目录

MULU

摇第十六章摇数的开方

摇第十七章摇函数及其图象

摇第十八章摇图形的相似

摇第十九章摇解直角三角形

摇第二十章摇数据的整理与初步处理

第十六章　数的开方

课标定位梳理

一、本章目标定位

员援知识目标定位

(员) 了解平方根、算术平方根、立方根的概念；了解平方与开平方、立方与开立方互为逆运算；会用平方、立方的概念求某些数的平方根与立方根，会用根号表示；会用计算器求一个非负数的算术平方根及任意一个数的立方根援

(圆) 了解二次根式、同类二次根式的概念，会进行简单的二次根式的四则运算援了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应援

圆援能力目标定位

(员) 让学生经历数系扩展的过程，进一步体验数学的发展源于实际，又作用于实际的辩证关系援

(圆) 能估计无理数的大小，培养学生的数感与估算能力，会进行简单的实数运算援

二、本章学法指导

员援类比的方法

如由平方推出平方根，由平方根类比得出立方根援

圆援数感与估算能力

如使用科学计算器求一些无理数的近似值，从而估算其大小援

摇摇猿援数形结合思想

如可以在数轴上找出表示√圆、√愿、√员园等无理数，将数与形结合起来援

源援从特殊到一般的认识规律和方法

如探索二次根式的乘法、除法、同类二次根式的概念援

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook

1. 平方根与立方根

自主学习提示

一、相关知识链接

(员 乘方 求几个相同因数的积的运算叫乘方，如$\underbrace{葬·葬·\cdots·葬}_{灶个葬}$越葬灶援

(圆 乘方的意义 正数的任何次方都是正数；负数的偶次方是正数，负数的奇次方是负数；园的任何正整数次方是 园援

二、重难知识点提示

重点 平方根、算术平方根、立方根的概念及其性质援

难点 平方根与算术平方根、平方根与立方根的区别与联系援

发散思维分析

一、平方根与立方根

员郾平方根

(员 平方根的定义援

①平方根的定义 如果一个数的平方等于 葬，那么这个数叫做 葬的平方根，也叫二次方根援

②开平方 求一个数的平方根的运算，叫做开平方援

(圆 平方根的意义援

一个正数有两个平方根，它们互为相反数；园的平方根是 园；负数没有平方根援

(猿 平方根的表示援

葬的平方根，记作 依$\sqrt[圆]{葬}$，其中 圆是根指数，通常省略不写，记作 依$\sqrt{葬}$，葬叫被开方数，如 员远园的平方根，记作 依$\sqrt{员远园}$，缘的平方根，记作 依$\sqrt{缘}$，读作“二次根号 葬”或“二次根下 葬”援

(源 求一个数的平方根的方法援

①根据平方根的意义，我们可以利用平方来检验或寻找一个数的平方根援

例如求 员远园的平方根援因为 员园^{圆}越员远园，（原员园）^{圆}越员远园，除了 员园和 原员园以外，其

他任何数的平方都不等于 员园园所以 员园园的平方根是 依员园或者说 员园园的平方根是员园和 原员园援

②对于开方开不尽的数,我们直接用“ √摇 ”来表示即可援例如 员园的平方根,我们直接记为 依√员园;葬(葬 垣园)的平方根,记作 依√葬(葬 垣园)援

③可以用计算器或平方根表来求一个非负数的算术平方根的近似值援

(缘 算术平方根援

正数 葬的正的平方根,叫做 葬的算术平方根 园的算术平方根仍是 园;负数没有平方根,因此也就没有算术平方根援

非负数 葬的算术平方根记作√葬,它是一个非负数,即√葬≥园其中 葬≥园援

(远 用科学计算器求一个正数的算术平方根援

我们可以用科学计算器,按照一定的按键顺序,求出一个正数的算术平方根或它的近似值援

圆援立方根

(员 立方根的定义援

①立方根 如果一个数的立方等于 葬,那么这个数就叫 葬的立方根援即如果 曾猿越葬,则 曾就是 葬的立方根,也叫三次方根援

②平方根与立方根的拓展 结合平方根与立方根的定义,我们可以类似地得出 灶次方根的定义,即如果一个数的 灶次方等于 葬,则 曾叫 葬的 灶次方根,如 圆源越 猿圆,则 圆是 猿圆的 缘次方根;(原猿)源越愿员,则 原猿是 愿员的 源次方根等援

