

第一单元 整式的运算

课标定位梳理	1
1. 整式 整式的加减	2
2. 同底数幂的乘法 幂的乘方与积的乘方 同底数幂的除法	15
3. 整式的乘法 平方差公式 完全平方公式	25
4. 整式的除法	36
思维整合升华	44

第二单元 平行线与相交线

课标定位梳理	51
1. 台球桌面上的角 探索直线平行的条件	52
2. 平行线的特征 用尺规作线段和角	64
思维整合升华	80

第三单元 生活中的数据

课标定位梳理	91
1. 认识百万分之一	92
2. 近似数和有效数字 世界新生儿图	97
思维整合升华	106

第四单元 概率

课标定位梳理	115
1. 游戏公平吗 摸到红球的概率	116
2. 停留在黑砖上的概率	123
思维整合升华	132
期中测试题	139

第五单元 三角形

课标定位梳理	142
1. 认识三角形 图形的全等 图案设计	143
2. 全等三角形 探索三角形全等的条件	152
3. 作三角形 利用三角形全等测距离 探索直角三角形全等的条件	170
思维整合升华	186

第六单元 变量之间的关系

课标定位梳理	198
小车下滑的时间 变化中的三角形 温度的变化 速度的变化	199
思维整合升华	214

第七单元 生活中的轴对称

课标定位梳理	225
1. 轴对称现象 简单的轴对称图形 探索轴对称的性质	226
2. 利用轴对称设计图案 镜子改变了什么 镶边与剪纸	239
思维整合升华	253
期末测试题	262
参考答案	266

第一单元 整式的运算

课标定位梳理

一、本单元目标定位

1. 知识目标定位

(1)了解整式产生的背景和整式的概念,能求整式的次数,会进行整式的加减运算.

(2)了解同底数幂乘法、除法的运算性质及幂的乘方的运算性质,并能解决一些实际问题.

(3)会推导平方差公式、完全平方公式,并能运用公式进行简单的计算.

2. 能力目标定位

(1)在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义,发展符号感.通过本单元的学习,掌握实际问题转化为数学问题的方法,培养分析问题、解决问题的能力.

二、本单元学法指导

学习本单元内容应注意以下的数学思想方法和规律.

1. 以“问题情境—数学模型—求解模型”为主线索学习整式及其运算的内容

注重从问题情境中寻求数量关系,运用数学符号建立数学模型,并利用数学符号运算解决实际问题.

2. 转化的数学思想方法

在数学运算中,常常需要将复杂问题转化为简单问题,将生疏问题转化为熟悉问题.本章中有的习题在解决过程中运用了“整体代换”的思维方法,通过代换实现了转化,从而达到提高分析问题和解决问题的目的.

3. 数形结合的数学思想方法

本单元从面积的角度解释多项式乘法、平方差公式、完全平方公式等内容,通过数形结合的思想方法增强学生的理解能力和应用能力.

1. 整 式

整式的加减



自主学习提示

一、相关知识链接

1. 有理数的加法法则

(1) 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加.

(2) 绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值, 相反数的两个数相加得 0.

(3) 一个数同 0 相加, 仍得这个数.

2. 有理数加法的运算律

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$.

即有理数的加法中, 两个数相加, 交换加数的位置, 和不变.

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

即有理数的加法中, 三个数相加, 先把前两个数相加, 或者先把后两个数相加, 和不变.

3. 与有理数减法有关的问题

(1) 有理数的减法法则: $a - b = a + (-b)$.

即减去一个数, 等于加上这个数的相反数.

(2) 有理数减法的运算步骤:

① 将减号变为加号, 把减数变为减数的相反数.

② 按照加法运算步骤去做.

4. 去括号法则

如果括号前面是“+”号, 去掉括号, 括号里各项的符号不改变; 如果括号前面是“-”号, 去掉括号, 同时改变括号里各项的符号.

二、重难点知识提示

重点: 整式的有关概念及整式的加减运算.

难点: 对整式有关概念的理解及去括号合并同类项.

发散思维分析



一、整式的有关概念

1. 单项式

由数与字母的积组成的代数式叫做单项式, 单独一个字母或数也是单项式.

单项式中的数字因数叫做单项式的系数.

单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数.

