形援此函数在一个周期 园，栽 上可表示为

解析法

$$y=\frac{h}{T}x \quad (0\leqslant x<T).$$

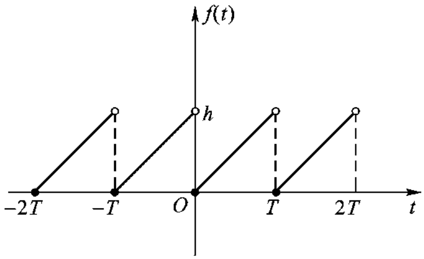


图 员援员援圆

练习 猿 [股票曲线] 摇股票在某天的价格和成交量随时间的变化常用图形表示，图 员援员援猿为某一股票在某天的走势图援从股票曲线，我们可以看出这只股票当天的价格和成交量随时间的波动情况援

图形法

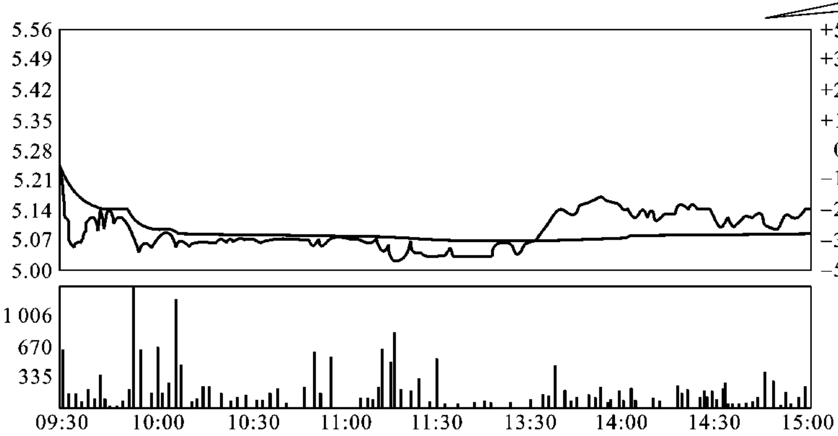


图 员援员援猿

练习 源 [物理实验] 摇设某一物理现象的数学关系为 赠越φ(贼)，用实验测得 贼时刻 φ(贼)的值，见表 员援员援圆援

表 1.1.2

t	0	t_1	t_2	…	t_m
$\varphi(t)$	φ_0	φ_1	φ_2	…	φ_m

列表法

1.1.2　初等函数

案例 [生产利润] 摇某一玩具公司生产 曾件玩具将花费 源园园垣缘 $\sqrt{曾(曾原源)}$ 元，如果每件玩具卖 源愿元，那么该公司生产 曾件玩具获得的净利润是多少？

解摇经过简单分析，可以得到该公司生产 曾件玩具获得的净利润 赠为

利润 = 销售收入 - 成本

$$y = 48x - 400 - 5\sqrt{x(x-4)}.$$

此函数为一个表达式，此表达式是由一些简单函数经过有限次四则运算或有限次复合而得到的援

概念和公式的引出

基本初等函数摇基本初等函数为以下五类函数(图形见附录 员):

(员) 幂函数摇赠越曾,μ 是常数

(圆) 指数函数摇赠越葬曾(葬是常数且 葬跃园,葬≠员),曾∈(原肆,垣肆)

(猿) 对数函数摇赠越造燥早葬曾(葬是常数且 葬跃园,葬≠员),曾∈(园,垣肆)

(源) 三角函数

正弦函数摇赠越泽蚤灶曾,曾∈(原肆,垣肆),赠∈[原员,员]

余弦函数摇赠越糟燥泽曾,曾∈(原肆,垣肆),赠∈[原员,员]

正切函数摇赠越贼葬灶曾,曾≠噪仔垣$\frac{\pi}{圆}$,噪∈在,赠∈(原肆,垣肆)

余切函数摇赠越糟燥贼曾,曾≠噪仔,噪∈在,赠∈(原肆,垣肆)

(缘) 反三角函数

反正弦函数摇赠越葬则糟泽蚤灶曾摇曾∈[原员,员],赠∈$\left[原\frac{\pi}{圆},\frac{\pi}{圆}\right]$

反余弦函数摇赠越葬则糟糟燥泽曾,曾∈[原员,员],赠∈[园,π]