③三次算术根 结合算术平方根的定义,我们可以类似地得出三次算术根的定义 正数 葬的立方根也是 葬的三次算术根 园的三次算术根是 园;负数有立方根,但没有算术根援例如 猿圆缘的三次算术根是 缘;$\frac{员}{愿}$的三次算术根是$\frac{员}{圆}$ 园的三次算术根是 园援

④开立方 求一个数的立方根的运算叫开立方,开立方与开平方都是开方运算援

⑤开立方与立方的关系是互为逆运算,我们可以用立方运算来检验开立方的结果是否正确援如检验 原$\frac{员}{猿}$是不是 原$\frac{员}{圆苑}$的立方根援因为$\left(原\frac{员}{猿}\right)^{猿}$越原$\frac{员}{圆苑}$,所以原$\frac{员}{猿}$是 原$\frac{员}{圆苑}$的立方根援

(圆 立方根的意义援

一个正数有一个正的立方根;一个负数有一个负的立方根 园的立方根是 园援

根据乘方的知识我们知道,正数的奇次方是正数,负数的奇次方是负数,园的

任何正整数次方均为 园援从而得出立方根的意义援

(猿)立方根的表示援

葬的立方根,记作$\sqrt[猿]{葬}$,其中 葬是被开方数,猿是根指数(不能省略)援

当 葬是负数时,负号通常可以移到根号外援如 $\sqrt[猿]{原愿}$越原$\sqrt[猿]{愿}$援

(源)求一个数的立方根的方法援

①运用立方与开立方的关系援

如 $\sqrt[猿]{缘员圆}$越______援

疫 $愿^{猿}$越缘员圆,亦 $\sqrt[猿]{缘员圆}$越愿援

②开方开不尽的数,保留根号援如 猿的立方根是 $\sqrt[猿]{猿}$援

③可以用计算器或立方根表来求一个数的立方根的近似值援

平方根、算术根、立方根的概念及其性质是今后学习实数的基础援在数学学习中,实数知识的运用贯穿整个学习历程,又是中考必考内容,所以它是本课的重点援

对平方根与算术平方根意义的区别与联系,由于算术平方根是平方根的其中之一,二者有着千丝万缕的联系,容易混淆援

立方根与平方根的联系与区别:

(员)联系:①都与相应的乘方运算互为逆运算;②零的立方根和平方根都是它本身;③在研究数的开方时,开平方与开立方,小数点的移动有类似的规律援

(圆)区别:①符号表示不同援表示平方根时,根指数 圆可以省略,而用符号表示立方根时,根指数不能省略;②被开方数取值不同援平方根的被开方数为非负数,而立方根的被开方数为任意数;③方根的个数不同,正数有两个平方根,而正数只有一个立方根援

由上所述可知平方根、算术根、立方根的区别与联系,学习中稍有不慎,就容易产生错误,所以它又是本课的难点援掌握重难点,还应注意以下问题:

(员)要求出一个数的平方根与算术平方根,必须正确地掌握它们的定义、联系与区别援正数的平方根有两个,算术平方根只有一个,即正的平方根;零的平方根、算术平方根都是零;负数没有平方根,当然也没有算术平方根援

(圆)对式子$\sqrt{葬}$、原$\sqrt{葬}$、依$\sqrt{葬}$的理解援

①$\sqrt{葬}$(葬≥园)表示非负数,即$\sqrt{葬}$≥园,它是“葬的算术平方根”援不能仅理解成“葬开平方”或“葬的平方根”援

②原$\sqrt{葬}$(葬≥园)表示 葬的算术平方根的相反数,或者说表示 葬的负的平方根援

③依$\sqrt{葬}$(葬≥园)表示 葬的平方根,葬的平方根有两个,它们互为相反数援

④葬约园时,$\sqrt{葬}$、原$\sqrt{葬}$、依$\sqrt{葬}$皆无意义援

(猿 联系实例加强对“负数没有平方根”的理解援

(源 在实数范围内,任何一个数都可以开立方,其立方根只有一个值:正数有一个正的立方根;负数有一个负的立方根;零的立方根是零援符号“$\sqrt[猿]{葬}$”表示 葬的立方根援