2. 多项式

几个单项式的和叫做多项式.

在多项式中的每个单项式叫做多项式的项. 其中不含字母的项叫做常数项.

每一项应包括它前面的符号. 在变更项的位置时, 一定要带着符号走.

一个多项式有几项就叫做几项式, 次数最高项的次数就叫做多项式的次数.

3. 整式

单项式与多项式统称整式.

二、整式的加减

1. 同类项

所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项. 几个常数项也是同类项.

2. 合并同类项

把多项式中的同类项合并成一项, 即把它们的系数相加作为新的系数, 而字母部分不变, 叫做合并同类项.

3. 降(升)幂排列法

把一个多项式的各项按照某一个字母的指数从大到小(或从小到大)的顺序排列叫做降(或升)幂排列法.

如多项式: $-x^3y + 2x^2y^2 - 3xy^3 + 15y^4$.

对于字母 x 来说它是降幂排列法;

对于字母 y 来说它是升幂排列法.

若把这个多项式写成关于字母 x 的升幂排列法得: $15y^4 - 3xy^3 + 2x^2y^2 - x^3y$.

三、整式运算中应注意的问题

1. 熟练掌握整式加减法的一般步骤

(1) 根据题意列出算式;

(2)若有括号,则应按去括号的法则先去括号;

(3)合并同类项;

(4)整式加减的结果还是整式.

2. 在整式的加减运算中,要准确地理解整式的有关概念

(1)要注意单项式的系数包括前面的符号,如在多项式 $3 - 4x^3y + 2x^2y^2 - 5xy^3$ 中,第二项的系数是 -4 ,第四项的系数是 -5 .

(2)灵活地去(添)括号.

括号前面去掉(或添上)“ $+$ ”号,括号里各项都不变;括号前面去掉(或添上)“ $-$ ”号,括号里各项都变号.

去括号或添括号在运算中十分重要,无论是去括号还是添括号,一定要保证原式的值不变.

若有多层括号,去括号有三种方法:一是可以从里向外去;二是可以从外向里去;三是可以里外同时去.同时在去括号后,在不影响计算结果的前提下,也可以边去括号边合并同类项,从而简化计算.

(3)化简含有绝对值符号的代数式时,只要根据绝对值的概念去掉绝对值符号.去掉绝对值符号的关键在于确定绝对值符号里的式子是正数、零还是负数.化简的步骤是:①定分点;②划范围;③去绝对值符号;④合并同类项.

(4)利用竖式计算整式加减的步骤是:①把一个加式或减式排成一行;②再把另一加式或者减式写在它的下面,使同类项对齐,不是同类项的留出空位;③然后相加或相减.

3. 整式加减运算的结果是否正确,可用逆运算(加法用减法,或减法用加法)及求代数式值的方法做简便的验算

例 $(x^2y - 4xy) - (xy - 2x^2y) = 3x^2y - 5xy$,取 $x = 2, y = 5$,代入左式 = 10,右式 = 10.故运算结果正确.

下面让我们共同探究一个有趣的问题:

❖ 与你探究 ❖

【问题】清朝末年,文学家俞曲园写了一首咏杭州风景点“九溪十八涧”的诗:重重叠叠山,曲曲环环路,丁丁东东泉,高高下下树.

当代数学家谈详柏把每句诗都表示成了算式:

重	曲	丁	高
+) 重 叠	+) 曲 环	+) 丁 东	+) 高 下
叠 山	环 路	东 泉	下 树

上面共有 4 个算式,每个汉字代表一个数字,相同的汉字代表相同的数字,不同的汉字代表不同的数字。

- (1)你能写出这 4 个算式中的数学形式吗?
 (2)请用字母表示出这 4 个算式同类的所有形式。

【准备】 因个位上的“重”加“叠”进位 1,与十位上的“重”相加得“叠”,故“叠”比“重”大 1,且“叠+重”要进位,所以共有 4 种可能,即 5 6 6 7 7 8 8 9。

【过程】 (1) $5 + 56 = 61$ $6 + 67 = 73$,
 $7 + 78 = 85$ $8 + 89 = 97$ 。

(2)
$$\begin{array}{r} +) \quad a \quad b \\ \quad b \quad c \end{array}$$
 (其中 a, b, c 代表不同的数字)

