

高等数学(二)标准预测试卷(一)

(考试时间 150 分钟)

题号	一	二	三	四	五	总分	
得分						核分人	
得分						复查人	

第一部分 选择题

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题(本大题共 15 小题,每小题 4 分,共 60 分)在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并在“答题卡”的相应代码涂黑。未涂、错涂或多涂均无分。

1. 下列行列式中值为 0 的是 ()

下列行列式	A	B	C	D
	B	C	D	A
	D	A	C	B
	A	D	B	C

()

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A+B$ 的逆矩阵为 ()

()

3. 下列矩阵中与矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 乘法可换的矩阵是 ()

<p>A $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>B $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>C $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>D $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$</p>	<p>A $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>B $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>C $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>D $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$</p>
---	---

4. 已知 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, 则 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 为 ()

()

<p>A $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>B $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>C $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>D $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$</p>	<p>A $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>B $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>C $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>D $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$</p>
---	---

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ 有唯一解, 则 a 取值的范围是 ()

- (A) $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$
- (B) $a \neq 1$ 且 $a \neq 3$
- (C) $a \neq 2$ 且 $a \neq 3$
- (D) $a \neq 1$ 且 $a \neq 3$

设 α_1, α_2 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的两个线性无关解向量, 则下列结论正确的是 ()

- (A) α_1, α_2 一定是 $Ax=0$ 的基础解系
- (B) α_1, α_2 一定不是 $Ax=0$ 的基础解系
- (C) α_1, α_2 有可能是 $Ax=0$ 的基础解系
- (D) α_1, α_2 不一定是 $Ax=0$ 的解

向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (0, 1, 0)^T, \alpha_3 = (0, 0, 1)^T$, 则下列结论正确的是 ()

- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是 R^3 的一组基
- (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关
- (C) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关但不是 R^3 的一组基
- (D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是 R^3 的标准正交基

设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值为 ()

- (A) $1, 1, 1$
- (B) $1, 0, 0$
- (C) $0, 1, 1$
- (D) $0, 0, 1$

设下列矩阵中与对角矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 相似的是 ()

- (A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

设实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ 的符号差为 ()

- (A) $2, 1$
- (B) $2, 0$
- (C) $1, 1$
- (D) $1, 0$

盒中放有红、白两种球各若干个, 从中任取 2 个球, 设事件 A 为“2 个中至少有 1 个白球”, 事件 B 为“2 个中恰好有一个白球”, 则事件 A 与 B 的关系是 ()

- (A) $A \supset B$
- (B) $A \supset \bar{B}$
- (C) $A \supset B \cup \bar{B}$
- (D) $A \supset \bar{B} \cup \bar{A}$

某学习小组有 10 名同学, 其中 6 名男生, 4 名女生, 从中任选 2 人参加社会活动, 则 2 人全为男生的概率是 ()

粤 苑
圆

月 苑
园

悦 圆
猿

阅 缘
愿

员 将 苑 个球依次编号 员至 苑 放入袋中,从中任取两个,两球号码之和记作 载,则 孕(载 ≤ 苑) 越 (摇摇)

粤 愿
缘

月 苑
缘

悦 源
缘

阅 源
缘

员 一个随机变量的均值与方差相等,则这个随机变量不能服从 (摇摇)
粤 二次分布 月 普阿松分布
悦 指数分布 阅 正态分布

员 设随机变量 曾 的概率密度为 责(曾) 越 $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}, & \text{园约曾约员} \\ \text{园}, & \text{其它} \end{cases}$ 则 悦(越) (摇摇)

粤 员

月 猿
圆

悦 圆
猿

阅 圆

员 设 载 ~ 晕(μ, σ²), 其中 μ 已知而 σ 未知,且 载_{1}, 载_{2}, 载_{3} 是取自总体 载 的样本,则下列不能作为统计量的是 (摇摇)}}}