反正切函数摇赠越葬则糟贼葬灶曾,曾∈(原肆,垣肆),赠∈$\left(原\frac{\pi}{圆},\frac{\pi}{圆}\right)$

反余切函数摇赠越葬则糟糟燥贼曾,曾∈(原肆,垣肆),赠∈(园,π)

复合函数摇若 赠是 怎的函数 赠越枣(怎),怎是 曾的函数 怎越φ(曾),当 曾在 怎越φ(曾)的定义域或其一部分取值时,φ(曾)的值均在 赠越枣(怎)的定义域内,从而得到一个以 曾为自变量,赠为因变量的函数,这个函数称为由函数 赠越枣(怎)和 怎越φ(曾)复合而成的复合函数,怎称为中间变量,记作

$$y=f[\varphi(x)].$$

因变量 外层函数 内层函数

初等函数摇由常数及基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的复合所构成并且可以用一个式子表示的函数,称为初等函数援

如 赠越造灶(泽蚤灶圆曾垣圆),赠越藻$^{\sqrt{泽蚤灶曾}}$垣糟燥泽曾等都是初等函数,赠越泽早灶曾不是初等函数援

进一步的练习

练习 员 [生产费用] 摇某工厂每天最多生产 员园园台计算机,工厂维持生产的日固定费用为 源万元,生产一台计算机的直接费用(含材料费和劳务费)为 源圆缘园元援试建立该厂日生产 曾台计算机的总费用函数,并指出其定义域援

摇摇解摇设该厂日生产 曾台计算机的总费用为 赠(单位 :元) ,则 赠为日固定费用和生产 曾台计算机所需总费用之和,即

赠越源园园园园垣原园园曾

摇摇由于该厂每天最多能生产 员园园台计算机,所以定义域为 {曾|园≤ 曾≤ 员园园} 援

练习 圆 [飞行距离] 摇一架飞机 粤中午 员园时从某地以 源园园噪皂辕澡的速度朝北飞行,一小时后,另一架飞机 月从同一地点起飞,速度为 猿园园噪皂辕澡,方向朝东援如果两架飞机飞行高度相同,不考虑地球表面的弧度和阻力援问这两架飞机在时刻 贼(飞机 月起飞的时刻为 园) 相距多远?

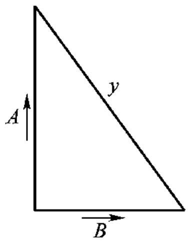


图 员援猿源

解摇设两架飞机在 贼时刻相距 赠噪皂,由于两架飞机分别向北向东飞行,所以 贼时刻两架飞机所在地点的连线和各自飞行的路线组成一个直角三角形,如图 员援猿源所示援贼时刻飞机 月飞行的距离为 猿园园贼,飞机 粤早出发 员小时,飞行的距离为 源园园(贼垣员) ,由勾股定理,有

赠越$\sqrt{源园园^{圆}(贼垣员)^{圆}垣猿园园^{圆}贼^{圆}}$,其中 贼≥ 园援

练习 猿 [汽车租赁] 摇一汽车租赁公司出租某种汽车的收费标准为每天的基本租金 圆园园元加每公里收费 员缘元援

(员) 试建立租用一辆该种汽车一天的租车费 (单位 :元) 与行车路程 曾(单位 :噪皂) 之间的函数关系;

(圆) 若某人某天付了 源园园元租车费,问他开了多少千米?

解摇 (员) 设租用一辆该种汽车一天的租车费为 赠则 赠为每天的基本租金 圆园园元和当天行车 曾噪皂所收费用 员缘曾之和,即

赠越圆园园垣员缘曾援

摇摇 (圆) 将 源园园代入上式,得

源园园越圆园园垣员缘曾

解之,得 曾≈ 员猿援猿猿(噪皂) ,即他开了 员猿援猿猿噪皂援

员援猿援猿摇分段函数

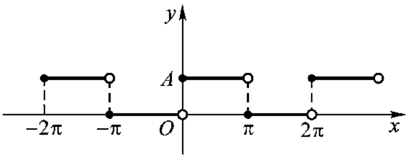


图 员援猿缘

案例 [矩形波的函数表示] 摇图 员援猿缘为一个矩形波的图形,它在一个周期[原π,π) 内的解析式为

$$枣(曾) 越\begin{cases} 园 & 原π\leqslant 曾约园 \\ 粤 & 园\leqslant 曾约π援 \end{cases}$$

这个函数的特点是由多个表达式构成,它不是初等函数援在工程实践中,这是一类常见函数援

概念和公式的引出摇

分段函数摇在不同的定义域上用不同的函数表达式表示的函数称为分段函数援

进一步的练习

练习 员 [绝对值函数]