【评析】 用字母表示数,用整式表示一般性规律可使数学变得简洁、方便,数学与文学融合,不仅意义无穷,也使数学知识变得妙趣横生。

下面让我们再探究一个与整式加减法运算有关的问题:

❖ 与你探究 ❖

【问题】 已知 $m^2 - mn = 21$, $mn - n^2 = -15$, 求 $m^2 - 2mn + n^2$ 的值。

【准备】 由题意可知,无法直接求出 m, n 的数值,故得设法利用已知式构造出待求式来。

【过程】 $(m^2 - mn) - (mn - n^2) = m^2 - mn - mn + n^2$
 $= m^2 - 2mn + n^2$,

\therefore 所求式 $= 21 - (-15) = 36$ 。

【评析】 本题是运用整体思想求代数式的值,要依题目的特点灵活变形,把待求式逐步转化为已知式的和或差,即化未知为已知,体现了转化的思想。



发散思维应用

典型例题 1

化简下列各式:

(1) $(-a^3 + 3a^2 - 7a + 5) + (5a^2 - 6a) - (a^3 - 4a + 7)$;

(2) 计算 $2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$ 与 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{1}{7}$ 的差.

(3) ①某同学在计算 $(a^2 + pa + 8)(a^2 - 3a + q)$ 时, 发现结果中不含 a^3 和 a^2 项, 你能知道 p, q 的值分别是多少吗?

②已知 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1)(x^2 + mx + n)$, 其中 m, n 是被墨水弄脏看不清楚的两处, 请你求出 m, n 的值.

$$\begin{aligned} (1) \text{解} \quad \text{原式} &= -a^3 + 3a^2 - 7a + 5 + 5a^2 - 6a - a^3 + 4a - 7 \\ &= -2a^3 + 8a^2 - 9a - 2; \end{aligned}$$

解法指导 去括号时, 括号前面是“+”号, 去掉“+”号及括号, 里面各项不变号; 括号前面是“-”号, 去掉“-”号及括号, 里面各项都变号.

(2) 分析 运用代数式的和与差的相关概念求解.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \left(2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{1}{7}\right) \\ &= 2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{1}{7} \\ &= \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{6}x + \frac{4}{21}. \end{aligned}$$

解法指导 ①求和时用“+”号, 求差时用“-”号;

②不管是求和还是求差都在多项式前面添括号;

③添括号之后的计算又必须去括号;

④去括号时, 括号前面是“-”号, 去掉“-”及括号, 里面各项都变号.

(3) 分析 ①缺项就是多项式中此项的系数为零, 此题中缺 a^3 和 a^2 项, 也就是 a^3 和 a^2 项的系数为零, 求 a^3 和 a^2 项的系数并不需要展开式, a^3 的系数可由 $a^2 + pa + 8$ 中的每一项与 $a^2 - 3a + q$ 中的某一项相乘, 只要能出现 a^3 即可, 把所有能出现 a^3 项的系数相加所得的和就是 a^3 项的系数. 同理可求 a^2 项的系数. ②题是两个恒等的三次四项式, 利用多项式的乘法法则和待定系数法解题, 注意凡次数相同的项的系数均相等.

解 ①因为 $(a^2 + pa + 8)(a^2 - 3a + q)$ 中,

a^3 项的系数为 $1 \times (-3) + p = p - 3$. 由 $p - 3 = 0$, 得 $p = 3$;

a^2 项的系数为 $1 \times q + p(-3) + 8 \times 1 = q - 3p + 8$, 所以 $q = 3p - 8 = 1$.

②因为 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = x^3 + (m - 1)x^2 + (n - m)x - n$,

所以 $m - 1 = -6, -n = -6$, 解得 $m = -5, n = 6$.

答: (1) $p = 3, q = 1$; (2) $m = -5, n = 6$.

解法指导 解法 1 先去大括号, 再去中括号, 最后去小括号. 去掉多重括号是要一重一重地逐去掉, 切忌“一步登天”. 去括号时要看清括号前面的符号, 括号

前面是“-”号,去掉括号和符号,括号中的每一项都要变号.去掉大括号、中括号的式子要要看做一个整体的项,去掉中括号、小括号的式子要看做一个项,去掉括号后,如有同类项,要随时合并同类项.解法2多重括号也可以从内而外去括号,即先去小括号,再去中括号,最后去大括号.

