

北京市高等教育精品教材立项项目

高等数学实验

章栋恩摇许晓革摇主编

高等教育出版社

前摇摇言

本书的前身是郭锡伯、徐安农主编的《高等数学实验课讲义》,它是1992年至1995年间北京市普通高等学校第一批教育改革试点立项成果。1994年,北京市又批准了高等教育精品教材建设项目《高等数学实验》(校际联合项目),使作者有机会总结近十年来开设数学实验课的经验,对《高等数学实验课讲义》一书作全面修改,以适应计算机技术和数学软件的发展,适应当前教育改革的形势。

中科院院士、北京大学教授姜伯驹曾经指出:“应当试验组织数学实验课程,在教师的指导下,探索某些理论的或应用的课题。学生的新鲜想法借助数学软件可以迅速实现,在失败与成功中得到真知。这种方式变被动的灌输为主动的参与,有利于培养学生的独立工作能力和创新精神。”实践证明,数学实验课确实与过去的课堂教学不同,它把“讲授—记忆—测验”的传统学习过程,变成杂性演算与推理提出的过程:“直觉—试探—出错—思考—猜想—证明”,将信息的单向交流变成多向交流。学习过高等数学实验课的学生对此有深刻体会。数学实验课教学能够把数学直观、形象思维与逻辑思维结合起来,能把抽象的数学公式、定理通过实验得到验证和应用,通过上机实验,充分调动学生的数学理论知识、软件知识、计算机知识和动手能力,改善学生的知识结构,提高学生的综合能力和素质。

本教材是为国内一般院校开设数学实验课而编写的。本书内容分为五个部分:第一篇数值分析系统概述,该篇内容使学生在整体上对数值分析有所认识;第二篇微积分实验,实验内容与同济大学编写的教材《高等数学》同步,其实验内容可以和高等数学的教学同步进行;第三篇线性代数实验,实验内容与同济大学编写的教材《线性代数》同步;第四篇概率统计实验,实验内容与浙江大学编写的教材《概率论与数理统计》相配合;第五篇综合实验,实验内容是微积分、线性代数、概率统计知识的综合应用和数学建模初步。本书还有两个附录。附录一是高等数学图形系统(数学杂源题),附录二是高等数学辅导系统(数学)。它们都是北京信息工程学院研制、开发的,并且已经由高等教育出版社出版。

每个实验大致分为四部分:一、实验目的,二、学习数值分析命令,三、实验内容,四、实验作业。一些实验增加了实验原理或实验背景;一些实验还包含附加实验,供学生选做。作业题的解法大多数与实验内容中展示的方法相同。

通过本教材的学习,使学生深入理解高等数学、线性代数和概率统计课程中的基本概念和基本理论,较熟练地使用 ~~计算机~~ 软件,运用所学知识建立数学模型,培养学生使用计算机解决实际问题的能力。

本书第一篇由章栋恩编写,第二篇由许晓革、章栋恩编写,第三篇由苏农、杨延龄编写,第四篇由章栋恩、张静编写,第五篇由张静、孙福伟编写,最后的附录一、附录二由许晓革编写。

编 者

2009年 月

目摇摇录

第一篇摇运筹学管理系统概述	员
第二篇摇微积分实验	猿
实验一摇一元函数的图形	猿
实验二摇极限与连续	圆
实验三摇导数	猿
实验四摇导数应用	圆
实验五摇一元函数积分	缘
实验六摇空间图形的画法	远
实验七摇多元函数微分	怨
实验八摇多元函数积分	愿
实验九摇无穷级数	怨
实验十摇微分方程	员
第三篇摇线性代数实验	员
实验十一摇行列式与矩阵	员
实验十二摇矩阵的秩与向量组的最大无关组	员
实验十三摇线性方程组	员
实验十四摇矩阵的特征值与特征向量	员
第四篇摇概率统计实验	员
实验十五摇统计数据的概括	员
实验十六摇区间估计	员
实验十七摇假设检验	员
实验十八摇回归分析	员
实验十九摇方差分析	员
实验二十摇用 摇 软件解决数理统计问题	员
第五篇摇综合实验	圆
实验二十一摇投入产出分析	圆
实验二十二摇人口迁移的动态分析	圆
实验二十三摇投资的收益和风险与生产计划中的线性规划模型	圆
实验二十四摇水箱的流量问题	圆
实验二十五摇传染病传播问题	圆
实验二十六摇多准则决策问题	圆
附录一摇高等数学图形系统(摇)	圆