粤 载_{1} + 垣 载_{2} + 垣 载_{3}}}}

月 载_{1} + 垣 载_{2} + 垣 载_{3} + 原 μ}}}

悦 $\frac{\text{载原}\mu}{\sigma}$

阅 $\frac{\text{载}_1}{\text{载}_2} + \frac{\text{载}_2}{\text{载}_3} + \frac{\text{载}_3}{\text{载}_1}$

员 设 载 ~ 晕(μ, σ²), 载_{1}, 载_{2} 是取自总体 载 的样本,令 $\mu_1 = \frac{\text{载}_1}{\text{圆}}, \mu_2 = \frac{\text{载}_1 + \text{载}_2}{\text{圆}}, \mu_3 = \frac{\text{载}_1 + \text{载}_2 + \text{载}_3}{\text{猿}}$ 则下列作为 μ 的估计量优良性最好的是 (摇摇)}}

粤 μ_1

月 μ_2

悦 μ_3

阅 不能确定

员 设总体 载 ~ 晕(μ, σ²), 载_{1}, 载_{2}, ..., 载_{n} 是取自总体的样本,则 $\frac{\text{员}}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\text{载}_i - \mu)^2 \sim$ (摇摇)}}}

粤 $\chi^2(n-1)$

月 $\chi^2(n)$

悦 $\chi^2(n-2)$

阅 $\chi^2(n)$

员 假设检验时根据统计量所服从的分布为标准正态分布、t 分布、χ² 分布和 F 分布而分别称为

得分	评卷人	复查人

三、计算题(本大题共 4 小题,每小题 10 分,共 40 分)

求解线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ 的全部解

随机抽取了某商店 10 个月的销售额与利润的统计数据 (见下表), 求当销售额为 100 万元时, 利润的线性回归估计值.

月份	销售额 x_i (万元)	利润 y_i (万元)
1	80	6
2	85	7
3	90	8
4	95	9
5	100	10
6	105	11
7	110	12
8	115	13
9	120	14
10	125	15

得分	评卷人	复查人

四、证明题(本大题共 4 小题,每小题 8 分,共 32 分)

1. 设 A 为 n 阶方阵, 满足

$$A^2 - 2A + I = O$$

且 $A \neq O$ (单位方阵), 证明 $\lambda = 1$ 是 A 的一个特征值

2. 设 (ξ, η) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

证明 ξ 与 η 相互独立

得分	评卷人	复查人

五、综合应用题(本大题共 3 小题,每小题 10 分,共 30 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q 与对角矩阵 Λ , 使 A 与 Λ 正交相似

设随机变量 ξ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

并且 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ 求 k 及 $F(x)$

高等数学(二)标准预测试卷(二)

(考试时间 150 分钟)

题号	一	二	三	四	五	总分	
得分							
得分							

第一部分 选择题

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题(本大题共 15 小题,每小题 4 分,共 60 分)在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并在“答题卡”的相应代码涂黑。未涂、错涂或多涂均无分。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 的极限是 ()

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{3}$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

(A) 不可导 (B) 可导且 $f'(0) = 0$ (C) 可导且 $f'(0) = 1$ (D) 可导且 $f'(0) = 2$

(A) 不可导

(B) 可导且 $f'(0) = 0$

(C) 可导且 $f'(0) = 1$

(D) 可导且 $f'(0) = 2$

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A+B$ 的行列式 $|A+B|$ 的值为 ()

(A) 1

(B) 5

(C) 17

(D) 25

4. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 均线性无关, 则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ()

选项 A 一定线性无关

选项 B 一定线性相关

选项 C 不能由 α_1, α_2 线性表示

选项 D 既可以线性相关也可以线性无关

选项 E 为 2 阶方阵, E 为 2 阶单位方阵, 且 $|A| > 0$ 则一定有

(摇摇)