【题型发散】

发散1 下列说法中正确的是 ()

- A. $0, a$ 不是单项式
 B. $-\frac{abc}{2}$ 的系数是 -2
 C. $-\frac{x^2y^2}{3}$ 的系数是 $-\frac{1}{3}$
 D. x^2y 的系数是 0

分析 用直接法.

解 单独的一个数和一个字母也是单项式; $-\frac{abc}{2}$ 的系数是 $-\frac{1}{2}$; x^2y 的系数是 1 ;所以A、B、D都不正确,故本题应选C.

发散2 长方形的一边长为 $2a+b$,另一边比它小 $a-b$,这个长方形的周长是 ()

- A. $2(2a+b)+2(a-b)$
 B. $2(2a+b)+2(2a+b)+2(a-b)$
 C. $2(2a+b)-2[(2a+b)-(a-b)]$
 D. $2[(2a+b)+(2a+b)-(a-b)]$

分析 用直接法.

解 另一边长为 $(2a+b)-(a-b)=a+2b$,所以周长为 $2[(a+2b)+(2a+b)]$.故本题应选D.

发散3 $A=x-y, B=y-z, A+B+C=0$, 则 $C=$ _____.

解 $\because A+B+C=0,$

$$\therefore C = -(A+B) = -A-B$$

$$= -(x-y) - (y-z)$$

$$= -x+y-y+z = -x+z.$$

发散4 比 $2x^2-3x-7$ 多 $4x^2+1$ 的多项式是_____.

解 列式计算

$$(2x^2-3x-7)+(4x^2+1)$$

$$= 2x^2-3x-7+4x^2+1$$

$$= 6x^2-3x-6.$$

【纵横发散】

发散5 下列整式中,哪些是单项式,哪些是多项式?说出各单项式的系数、

次数,各多项式的项、次数,是几次几项式,并按某一字母降幂排列.

$$-11, -\frac{1}{2}xy^2, 3x^2-2y^2+xy, mn^2p, 4-3a^2b-ab^2-b^3.$$

解 单项式是: $-11, -\frac{1}{2}xy^2, mn^2p$.

-11 的系数就是 -11 , 可看做是零次单项式; $-\frac{1}{2}xy^2$ 的系数是 $-\frac{1}{2}$, 是三次单项式; mn^2p 的系数是 1 , 是四次单项式.

多项式是 $3x^2-2y^2+xy, 4-3a^2b-ab^2-b^3$.

$3x^2-2y^2+xy$ 的项是 $3x^2, -2y^2, xy$. 这是一个二次三项式, 按字母 x 的降幂排列为 $3x^2+xy-2y^2$.

$4-3a^2b-ab^2-b^3$ 的项是 $4, -3a^2b, -ab^2, -b^3$, 这是一个三次四项式, 按字母 b 的降幂排列是: $-b^3-ab^2-3a^2b+4$.

发散 6 按下列要求变形多项式: $m^4-m^2+2n^4-3m^2n^2+2mn-n-7$.

(1) 把四次项放在前面带有“+”号的括号内, 二次项放在前面带有“-”号的括号内;

(2) 把前三项放在前面带有“-”号的括号内, 其余项放在前面带有“+”号的括号内;

(3) 把只含 m 的项放在前面带有“+”号的括号内, 把只含 n 的项放在前面带有“-”号的括号内, 其余项放在前面带有“-”号的括号内.

解 (1) 原式 = $m^4+2n^4-3m^2n^2-m^2+2mn-n-7$

$$= (m^4+2n^4-3m^2n^2) - (m^2-2mn) - n - 7;$$

(2) 原式 = $-(-m^4+m^2-2n^4) + (-3m^2n^2+2mn-n-7)$;

(3) 原式 = $(m^4-m^2) - (-2n^4+n) - (3m^2n^2-2mn+7)$.

【解法发散】

发散 7 先化简, 再求值 $4x^2 - \{-3x^2 - [5x - x^2 - (2x^2 - x)] + 4x\}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$.