异瑶安装与卸载	圆怨
异瑶系统简介	圆怨
异瑶系统使用	圆贵
附录二摇高等数学辅导系统(粤云栽)	圆园
异瑶安装与卸载	圆园
异瑶系统简介	圆园
异瑶出卷系统	圆猿
异瑶知识点库维护功能	圆缘
异瑶题库维护	圆苑
参考文献	圆怨

Degree 表示 π 弧度;

摇摇I 表示虚数单位 i

摇摇Infinity 表示无穷大;

注意 Pi ,Degree ,Infinity 的第一个字母必须大写 ,后面的字母必须小写

四、函数

在 MATLAB 中把 Sin[x] 理解为求 x 的正弦值 ,Cos[x] 理解为求 x 的余弦值 ,Sqrt[圆] 理解为求 圆的算术平方根等 ,因此 MATLAB 中的函数就是命令。这里 Sin、Cos、Sqrt 分别是正弦函数、余弦函数、开平方函数。

注意 ,MATLAB 内部常用英文全名来作为函数名 ,MATLAB 中的所有命令的第一个字母都必须大写 ,后面的字母必须小写。当函数名是由两个英文单词组成时 ,每个单词的第一个字母必须大写 ,其余的字母必须小写。MATLAB 内部采用简写的命令很少 ,只有取近似值的函数 N 以及求导数命令 D 和求全微分命令 Dt 是采用简写的形式。任何函数名后面的对象必须用方括号 [] 括起来。

MATLAB 函数(命令)的基本形式是：
函数名[表达式,选项]

例 圆 求 π 的有 圆 位有效数字的近似值。
输入

```
摇摇摇摇 N[Pi 20]
```

输出为

```
3.14159265358979323846
```

在命令中 ,N 是取近似值的函数 ,Pi 是 N 的作用对象 ,也就是表达式 ,圆 表示取 圆 位有效数字(圆 是 N 命令的参数 ,也就是 N 的选项)。

例 圆 求无理数 藻 的近似值。
输入

```
摇摇摇摇 N[E]
```

输出为

```
摇摇2.71828
```

因为没有输入参数值 ,计算机选取命令 N 的默认参数是 远 ,即取 远 位有效数字。
例 圆 求 圆的算术平方根。

输入

```
摇摇摇摇 Sqrt[2]
```

输出为

摇摇 Sqrt[2]

好像计算机没有计算援为什么呢？因为以上命令是要求给出运算的准确值，而 Sqrt[2] 的准确值就是 Sqrt[2] 援如果你要计算近似值，则应输入

摇摇摇摇 N[Sqrt[2], 20]

输出为

摇摇 1.4142135623730950488

或者输入

摇摇摇摇 Sqrt[2]//N

输出为

摇摇 1.41421

这里 Sqrt[2]//N 是命令 N[Sqrt[2]] 的另一种形式，称为后缀形式援

下面列举一些常用的函数：

曾的算术平方根 摇摇 Sqrt[x]

以 藻为底的 曾指数 Exp[x]

以 葬为底的 曾的对数 Log[a, x]

以 藻为底的 曾的对数 Log[x]

三角函数 Sin, Cos, Tan, Cot, Sec, Csc

反三角函数 摇摇摇摇 ArcSin, ArcCos, ArcTan, ArcCot, ArcSec, ArcCsc

双曲函数 Sinh, Cosh, Tanh, Coth, Sech, Csch

反双曲函数 ArcSinh, ArcCosh, ArcTanh

四舍五入函数 Round (注 Round[x] 给出最接近 曾的整数援)

取整函数 Floor (注 Floor[x] 给出不超过 曾的最大整数援)

取整函数 Ceiling (注 Ceiling[x] 给出不小于 曾的最小整数援)

取绝对值函数 Abs

灶的阶乘 n!

