

普通高等教育专升本招生考试辅导丛书

高等数学考前冲刺

普通高等教育专升本招生考试命题研究中心 编

主 编 岳忠玉
编 者 胡红亮 赵芳玲
韩慧蓉

西 北 大 学 出 版 社

前 言

《高等数学考前冲刺》一书的作者,均为多年来从事高等数学教学工作和参加专升本考前资料编写及实际辅导的、具有丰富经验的一线教师。该书作者对专升本高等数学考试大纲及考题进行过专门分析和研究,熟悉专升本大纲要求,对考试内容及常考点胸中有数。在此基础上,该书作者严格按照最新《普通高校在校生专升本高等数学考试大纲》内容及要求编写了《高等数学考前冲刺》。该书大部分材料在本省高职高专专升本考前辅导中使用多年,实践效果明显。本书切合专升本考生实际,难易程度与《普通高校在校生专升本高等数学考试大纲》要求相吻合,重点、考点突出,解析明了、透彻,举一反三,能真正达到为学生服务的目的。

在专升本考试中取得好成绩是广大考生的最大的心愿。我们有理由相信,广大考生的这一心愿一定会实现。

该书不仅是广大专升本学生的考前必备,同时也是同一层次学生学习高等数学时理想的参考书。

祝广大考生取得好成绩,顺利升入自己理想的高等学府,实现继续深造的梦想。

由于时间仓促,书中难免出现错误,欢迎读者、批评指正。

普通高等教育专升本招生考试命题研究中心

2006年2月

目 录

前 言

第一部分	(1)
一、2006 年陕西省普通高等教育专升本招生考试高等数学科介绍	(1)
二、2006 年陕西省普通高等教育专升本招生考试高等数学样题、参考答案及评分参考	(7)
第二部分	(21)
一、一元函数、极限与连续	(21)
考试内容简介	(21)
考试题型分析	(24)
重点难点剖析	(36)
模拟训练试题	(39)
参考答案与提示	(44)
二、一元函数微分学	(47)
考试内容简介	(47)
考试题型分析	(50)
重点难点剖析	(64)
模拟训练试题	(71)
参考答案与提示	(77)
三、一元函数积分学	(82)
考试内容简介	(82)
考试题型分析	(84)
重点难点剖析	(96)
模拟训练试题	(99)
参考答案与提示	(104)
四、向量代数与空间解析几何	(108)
考试内容简介	(108)
考试题型分析	(112)
重点难点剖析	(121)
模拟训练试题	(122)

参考答案与提示	(125)
五、多元函数微分学	(127)
考试内容简介	(127)
考试题型分析	(131)
重点难点剖析	(142)
模拟训练试题	(146)
参考答案与提示	(149)
六、多元函数积分学	(152)
考试内容简介	(152)
考试题型分析	(156)
重点难点剖析	(166)
模拟训练试题	(170)
参考答案与提示	(174)
七、无穷级数	(177)
考试内容简介	(177)
考试题型分析	(181)
重点难点剖析	(189)
模拟训练试题	(190)
参考答案与提示	(194)
八、常微分方程	(197)
考试内容简介	(197)
考试题型分析	(199)
重点难点剖析	(203)
模拟训练试题	(206)
参考答案与提示	(209)
第三部分	(212)
一、全真模拟试题	(212)
模拟试题一	(212)
模拟试题二	(216)
模拟试题三	(220)
模拟试题四	(224)
模拟试题五	(228)
二、全真模拟试题参考解答	(232)
附 录	(251)
2005 年陕西省普通高等学校在校生专升本招生考试高等数学试题及参考答案	(254)

图书在版编目(CIP)数据

高等数学考前冲刺/普通高等教育专升本招生考试命题研究中心编.
西安:西北大学出版社,2006.2

(普通高等教育专升本招生考试辅导丛书)

ISBN 7-5604-2109-1

I. 高… II. 普… III. 高等数学—教育;高等教育—升学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 007904 号

普通高等教育专升本招生考试辅导丛书

高等数学考前冲刺

编 者 普通高等教育专升本招生考试命题研究中心

出版发行 西北大学出版社

地 址 西安市太白北路 229 号

邮政编码 710069

购书电话 (029)88303059 88303313

印 刷 陕西奇彩印务有限责任公司

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 16.5

字 数 381 千字

版 次 2006 年 2 月第 1 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5604-2109-1/O · 132