解法 1 $4x^2 - \{-3x^2 - [5x - x^2 - (2x^2 - x)] + 4x\}$

$$= 4x^2 + 3x^2 + [5x - x^2 - (2x^2 - x)] - 4x$$

$$= 7x^2 + [5x - x^2 - (2x^2 - x)] - 4x$$

$$= 7x^2 + 5x - x^2 - (2x^2 - x) - 4x$$

$$= 6x^2 + x - (2x^2 - x)$$

$$= 6x^2 + x - 2x^2 + x$$

$$= 4x^2 + 2x,$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时 } Ax^2 + 2x = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 1 = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{解法 2 } \quad & 4x^2 - \{-3x^2 - [5x - x^2 - (2x^2 - x)] + 4x\} \\ &= 4x^2 - \{-3x^2 - [5x - x^2 - 2x^2 + x] + 4x\} \\ &= 4x^2 - \{-3x^2 - [6x - 3x^2] + 4x\} \\ &= 4x^2 - \{-3x^2 - 6x + 3x^2 + 4x\} \\ &= 4x^2 - \{-2x\} \\ &= 4x^2 + 2x, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时 } Ax^2 + 2x = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 1 = 0.$$

解法指导 解法 1 先去大括号,再去中括号,最后去小括号.去掉多重括号是要一重一重地逐一去掉,切忌“一步登天”.去括号时要看清括号前面的符号,括号前面是“-”号,去掉括号和符号,括号中的每一项都要变号.去掉大括号、中括号的式子要看做一个整体的项,去掉中括号、小括号的式子看做一个项,去掉括号后,如有同类项,要随时合并同类项.多重括号也可以从内而外去括号,即先去小括号,再去中括号,最后去大括号.

发散 8 计算 $9ab^2 + 4a^2b - \{3a^2b + ab^2 - [2ab^2 - 4a^2b + (a^2b - 2ab^2)]\}$.

解法 1 由内向外逐层去括号.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 9ab^2 + 4a^2b - \{3a^2b + ab^2 - [2ab^2 - 4a^2b + a^2b - 2ab^2]\} \\ &= 9ab^2 + 4a^2b - \{3a^2b + ab^2 + 3a^2b\} \\ &= 9ab^2 + 4a^2b - 6a^2b - ab^2 \\ &= 8ab^2 - 2a^2b. \end{aligned}$$

解法 2 由外向内去括号.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 9ab^2 + 4a^2b - 3a^2b - ab^2 + [2ab^2 - 4a^2b + (a^2b - 2ab^2)] \\ &= 8ab^2 + a^2b + 2ab^2 - 4a^2b + (a^2b - 2ab^2) \\ &= 10ab^2 - 3a^2b + a^2b - 2ab^2 \\ &= 8ab^2 - 2a^2b. \end{aligned}$$

解法 3 内外同时去括号.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 9ab^2 + 4a^2b - 3a^2b - ab^2 + [2ab^2 - 4a^2b + a^2b - 2ab^2] \\ &= 8ab^2 + a^2b - 3a^2b \\ &= 8ab^2 - 2a^2b. \end{aligned}$$

【转化发散】

发散 9 已知 $(a + 12)^4 + |b + 4| = 0$, 求代数式 $\frac{1}{2}(a - b) + \frac{1}{4}(a + b) +$

$\frac{a + b}{3} - \frac{a - b}{6}$ 的值.

解 $\because (a+12)^2 \geq 0, |b+4| \geq 0, \therefore a+12=0, b+4=0.$

$\therefore a = -12, b = -4.$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(a-b) + \frac{1}{4}(a+b) + \frac{a+b}{3} - \frac{a-b}{6} \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)(a-b) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)(a+b) \\ &= \frac{1}{3}(a-b) + \frac{7}{12}(a+b). \end{aligned}$$

当 $a = -12, b = -4$ 时, 原式 $= \frac{1}{3}(-12+4) + \frac{7}{12}(-12-4) = -12.$

【综合发散】

发散 10 三角形的周长为 48, 第一边长为 $3a+2b$, 第二边的 2 倍比第一边少 $a-2b+2$, 求第三边的长.