符号函数 Sign

取近似值 N

例 园 计算函数值援

(蚤 输入 Sign[Pi] 摇摇摇摇 输出 1

(蚤 输入 Sign[原Pi] 输出 :-1

(蚤 输入 Round[-1.52] 输出 :-2

(蚤 输入 Round[-1.4] 输出 :-1

(增 输入 Floor[-1.52] 输出 : -2

(增 输入 Floor[-1.4] 输出 : -2

五、编辑数学表达式与命令

用键盘输入的“垣”、“原”、“*”、“/”和“赞”分别表示加、减、乘、除和乘方援
2^3 表示 2 的 3 次方援关于乘号 * 配排桌非程帮经常用空格来代替援xyz 表示
字符串 ,x y z 则表示 曾* 赠 援常数与字符之间的乘号或者空格可以省略援用
键盘输入 圆乘以 曾时 ,只要连续输入 圆与 曾配排桌非程帮自己会在 圆与 曾之
间加一个空格援下面列出一些例 :

例 圆 援输入

摇摇摇摇 100^(1/4)*(1/9)^(-1/2)+8^(-1/3)*(4/9)^(1/2)*Pi

输出为

$$3\sqrt[3]{10} + \frac{\pi}{3}$$

这是准确值援如果要求近似值 ,再输入

摇摇摇摇 N[%]

输出为

摇摇 10.534

这里 % 表示上一次输出的结果 ,命令 N[%]是对上一次的结果取近似值援
还用 %% 表示上上一次输出的结果援用 % 5 表示 Out[5] 的输出结果援

例 圆 援输入

摇摇摇摇 2/3

输出为

$$\frac{2}{3}$$

输入

摇摇摇摇 2./3

输出为

摇摇 0.666667

输入整数“2” ,配排桌非程帮认为是计算精确值援输入小数“2圆” ,则认为是计算
近似值援

例 圆 援输入

摇摇摇摇 s = x * Sin[x] - Cos[x]

输出为

摇摇摇摇 $-\cos[x] + x \sin[x]$

如果输入

```
s = x * Sin[x] - Cos[x];
```

则没有输出,因为结尾有“;”号,这一语句的输出就不在屏幕上显示

配屏幕编辑用一行写一个语句(命令),两个语句之间不用加标点符号像像“,”、“:”和“.”等符号都是不能随便用的

如果一个语句太长,需要写多行,若必须在语义不完整的地方换行,则在换行时使用符号“ \backslash ”

另外在编辑表达式和命令时,可利用工具栏中提供的剪刀、复制、粘贴等按钮,其使用方法与宰爆性中的使用方法相同

六、变量赋值、定义表达式、自定义函数

首先,配屏幕编辑中的符号“越”用于赋值,而方程式(如微分方程)中的等号是用“越越”来表示的,而符号“越”用于表达式的延迟赋值

例 园园园 输入

```
y = 6
```

输出为

6

再输入

```
y = 5
```

输出为

摇摇5

这时 y 已经赋予新的值 5,再输入

```
y = x^2 + 3 x - 2
```

输出为

摇摇 $-2 + 3x + x^2$

这时 y 又代表表达式,原园园园曾总,赠只代表最后的赋值

例 园园园 将 y 定义成像 宰爆性一样,它是可以多次调用的函数关系,首先输入

```
Clear[y, s];
```

以清除原先的赋值(不清除会有问题!),然后输入


```
摇摇摇摇 k[n_]:=Sum[j {j 1 n}];
```

因为这里 n 的值目前是不知道的,只有在后面运算时(比如输入 $k[10]$)知道了 n 的值,计算机才可以计算,所以延迟赋值是必须的。

如果你做了很多的运算,虽然在“帮助”工作页面(“帮助”源*)的当前窗口删去了定义过的变量、函数和表达式,但在机器内并没有删掉,你继续做下面的运算时,必须及时地利用 `Clear` 命令清除过去的赋值或定义。

七、数表的操作与运算

前文已经出现了三种括号:圆括号 $()$ 、方括号 $[]$ 和花括号 $\{\}$ 。其中一共有四种括号,把它的用途归纳如下:

方括号 $[]$,专用于函数名之后;

圆括号 $()$,专用于运算的先后顺序;