定 价 22.00 元

第一部分

一、2006年陕西省普通高等教育专升本招生考试 高等数学科介绍

I. 考试范围

普通高校在校生专升本招生考试高等数学考试范围包括:函数与极限,一元函数微分学及其应用,一元函数积分学及其应用,向量代数与空间解析几何,多元函数微分学,多元函数积分学,无穷级数,常微分方程。

II. 考试内容与要求

要求考生全面掌握高等数学所涉及的基本概念、基本理论和基本运算技能,具有本科学习所必需的抽象思维能力、逻辑推理能力、基本运算能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。具体要求可分为较高要求和一般要求两个层次:较高要求需要考生深入理解、牢固掌握、熟练应用,其中概念、理论用“理解”一词表述,方法、运算用“掌握”一词表述;一般要求也是不可缺少的,只是在要求上低于前者,其中概念、理论用“了解”一词表述,方法、运算用“会”或“了解”表述。

各部分考试内容及具体要求如下:

一、函数与极限

考试内容

1. 函数的概念及表示法。函数的有界性、单调性、奇偶性和周期性。反函数、隐函数和复合函数。基本初等函数的性质及其图形。初等函数。简单应用问题的函数关系的建立。

2. 数列极限的定义及性质。函数极限的定义及性质。函数的左、右极限。无穷小与无穷大。无穷小的比较。极限的四则运算。极限存在的夹逼准则和单调有界准则。两个重要极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ 。

3. 函数连续的概念。函数间断点及其类型。函数和、差、积、商的连续性。反函数及复合函数的连续性。初等函数的连续性。闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理,介值定理)。

考试要求

1. 理解函数的概念,掌握函数表示法。
2. 了解函数的有界性、单调性、奇偶性和周期性。
3. 理解复合函数的概念,了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形。

5. 会建立简单应用问题的函数关系。
6. 理解数列极限和函数极限的概念,理解函数的左、右极限的概念以及极限存在与左、右极限之间的关系。
7. 掌握极限的性质及四则运算法则。
8. 掌握极限存在的两个准则,并会利用其求极限。
9. 掌握利用两个重要极限求极限的方法。
10. 理解无穷小、无穷大的概念,会无穷小的比较。
11. 理解函数连续性的概念,会判别函数间断点的类型。
12. 会应用初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理)。

二、一元函数微分学及其应用

考试内容

1. 导数的概念。导数的几何意义和物理意义。平面曲线的切线和法线。函数可导性和连续性之间的关系。函数和、差、积、商的求导法则。复合函数及反函数的求导法则。隐函数的导数及对数求导法。由参数方程所确定的函数的求导法则。基本初等函数的导数公式。初等函数的可导性。高阶导数的概念。

2. 微分的概念。微分的几何意义。函数可导与可微的关系。微分的四则运算法则。微分形式不变性。

3. 罗尔中值定理。拉格朗日中值定理。柯西中值定理。泰勒定理。罗必达法则。函数单调性。函数的极值。函数的最大值和最小值。函数图形的凹凸性、拐点及渐近线。函数图形的描绘。弧微分。

考试要求

1. 理解导数的概念及其几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程。
2. 了解导数的物理意义。
3. 理解函数的可导性与连续性之间的关系。
4. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,会求分段函数和反函数的导数。
5. 掌握基本初等函数的导数公式,了解初等函数的可导性。
6. 了解高阶导数的概念,会求简单函数的 n 阶导数,会求隐函数和用参数方程所确定的函数一阶与二阶导数。
7. 理解微分的概念及其几何意义。了解函数可导与可微的关系。
8. 掌握微分的四则运算法则,了解微分形式不变性。
9. 理解并会用罗尔中值定理、拉格朗日中值定理,了解并会用柯西中值定理和泰勒定理。
10. 掌握用罗必达法则求未定式极限的方法。
11. 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用。
12. 会用导数判断函数图形的凹凸性,会求函数图形的拐点。会求函数图形的水平和铅直渐近线,会描绘函数的图形。

三、一元函数积分学及其运用

考试内容

1. 原函数和不定积分的概念。不定积分的基本性质。基本积分公式。不定积分的换元积分法和分部积分法。
2. 定积分的概念。定积分的几何意义和物理意义。定积分的性质。定积分的中值定理。变上限定积分及其导数。牛顿——莱布尼兹公式。定积分的换元积分法和分部积分法。定积分的简单应用。