解 根据题意得

$$\begin{aligned} & 48 - (3a+2b) - \frac{1}{2}[(3a+2b) - (a-2b+2)] \\ &= 48 - 3a - 2b - \frac{1}{2}[3a+2b-a+2b-2] \\ &= 48 - 3a - 2b - \frac{1}{2}[2a+4b-2] \\ &= 48 - 3a - 2b - a - 2b + 1 \\ &= 49 - 4a - 4b. \end{aligned}$$

答 第三边长为 $49-4a-4b$.

典型例题 2

已知 $\frac{xy}{x+y} = 2$, 求代数式 $\frac{3x-5xy+3y}{-x+3xy-y}$ 的值.

解 由 $\frac{xy}{x+y} = 2$ 得 $xy = 2(x+y).$

$$\begin{aligned} \frac{3x-5xy+3y}{-x+3xy-y} &= \frac{3(x+y)-5xy}{-(x+y)+3xy} = \frac{3(x+y)-5 \times 2(x+y)}{-(x+y)+3 \times 2(x+y)} \\ &= \frac{3(x+y)-10(x+y)}{-(x+y)+6(x+y)} = \frac{-7(x+y)}{5(x+y)} \\ &= -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}. \end{aligned}$$

解法指导 本题运用了“整体代换”的思维方法, 把 xy 和 $x+y$ 分别看做“整体”, 从而推动转化. 添括号在形成“整体”的过程中起着“画龙点睛”的妙用.

【纵横发散】

发散 1 利用竖式求:

(1) $2a + 3b - 5c$ 与 $-4a - 11b + 8c$ 的和;

(2) $5x^2 + 2x - 7$ 与 $6x^2 - 5x - 23$ 的差.

分析 按竖式的要求进行计算.

$$\begin{array}{r} \text{解 (1)} \quad 2a + 3b - 5c \\ +) -4a - 11b + 8c \\ \hline -2a - 8b + 3c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(2)} \quad 5x^2 + 2x - 7 \\ -) 6x^2 - 5x - 23 \\ \hline -x^2 + 7x + 16 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 5x^2 + 2x - 7 \\ +) -6x^2 + 5x + 23 \\ \hline -x^2 + 7x + 16 \end{array}$$

解法指导 (1)同类项的顺序保持一致;(2)求“差”时也可以转化为求“和”,但要注意改变每项的符号.

【应用发散】

发散2 某房间窗子的装饰物分别如图1-1,它们分别由两个四分之一圆和四个半圆组成(半径分别相同),请问:窗户上能射进阳光的部分的面积分别是多少?(窗框面积忽略不计)

分析 本题的实质是要应用几何图形的面积公式求图中非阴影部分的面积.

解 图(1)中,能射进阳光的部分的面积为

$$ab - \left[\frac{1}{4} \pi \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right] \cdot 2 = ab - \frac{\pi}{8} b^2;$$

图(2)中,能射进阳光的部分的面积为

$$ab - \left[\frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{b}{8} \right)^2 \right] \cdot 4 = ab - \frac{\pi}{32} b^2.$$

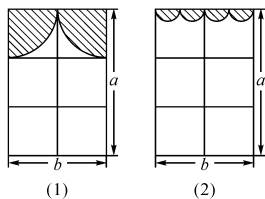


图 1-1

【转化发散】

发散3 列式并计算:

(1)一个多项式加上 $-3x^2y + 3xy^2$ 等于 $x^3 - 3x^2y + y^3$,求这个多项式;

(2)一个多项式加上 $3 - x^2 - 2x^3$ 等于 $-3 + x - 3x^2 + 5x^3$,求这个多项式.

分析 本题把“加数+加数=和”的形式转化为“加数=和-另一个加数”的形式来解.

$$\begin{aligned} \text{解 (1)} \quad & x^3 - 3x^2y + y^3 - (-3x^2y + 3xy^2) \\ & = x^3 - 3x^2y + y^3 + 3x^2y - 3xy^2 \end{aligned}$$

$$= x^3 - 3xy^2 + y^3;$$

$$\begin{aligned} (2) & (-3 + x - 3x^2 + 5x^3) - (3 - x^2 - 2x^3) \\ &= -3 + x - 3x^2 + 5x^3 - 3 + x^2 + 2x^3 \\ &= 7x^3 - 2x^2 + x - 6. \end{aligned}$$

【综合发散】

发散 4 甲数的个位数字是 y , 十位数字是 x ; 乙数的个位数是 x , 十位数字是 y . 写出甲数的 7 倍与乙数的差, 并化简.