花括号 $\{\}$,专用于集合、数表;

双括号 $[[]]$,专用于取出数表的一部分。

例 产生集合输入

```
摇摇摇摇 p={2 3 4 5}
```

就是把一个数表赋值给 `p`。这个命令的一个特点是能对集合、数表进行整体运算。例如输入

```
摇摇摇摇 p^2
```

输出为

```
摇摇{4 9 16 25}
```

再输入

```
摇摇摇摇 Sin[p]
```

输出为

```
{Sin[2], Sin[3], Sin[4], Sin[5]}
```

若要取出集合中的某个元素,则可以用 $[[]]$ 来实现。

```
摇摇摇摇 p[[1]]
```

输出为

```
摇摇2
```

即取出了集合中的第一个元素。再输入

```
摇摇摇摇 p[[{1 3}]]
```

输出为

摇摇{2 4}

即取出了集合 责的 第一个和第三个元素

例 摇摇定义矩阵与取出矩阵的一部分

摇摇摇摇 q = {{a 2 3} {b 5 6} {c 8 9}};

这个 是一个 猿伊数矩阵 ,其中{葬圆猿}是矩阵的第一行
输入

摇摇摇摇 q[[{1 2}]]

输出为

{a 2 3} {b 5 6}

输入

摇摇摇摇 q[[1 2]]

输出为

摇摇2

从这里看到 q[[{1 2}]]是取出集合 择的第一和第二个元素 ,得到了新的集合
而 q[[1 2]]是取出集合 择的第一个元素{葬圆猿}后 ,再取出它的第二个元素 圆

例 摇摇用命令 Table[]生成数表

输入

摇摇摇摇 Table[j^2 {j 8}]

输出为

摇摇{1 4 9 16 25 36 49 64}

八、查询与帮助

配葬猿有很好的帮助系统 ,不过它是用英文写的 ,如果你忘了某个命令的准确拼写 ,则可以用“?”和“*”查询 ,如输入

摇摇摇摇 ? PL *

则输出所有以 PL 为字首的 配葬猿命令 :

Plain	PlotColor	PlotPoints	Plot3D
Play	PlotDivision	PlotRange	Plot3Matrix
PlayRange	PlotJoined	PlotRegion	Plus
Plot	PlotLabel	PlotStyle	

如果你要查询 Plot 的用法和功能 ,则只要输入

摇摇摇摇 ? Plot

输出为

`Plot[f {x ,xmin ,xmax}]` generates a plot of f as a function of x from x_{\min} to x_{\max} . `Plot[{f1 ,f2 ,...} {x ,xmin ,xmax}]` plots several functions f_i .

如果你要得到更为详细的说明 ,只要输入

`?? Plot`

因篇幅太大 ,这里省略它的输出援如果你要查询命令 `Plot` 的选项 ,则可以输入

`Options[Plot]`

九、特定输入格式

前面已经出现了一些常用的特定输入格式 ,现把它们归纳在一起 :

问号“?”和“??”用于查询援

百分号“%”表示上一次输出 ,“%%”表示上上一次输出援“% n”表示第 n 次输出结果援

方括号“[]”用于函数名之后 ,圆括号“()”用于运算的先后顺序 ,花括号“{}”用于集合、数表 ,双括号“[[]]”用于取出表的一部分援

“@”为命令的前缀形式 ,例如 `:Sin@ x` 即 `Sin[x]` ;而“//”为命令的后缀形式 ,例如 `x//Sin` 即 `Sin[x]` .