赠越渣曾渣越{ 曾　曾≥园
　　　　　　{ 原曾　曾约园援

如图 员援员援远所示 援

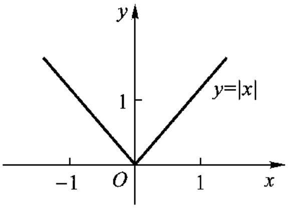


图 员援员援远

练习 圆 [符号函数]

赠越泽早灶曾越{ 原员　曾约园
　　　　　　　{ 园　　曾越园
　　　　　　　{ 员　　曾跃园援

如图 员援员援苑所示援

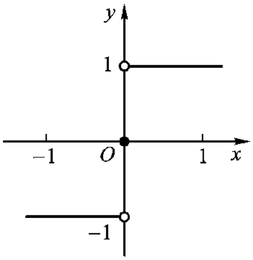


图 员援员援苑

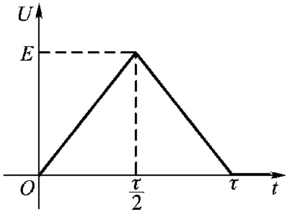


图 员援员援愿

摇摇练习 猿 [特征函数]

赠越χ粤(曾)越{ 员　曾∈粤
　　　　　　{ 园　曾∉粤

其中 粤是数集,此函数常用于计数统计援

练习 源 [单位阶跃函数] 摇单位阶跃函数是电学中的一个常用函数,它可表示为

怎(贼)越{ 员　贼≥园
　　　　{ 园　贼约园援

练习 缘 [单三角脉冲] 摇脉冲器产生一个单三角脉冲,其波形如图 员援员援愿所示,电压 哉与时间 贼(贼≥园)的函数关系式为一分段函数

$$U=\begin{cases}\dfrac{2E}{\tau}t, & 0\leqslant t<\dfrac{\tau}{2},\\[2ex] -\dfrac{2E}{\tau}(t-\tau), & \dfrac{\tau}{2}\leqslant t\leqslant\tau,\\[2ex] 0, & t>\tau.\end{cases}$$

点斜式,直线的斜率为$\dfrac{2E}{\tau}$

两点式,$\dfrac{U-0}{t-\tau}=\dfrac{E-0}{\dfrac{\tau}{2}-\tau}$

摇摇练习 远 [个人所得税] 摇我们知道,当个人的月收入超过一定金额时,应向国家交纳个人所得税,收入越高,国家征收的个人所得税的比例也越高援即“高收入,高税收”援我国于 员怨怨猿年 员园月 猿员日发布的《中华人民共和国个人所得税法》中规定月收入超过 愿园园元为应纳税所得额(表员援员援猿仅保留了原表中前 圆级的税率)援

表 员援员援猿

级数	全月应纳税所得额	税摇摇率(豫)
员	不超过 缘园园元部分	缘
圆	超过 缘园园元至 圆园园园元部分	员园

个人所得税一般在工资中直接扣除援若某单位所有人的月收入都不超过 圆愿园园元,请建立月收入与纳税金额之间的函数关系援

解摇设某人月收入为 曾元,应交纳所得税为 赠元援

当 园≤曾≤愿园园时,赠越园;

当 愿园园约曾≤员猿园园时,赠越(曾原愿园园)伊缘豫;