选项 A 则 $|A| > 0$

选项 B 则 $|A| > 0$

选项 C 则 $|A| > 0$

选项 D 则 $|A| > 0$

选项 E 下列命题错误的是

(摇摇)

选项 A 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关, 则其任意部分向量也线性无关

选项 B $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关的充分必要条件是零向量可以唯一表示成 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 的线性组合

选项 C 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性相关, 则其中每一向量都可以表示成其余向量的线性组合

选项 D 任意 n 维向量一定线性相关

选项 E 若 n 是方程个数小于未知量个数的线性方程组, 则有

(摇摇)

选项 A 有无穷多解

选项 B 有非零解

选项 C 仅有零解

选项 D 无解

选项 E 若 A 为正交矩阵, 则下列矩阵中不是正交矩阵的是 (其中 n 为正整数, $n \neq 1$)

(摇摇)

选项 A A^T

选项 B A^{-1}

选项 C A^n

选项 D A^{-n}

选项 E 二次型 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$ 为正定二次型, 则 A 满足的条件是

(摇摇)

选项 A $A = I$

选项 B $A = 2I$

选项 C $A = I$

选项 D $A = 2I$

选项 E 数据源不是一组观察值

(摇摇)

选项 A 平均数

选项 B 中位数

选项 C 众数

选项 D 极差

选项 E 下列各式正确的是

(摇摇)

选项 A $\overline{A \cdot B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

选项 B $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

选项 C $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

选项 D $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

选项 E 设 A, B 为相互独立事件, 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, 则 $P(B) = \frac{1}{4}$

(摇摇)

粤 员
圆

月 员
园

悦 员
源

阅 圆
缘

员 粤 悦 粤 与 月 为 互 不 相 容 事 件 , 且 孕 粤 跃 园 孕 月 跃 园 则 有 (摇摇)

粤 孕 粤 悦 孕 粤 孕 月

月 孕 月 孕 粤 越 园

悦 孕 粤 孕 月 越 孕 粤

阅 孕 月 孕 粤 越 孕 月

员 粤 悦 随 机 变 量 $\xi \sim \text{晕}(\text{园}, \text{源})$ 则 孕 $\xi \leq \text{员}$ 越 (摇摇)

粤 $\frac{\text{员}}{\text{园}} \frac{\text{员}}{\sqrt{\text{园}}}$

月 $\frac{\text{员}}{\text{园}} \frac{\text{员}}{\sqrt{\text{园}}}$

悦 $\frac{\text{员}}{\sqrt{\text{园}}}$

阅 $\frac{\text{员}}{\sqrt{\text{园}}}$

员 粤 悦 已 知 耘 (ξ) 越 原 员 阅 (ξ) 越 猿 则 耘 猿 $(\text{园}, \text{员})$ 越 (摇摇)

粤 远

月 怨

悦 园

阅 远

员 粤 悦 每 张 奖 卷 中 未 等 奖 的 概 率 为 责 某 人 随 机 购 买 了 圆 张 奖 卷 , 设 中 未 等 奖 的 张 数 为 ξ 则 ξ 服 从 (摇摇)

粤 正 态 分 布

月 指 数 分 布

悦 普 阿 松 分 布

阅 二 项 分 布

员 粤 悦 设 云 孕 越 孕 $\xi \leq \text{曾}$ 是 随 机 变 量 ξ 的 分 布 函 数 , 则 以 下 结 论 错 误 的 是 (摇摇)

粤 云 曾 是 定 义 域 为 $(\text{原}, \text{垣})$ 上 的 实 函 数

月 $\frac{\text{云}(\text{曾})}{\text{云}(\text{原})} \leq \frac{\text{云}(\text{曾})}{\text{云}(\text{原})}$ 越 员

悦 孕 葬 约 $\xi \leq \text{遭}$ 越 云 遭 原 云 葬

阅 对 一 切 实 数 曾 有 园 约 云 曾 约 员

员 粤 悦 设 载 $\sim \text{晕}(\mu, \sigma^2)$ 且 σ^2 未 知 , 则 均 值 μ 的 置 信 度 员 原 α 的 置 信 区 间 为 (摇摇)