考试要求

1. 理解原函数和不定积分的概念。
2. 掌握不定积分的基本公式和性质。
3. 掌握不定积分的换元积分法和分部积分法。
4. 理解定积分的概念,了解定积分的几何意义和物理意义。
5. 掌握定积分的性质,理解定积分的中值定理。
6. 掌握定积分的换元积分法和分部积分法。
7. 理解变上限定积分是其上限的函数及其求导定理,掌握牛顿——莱布尼兹公式。
8. 会用定积分表达和计算一些几何量与物理量:平面图形的面积,平面曲线弧长,旋转体的体积与侧面积,平行截面面积为已知的立体体积,变力做功,引力等。

四、向量代数与空间解析几何

考试内容

1. 向量的概念,向量的线性运算。两向量的数量积和向量积。两向量的夹角。两向量垂直和平行的条件。
2. 空间直角坐标系。向量的坐标表达式。单位向量。方向数和方向余弦。
3. 平面方程、直线方程。点到平面和点到直线的距离。平面与平面,直线与直线,平面与直线的相互关系。
4. 空间曲线及曲面。

考试要求

1. 理解向量的概念及其表示,掌握向量的线性运算、数量积和向量积,了解两向量的夹角以及两向量垂直和平行的条件。
2. 理解空间直角坐标系,掌握向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法,掌握单位向量、方向数和方向余弦。
3. 掌握平面方程和直线方程及其求法,会求点到平面和点到直线的距离,会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题。
4. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念。了解常用二次曲面的方程及其图形。

五、多元函数微分学

考试内容

1. 多元函数的概念。二元函数极限和连续的概念。有界闭域上连续函数的性质。
2. 偏导数的概念。高阶偏导数的概念。全微分的概念。全微分存在的必要条件和充

分条件。多元复合函数、隐函数的求导法。方向导数和梯度的概念。

3. 空间曲线的切线和法平面。曲面的切平面和法线。多元函数的极值和条件极值。拉格朗日乘数法。多元函数的最大值和最小值。

考试要求

1. 理解多元函数的概念,了解二元函数的极限与连续性的概念,了解有界闭域上连续函数的性质。

2. 理解偏导数和高阶偏导数的概念。

3. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法,会求隐函数的偏导数。

4. 理解方向导数和梯度的概念,并掌握其计算方法。

5. 理解全微分的概念,了解全微分存在的必要条件和充分条件。

6. 了解曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念,并会求它们的方程。

7. 理解多元函数的极值和条件极值的概念,掌握多元函数极值存在的必要条件,了解判定二元函数极值的充分条件,会求二元函数的极值,会用拉格朗日乘数法求条件极值。

六、多元函数积分学

考试内容

1. 二重积分的概念及性质。二重积分在直角坐标系和极坐标系中的计算。二重积分的简单应用。

2. 对弧长的曲线积分和对坐标的曲线积分的概念、性质及计算。两类曲线积分的关系。格林公式。

考试要求

1. 理解二重积分的概念,了解二重积分的性质,了解二重积分的中值定理。

2. 掌握二重积分在直角坐标系和极坐标系中的计算方法。

3. 理解两类曲线积分的概念,了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。

4. 会计算两类曲线积分。

5. 会用格林公式。

6. 会用重积分、曲线积分求一些几何量和物理量。

七、无穷级数

考试内容

1. 常数项级数及其收敛与发散的概念。常数项级数的基本性质及收敛的必要条件。几何级数与 P 级数的敛散性。正项级数的比较审敛法和比值审敛法。交错级数的莱布尼兹定理。常数项级数的绝对收敛与条件收敛的概念。

2. 函数项级数及其收敛域、和函数的概念。幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域。幂级数在其收敛区间内的基本性质。简单幂级数的和函数求法。函数泰勒级数的概念。函数可展开为泰勒级数的充分必要条件。函数展开为幂级数的唯一性。 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$ 和 $(1+x)^a$ 的麦克劳林展开式。