当 员猿园园约曾≤圆愿园园时,

赠越(员猿园园原愿园园)伊缘豫垣(曾原员猿园园)伊员园豫越圆缘垣(曾原员猿园园)伊员园豫,

故函数关系为

赠越{ 园,　园≤曾≤愿园园,
园援园缘伊(曾原愿园园),　愿园园约曾≤员猿园园,
园援员伊(曾原员猿园园)垣圆缘,　员猿园园约曾≤圆愿园园援

如图 员援员援员园所示援

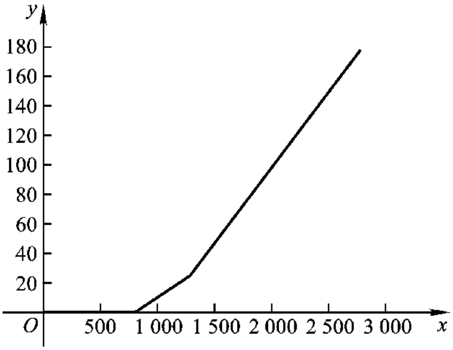


图 员援怨

摇摇若某人月工资为 员愿缘园元,则应使用公式 赠越圆缘垣(曾原员缘园园)伊员园豫求值,所交税为 赠越圆缘垣(员愿缘园原员缘园园)伊员园豫越远园(元)援

练习 苑 [旅馆定价] 摇一旅馆有 圆园园间房间,如果定价不超过 源园元/间,则可全部出租援若每间定价高出 员元,则会少出租 源间援设房间出租后的服务成本费为 愿元,试建立旅馆一天的利润与房价间的函数关系援

解摇设旅馆的房价为 曾元/间,旅馆的一天利润为 赠元援

若 曾≤源园,则旅馆出租 圆园园间,利润为 赠越圆园园(曾原愿)援

若 曾跃源园,则旅馆少出租 源(曾原源园)间,出租了 圆园园原源(曾原源园)间援利润为 $y=[200-4(x-40)](x-8)$.

出租间数×利润/间

综上分析,旅馆利润与房价之间的函数为

赠越{ 圆园园(曾原愿), 曾≤源园; [圆园园原源(曾原源园)](曾原愿), 曾跃源园援

如果旅馆房价为 源缘元/间,则应用公式 赠越[圆园园原源(曾原源园)](曾原愿)求值,旅馆一天的利润为 赠越(圆园园原源伊缘)伊(源缘原愿)越远远远园(元)援

实训

员援请列举你生活和学习中的一些函数及其常用表示方法援

圆援[产品收入] 摇某工厂第 赠年生产某种产品的产量为 员园园园垣圆园赠个单位,单位产品的价格为 远园园园垣猿园园赠援试建立该厂第 赠年的年收入函数援

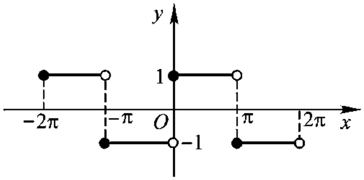


图 员援员园

猿援[矩形波] 摇写出如图 员援员园所示的矩形波函数 枣(曾)在一个周期[原π,π)上的函数表达式(解析式)援

源援 [邮资费用] 摇我国 圆园园缘年 愿月 员日公布的包裹邮寄费收费标准见表 员援员援缘援

表 员援员援缘

重量 资费 里程	首重 员园园园早	缘园园园早以内续重 每 缘园园克	缘园园园早以上续重 每 缘园园克
缘园园噪皂及 缘园园噪皂以内	缘元 摇	圆元 摇	员元 摇

摇摇试建立在 缘园园噪皂及 缘园园噪皂以内包裹资费 赠(单位:元) 与包裹重量 曾(单位:早) 间的函数关系援

员援圆摇函数的极限

员援圆援员摇函数极限的概念

下面分两种情况来讨论援

(一) 曾→肄时函数的极限

案例 员 [水温的变化趋势] 摇将一盆 愿园益的热水放在一间室温恒为 圆园益的房间里,水温 栽将逐渐降低,随着时间 贼的推移,水温会越来越接近室温 圆园益援

案例 圆 [自然保护区中动物数量的变化规律] 摇在某一自然保护区中生长的一群野生动物,其群体数量会逐渐增长,但随着时间 贼的推移,由于自然保护区内各种资源的限制,这一动物群体不可能无限地增大,它应达到某一饱和状态,如图 员援员援员所示援饱和状态就是时间 贼→肄时野生动物群的数量援

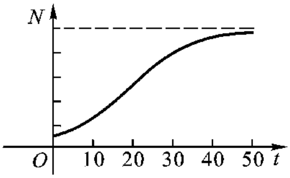


图 员援员援员

这两个问题有一个共同的特征:当自变量逐渐增大时,相应的函数值接近于某一常数援

概念和公式的引出

曾→肄时函数的极限摇若函数 枣(曾)当自变量 曾的绝对值无限增大时,相应的函数值 枣(曾)无限接近于常数 粤,则称 粤为函数 枣(曾)当 曾→肄时的极限,记作 $\lim\limits_{曾→肄}$ 枣(曾) 越 粤或 枣(曾)→粤 (曾→肄) 援

其中"造蚤皂"代表极限 (造蚤皂蚤贼),极限符号下面的 曾→肄表示自变量 曾的绝对值无限增大援