解 由题意知甲数为 $10x + y$, 乙数为 $10y + x$,

则 $7(10x + y) - (10y + x) = 70x + 7y - 10y - x = 69x - 3y$.

【探究发散】

发散 5 探究规律:

(1) 如图 1-2 第 1 个中有几个正方体? 第 2 个中有几个正方体? 第 3 个中呢?

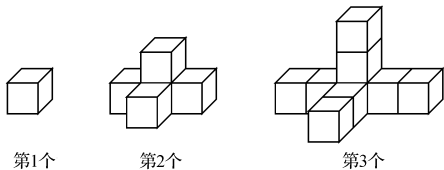


图 1-2

(2) 照图 1-2 所示的方式摆下去, 第 5 个中有几个正方体? 第 10 个中有几个正方体? 第 n 个中呢?

分析 注意: 有一个正方体是表面上看不到的.

解 (1) 1 5 9 (2) 17 37 $An - 3$.

解法指导 ①从数看: 1 5 9, 即后一个比前一个多 4 个正方体; ②从图形看: 即后一个图形总比前一个图形多“长”出了四个正方体.



自主达标演练

这些知识你应该掌握 ——

【题型发散】

1. 一个多项式 $3a^2 - 2b^2$ 减去另一个多项式得 $3a^2 + 2b^2$, 则减去的多项式是

()

A. $-4b^2$ B. $4b^2$ C. $-6a^2$ D. $6a^2$

2. 若 $m = x^3 - 3x^2y + 2xy^2 + 3y^3$, $n = x^3 - 2x^2y + xy^2 - 5y^3$, 则 $2x^3 - 7x^2y + 5xy^2 + 14y^3 =$ ()

A. $m + n$ B. $m - n$ C. $3n - m$ D. $3m - n$

3. 若 A 和 B 都是 6 次多项式, 则 $A + B$ 一定是 ()

- A. 12 次多项式 B. 6 次多项式
C. 次数不高于 6 的整式 D. 次数不低于 6 的多项式

4. 如果多项式 $mx^2 - mnx + n$ 与 $nx^2 + mnx + m$ 的和是单项式, 下列 m 与 n 的关系正确的是 ()

- A. $m = n$ B. $m = -n$
C. $m = 0$ 或 $n \neq 0$ D. $mn = 1$

5. 一个两位数十位上的数字是 a , 个位上的数字是 b , 这个两位数是_____.

6. $-b^2 + 14ab + A = 7a^2 + 4ab - 2b^2$, 则 $A =$ _____.

7. 三个连续偶数, 中间的一个是 $2n$, 用代数式表示这三个偶数的和为_____, 当 $n = 4$ 时, 和为_____.

【应用发散】

1. 三角形的三边分别为 a 、 b 、 c , 若 a 的长为 $(m + 3n)$ cm, b 比 a 长 $2m$ cm, c 比 b 的 $\frac{2}{3}$ 还多 $2m$ cm, 三角形周长为 16 cm, 求 b 边的长.

2. 三角形的周长为 56, 第一边长为 $3a + 2b$, 第二边长的 2 倍比第一边长少 $a - 2b + 2$, 求第三边长.

【转化发散】

1. 已知多项式: $-5x^{2a+1}y^2 - \frac{1}{4}x^3y^3 + \frac{x^4y}{3}$

- (1) 求多项式各项的系数和次数;
(2) 若多项式是七次三项式, 求 a 的值.

2. 已知 $x^2 + y^2 = 7$, $xy = -2$, 求 $5x^2 - 3xy - 4y^2 - 11xy - 7x^2 + 2y^2$ 的值.

【综合发散】

1. 已知 $A = 2x^2 + 3xy - 2x - 1$, $B = -x^2 + xy - 1$, 且 $3A + 6B$ 的值与 x 无关, 求 y 的值.

2. 已知第一个多项式是 $x^2 - xy + y^2$, 第二个多项式等于第一个多项式的 3 倍减 2, 第三个多项式是第一个多项式与第二个多项式的差, 求这三个多项式的和.

课后习题答案,你需要吗?