算术符号“+”、“-”、“*”、“/”和“^”分别表示加、减、乘、除和乘方援“!”表示阶乘 ,“!!”表示双阶乘($6!!$ 为 48)援

等号“=”用于赋值 ,“:=”用于延迟赋值 ,“==”用于相等(方程) ,“===”用于恒等援

“!=”表示不等 ,“>”和“<”与原来的意义相同 ,“>=”和“<=”分别表示大于等于和小于等于援

“_”援用于清除以前的赋值援

“&”与“->”联合后用于代换援

句号“.”援用于点乘援

分号“;”用于不显示援

逗号“,”用于区分不同的元素和对象援

单引号“'”用于求导数援

符号“(* ”与符号“(*)”之间的内容是计算机不执行的 ,常常用于注释程序援

十、配数系统作为程序语言的特点

前所未有的灵活性和直观性是配数系统作为一种程序语言的特点因此可以根据自己的思路和习惯来编写程序下面的例子是编写定义阶乘函数 $f(n)$ 的程序,可以写出十几种方式,下面列出常用的几种方式目前对有些程序不理解也没有关系,但注意用第一种之外的方式输入 f 的定义时要使用 `Clear[f]`.

```
f[n_]:=n!  
f[n_]:=Gamma[n-1]  
f[n_]:=n f[n-1];f[1]=1  
f[n_]:=Product[j,{j,n}]  
f[n_]:=Module[{t=1},Do[t=t*j,{j,n}];t]  
f[n_]:=Module[{t=1,j},For[j=1,j<=n,j++,t=t*j];t]  
f[n_]:=Apply[Times,Range[n]]  
f[n_]:=If[n==1,1,n*f[n-1]]
```

从中可以看到,既可以利用循环语句 `Do`, `For` 和条件语句 `If` 来编写,也可以利用配数系统中的函数 `Gamma`, `Product`, `Apply` 等来编写,有时还可以利用配数系统的数表操作命令和配数系统的规则定义来编写关于循环语句 `Do`, `For` 和条件语句 `If` 的使用在以后的实验中将逐步学习. 这里的 `Module[{t=1,j},...]` 是把变量 `t`, `j` 局部化的命令援

十一、调用软件包

在配数系统的核心部分中的命令是数学中最常用的计算与操作,其他内容则放在软件包中援使用时,先要调出软件包援由于配数系统南德园版本有一定的缺点,调用软件包时要占用很多内存(配数系统南德园就改进很多),因此最好在刚刚打开配数系统南德园时,就调出你所需要的软件包援

打开配数系统南德园的粤端软目录下的杂世帮非帮帮 *援文件)就可以看见所有软件包的名称目录援为了打开你所需要的软件包,只要输入两个小于号后紧接着输入文件名和“```”就可以了,其中“```”是在键盘的帮帮键的上方援例如输入

```
摇摇摇摇 <<Graphics`FilledPlot`
```

同时按下杂帮和秘帮键,就可以打开配数系统中名为云帮帮帮的软件包援此

后,包含在这个软件包中的 FilledPlot 等命令可以供你使用援也可以输入

```
<<Graphics'
```

或

```
Needs["Graphics'"]
```

执行后就相当于打开 Graphics 子目录下的所有软件包援

要注意,如果在调用软件包 Graphics\FilledPlot.m 以前就已经使用了这个软件包中的 云盘命令,在发现失败后再调用软件包 Graphics\FilledPlot.m,这时要先使用 Remove[FilledPlot]命令解除原先对 FilledPlot 的定义,然后才能使用 Graphics\FilledPlot 中的 FilledPlot 命令.

再举一个例子:配 求向量场的散度的命令是 Div[],但可能不记得是否需要调用软件包援比如已经输入求 $\text{粤} = \{ \text{曾}, \text{赠}, \text{扎} \}$ 的散度命令

```
Div[{x^2,y^2,z^2}]
```

但发现得不到结果后,再输入调用向量分析软件包命令

```
<<Calculus'VectorAnalysis'
```

执行以后,要输入

```
Remove[Div];
```

再输入

```
SetCoordinates[Cartesian[x,y,z]];
Div[{x^2,y^2,z^2}]
```

才能得到正确结果:

$$2x + 2y + 2z$$

十二、保存和退出

配 很容易保存 晕 中显示的内容,打开位于窗口第一行的 云菜单,点击 后得到保存文件时的对话框,按要求操作后即可把所要的内容存为 * 援 文件(存于 粤盘或其他盘)援如果想保存全部输入的命令,而不想保存全部输出结果(这样可以减小保存的文件),则可以打开下拉式菜单 运 选中 阅 援然后再执行保存命令援退出 配 与退出 宰 的操作是一样的援

在输入了不正确的命令后,配 可能陷入死循环,这时 晕 中相应的输入单元的右边的半个方括号永远处于变粗和变色状态,这时可以打开