粤 $(\text{载原}, \text{载垣})$

月 $(\text{载原}, \text{载垣})$

悦 $(\text{载原}, \text{载垣})$

阅 $(\text{载原}, \text{载垣})$

注 : 此 题 中 杂 越 $\frac{\text{员}}{\sqrt{\text{灶}}}$ 是 标 准 正 态 分 布 随 机 变 量 怎 满 足 责 原 在 约 哉 约

在 χ^2 分布中, 自由度为 n 的 χ^2 分布随机变量 X 满足 $P\{X > \chi^2_{\alpha}(n)\} = \alpha$, 则 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 称为 χ^2 分布的上 α 分位数. 若 $X \sim \chi^2(n)$, 则 $P\{X > \chi^2_{\alpha}(n)\} = \alpha$.

第二部分 非选择题

得分	评卷人	复查人

二、简答题(本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分)

1. 设 λ 是 n 阶方阵 A 的特征值, λ^k (k 为正整数) 是否是 A^k 的特征值? 为什么?

2. 若 ξ 服从普阿松分布且 $P\{\xi = k\} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$, 问 $E(\xi)$ 与 $D(\xi)$ 各为多少?

得分	评卷人	复查人

三、计算题(本大题共 4 小题,每小题 10 分,共 40 分)

已知 $X \sim N(0, 1)$ 且 X 与 Y 满足 $X^2 + Y^2 \sim \chi^2(2)$, 求 Y 的

盒子中放有三白两黑共 5 个球,甲从中任取两个球,甲取后不放入,乙再从中任取两个球,设 ξ, η 分别为甲、乙取到的白球个数,求 (ξ, η) 的联合分布及各自的边缘分布

得分	评卷人	复查人

四、证明题(本大题共 4 小题,每小题 8 分,共 32 分)

1. 设 A 为 n 阶实对称矩阵,证明:如果 A 为正定矩阵则存在 n 阶方阵 C ,使 $A = C^T C$.

2. 设总体 X 的分布中有未知参数 θ , X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本, $T_1 = \sum_{i=1}^n X_i$ 和 $T_2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$ 是两个统计量,并且

$$E(T_1) = n\theta, E(T_2) = n(2\theta^2 + \sigma^2)$$

证明统计量 $T = \frac{T_1^2}{n} - T_2$ 是 θ 的无偏估计量

得分	评卷人	复查人

五、综合应用题(本大题共 4 小题,每小题 10 分,共 40 分)

设线性方程组为

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$$

当 λ 为何值时方程组有无穷多解,并求出其全部解

甲、乙、丙三门高射炮同时打飞机,它们各自的命中率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 。如果打中一炮、二炮、三炮飞机被击落的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$ 。求三门炮同时发射一炮而飞机被击落的概率。

高等数学(二)标准预测试卷(三)

(考试时间 150 分钟)

题号	一	二	三	四	五	总分	
得分							
得分							

第一部分 选择题

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题(本大题共 15 小题,每小题 4 分,共 60 分)在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并在“答题卡”的相应代码涂黑。未涂、错涂或多涂均无分。

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$ 的值为 ()

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

2. 设 A, B 为 n 阶方阵, 则下列各式中正确的是 ()

- (A) $A(B+C) = AB+AC$
- (B) $(A+B)C = AC+BC$
- (C) $A(BC) = (AB)C$
- (D) $(AB)C = A(BC)$

3. 设 A 为 n 阶方阵且 $|A| = 2$, 则 $|2A|$ 的值为 ()

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 8
- (D) 16

4. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 则 ()

- (A) α_1, α_2 线性相关
- (B) α_1, α_3 线性相关
- (C) α_2, α_3 线性相关
- (D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 中至少有一个为零向量