随堂练习(课本第4页)

1.	a	单项式	1次
	$-\frac{1}{3}x^2y$	单项式	3次
	$2x-1$	多项式	1次
	x^2+xy+y^2	多项式	2次

习题 1.1(课本第5页)

1.	$7h$	单项式	1次
	xy^3+1	多项式	4次
	$2ab+6$	多项式	2次
	$\frac{2}{5}x-by^3$	多项式	4次

2. (1)有 $-\frac{1}{3}x$ 、 $-x^2y$ 、 2π 三项,系数分别为 $-\frac{1}{3}$ 、 -1 、 2π ,次数分别为 1 次、3 次、0 次;

(2)有 x^3 、 $-2x^2y^2$ 、 $3y^2$ 项,系数分别为 1、 -2 、3,次数分别为 3 次、4 次、2 次.

3. (1) xy^2 ; (2) $3a+b$.

随堂练习(课本第8页)

1. (1)原式 $= (4k^2 - k^2) + (7k + 3k) - 1 = 3k^2 + 10k - 1$;

(2)原式 $= (-15z^2 - z^2) + (3x - 7x) + (5y - 12y) = -4x - 7y - 16z^2$.

习题 1.2

1. (1)原式 $= (3k^2 + 4k^2) + (7k - 3k) + 1 = 7k^2 + 4k + 1$;

(2)原式 $= (3x^2 - 2x^2) + (2xy + xy) + \left(-\frac{1}{2}x - x\right) = x^2 + 3xy - \frac{3}{2}x$;

(3)原式 $= (7a^2 - 3a^2) + (2a - 2a) + (b + b) = 4a^2 + 2b$;

(4)原式 $= x^2 + \left(\frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}xy\right) + (y^2 - 2y^2) + (1 - 1) = x^2 - y^2$.

2. (1)原式 $= (3x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (1 - 1) = x^2 - 8x$,将 $x = 10$ 代入得原式值为 20;

(2)原式 $= (xy - xy) + \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}y\right) + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{3}{2}(x - y) - \frac{3}{2} =$

$\frac{3}{2}(x-y-1)$ 将 $x = \frac{10}{3}$, $y = \frac{8}{3}$ 代入得原式值为 $-\frac{1}{2}$;

(3)原式 $= (-x^2 + x^2) + (4y^2 - 4y^2) - y = -y$ 将 $y = 18$ 代入得原式值为 -18 .

3. $ab + cd - 8$.

随堂练习(课本第 10 页)

1. $(2x + 4y + 6z)m$.

2. 第一束 $:(3x + 2y + z)$ 元, 第二束 $:(2x + 2y + 3z)$ 元, 第三束 $:(4x + 3y + 2z)$ 元, 总价 $:(9x + 7y + 6z)$ 元.

习题 1.3(课本第 11 页)

1. (1)原式 $= m^2 - 3m + 2 - 4m + 2n + 1 = m^2 - 7m + 2n + 3$;

(2)原式 $= (3x^2 - 3x^2) + (4x - 9x) - 1 = -5x - 1$;

(3)原式 $= (-5x^2 - 6x^2) + (15 - 10) = 5 - 11x^2$;

(4)原式 $= (-x^2y + 3x^2y) + (-3xy - 3xy) + (4 + 6) = 2x^2y - 6xy + 10$;

(5)原式 $= \left(\frac{11}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2\right) + (-29x + 13x) + (10y - 24y) = 3x^2 - 16x - 14y$;

(6)原式 $= \left(-\frac{1}{2}k^3 + \frac{1}{2}k^3\right) + (-k^2 - k^2) + 2k + 7 = -2k^2 + 2k + 7$.

2. (1) 33° ; (2)第一个角是 99° , 第三个角是 48° .

试一试(课本第 11 页)

1. (1) $-x^2 + 7x + 16$; (2) $3a^3 - b^2$.

2. 同底数幂的乘法

幂的乘方与积的乘方

同底数幂的除法



自主学习提示

一、相关知识链接

1. 用分离系数法进行整式的加减运算

整式加减的实质就是合并同类项, 而合并同类项实际上就是合并各同类项的系数.

如果把两个整式的各同类项对齐, 我们就可以像小学时列竖式进行数的加减一样, 来进行整式的加减了.