考试要求

1. 理解常数项级数及其收敛与发散的概念,了解常数项级数绝对收敛与条件收敛的

概念。

2. 掌握常数项级数的基本性质及收敛的必要条件。
3. 掌握几何级数与 P 级数的敛散性。
4. 会用正项级数的比较审敛法和比值审敛法。
5. 会用交错级数的莱布尼兹定理。
6. 了解函数项级数及其收敛域、和函数的概念。
7. 掌握幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域的求法。
8. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质,会求简单幂级数的和函数。
9. 了解函数的泰勒级数的概念以及函数展开为泰勒级数的充分必要条件,了解函数幂级数展开式的唯一性。
10. 掌握 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$ 和 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林展开式,并会利用它们将一些简单的函数间接展开为幂级数。

八、常微分方程

考试内容

1. 常微分方程的概念。微分方程的阶、解、通解及特解的概念。初始条件。初值问题及其特解。线性微分方程。
2. 变量可分离的微分方程。一阶线性微分方程。可降阶的高阶微分方程。
3. 线性微分方程解的性质及通解的结构定理。二阶常系数线性齐次微分方程的解法。简单的二阶常系数线性非齐次微分方程的解法。
4. 微分方程的简单应用问题。

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解和特解等概念。
2. 了解初始条件、初值问题及初值问题特解的概念。
3. 了解线性齐次微分方程和线性非齐次微分方程的概念。
4. 掌握变量可分离的微分方程和一阶线性微分方程的解法。
5. 会用降阶法解微分方程: $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$ 。
6. 理解线性微分方程解的性质及通解的结构定理。
7. 掌握二阶常系数线性齐次微分方程的解法。
8. 会求解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数的二阶常系数线性非齐次微分方程。
9. 会用微分方程解决一些简单的应用问题。

Ⅲ. 考试形式及试卷结构

一、考试形式

1. 考试形式为闭卷、笔试。试卷满分 150 分。答卷时间 150 分钟。
2. 试卷采用分卷形式,分卷包括试题和答题纸两部分。考生必须将答案写在答题纸上,写在试题上的答案无效。

二、试卷题型

选择题	16%
填空题	16%
计算题	54%
应用题与证明题	14%

三、试题难度

容易题	30%
中等题	50%
较难题	20%

二、填空题:本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

6. 已知函数 $f(x + \frac{1}{x}) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$, 则函数 $f(x)$ 等于_____.

7. 已知极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x = 9$, 则常数 a 等于_____.

8. 设 $f'(x_0)$ 存在, 则极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - h)}{h}$ 等于_____.

9. 曲面 $e^{x+y} + x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 在 $(0, 0, 1)$ 处的切平面方程是_____.

10. 设积分区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq 2x\}$, 则二重积分

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \text{ 等于 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、计算题:本大题共 10 小题,每小题 8 分,共 80 分。计算题要有计算过程。

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \tan x + \frac{\int_0^{\sin^2 x} \ln(1+t) dt}{x^2(e^{x^2} - 1)} \right)$.

12. 设参数方程 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$ 确定函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

13. 试问 a 为何值时, 函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值, 它是极大值还是极小值? 并求出此极值.

14. 设函数 $z = f(e^{x+y}, \frac{x}{y})$, 其中函数 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

15. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有二阶导数, 且 $f(0) = f'(0) = 0$,

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, \text{ 求 } g'(0).$$

16. 计算不定积分 $\int \frac{\arctan e^x}{e^{2x}} dx$.

17. 已知函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 且满足 $f(2) = \frac{1}{2}, f'(2) = 0$ 及 $\int_0^2 f(x) dx = 1$, 求 $\int_0^1 x^2 f''(2x) dx$.

18. 计算曲线积分 $I = \oint_L (-x^2 y) dx + xy^2 dy$, 其中 L 是区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2y\}$ 的正向边界曲线.

19. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots$ 的收敛区间及和函数, 并计算级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2^n} \text{ 的和.}$$

20. 设 $f(x) = e^x + 4 \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 其中 $f(x)$ 为连续函数, 求 $f(x)$.

四、应用题与证明题: 本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分。计算题要有计算过程, 证明题要有证明过程。

21. 求由曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 及 $z = 6 - 2x^2 - y^2$ 所围成的立体体积.

22. 证明: 当 $x > 0$ 时, $e^x - 1 > (1+x)\ln(1+x)$.

三、计算题：本大题共 10 小题，每小题 8 分，共 80 分。

得分	评卷人

11.

得分	评卷人

12.

得分	评卷人

13.

得分	评卷人

14.