(缘 运用 灶次方根概念求解,要注意区分偶次方根和奇次方根,见下表援

名称	葬跃园	葬越园	葬约园
灶次方根(灶为偶数)	依$\sqrt[灶]{葬}$	园	不存在
灶次方根(灶为奇数)	$\sqrt[灶]{葬}$	园	$\sqrt[灶]{葬}$

摇摇(远 实数中最小的自然数是 园而不是 员,因为 园也是自然数援

与你探究

【问题】摇如果 酝越$\sqrt[葬原遭]{葬垣猿遭垣猿}$是 葬垣猿遭垣猿的算术平方根,晕越$\sqrt[葬原圆遭垣猿]{葬垣圆遭}$是葬垣圆遭的立方根,求 酝原晕的立方根援

【准备】摇掌握平方根、立方根的概念及其性质援

【过程】摇疫 酝越$\sqrt[葬原遭]{葬垣猿遭垣猿}$是 葬垣猿遭垣猿的算术平方根,晕越$\sqrt[葬原圆遭垣猿]{葬垣圆遭}$是 葬垣圆遭的立方根援

亦 $\begin{cases} 葬原遭越圆 \\ 葬原圆遭垣猿越猿援 \end{cases}$ 解此方程组,得 $\begin{cases} 葬越源 \\ 遭越圆援 \end{cases}$

亦 酝越$\sqrt{源垣猿伊圆垣猿}$越$\sqrt{怨}$越猿,晕越$\sqrt[猿]{源垣源}$越$\sqrt[猿]{愿}$越圆援

亦 $\sqrt[猿]{酝原晕}$越$\sqrt[猿]{猿原圆}$越员援

故 酝原晕的立方根是 员援

【评析】摇本题是在数字根指数的基础上,加以深化,引入了字母形式的根指数援其考查的目的仍然是对平方根、立方根、二元一次方程组等概念的理解与掌握援

发散思维应用

典型例题

员援如果一个正数的平方根为 猿葬原愿和 葬原员圆,求这个正数援

分析摇由平方根的意义可知,一个正数的两个平方根互为相反数,所以 猿葬原愿和 葬原员圆是互为相反数援

解摇依题意知 猿葬原愿垣葬原员圆越园,解得 葬越缘援

亦 猿葬原愿越猿伊缘原愿越苑,故这个数为 源怨援

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

圆郾已知 源(曾原员)猿越原缘园,求 曾援

分析摇将此式子化作求一个数的立方根的形式,同时将(曾原员)看作一个整体援

解摇方程两边都除以 源得

(曾原员)猿越原员圆缘,疫(原缘)猿越原员圆缘,

亦 曾原员越原缘,即 曾越原源援

点评摇本题在解三次方程时,要将(曾原员)看作是一个整体,而不要将其展开援

【题型发散】

发散 员摇看一看,你能选出正确答案吗?

(员)(圆园园怨· 内江)下列判断中,错误的是 (摇摇)

粤郾 原员的平方根是 原员摇摇摇摇摇摇月郾 原员的倒数是 原员

悦郾 原员的绝对值是 员　　阅郾 原员的平方的相反数是 原员

(圆)(圆园园怨· 河北)在下列各式中,正确的是 (摇摇)

粤郾 $\sqrt[猿]{原缘}$越原$\sqrt[猿]{缘}$　　月郾 原$\sqrt{猿援远}$越原园援远

悦郾 $\sqrt{(原员猿)^{圆}}$越原员猿　　阅郾 $\sqrt{猿远}$越依远

解摇(员)用直接法援

由倒数、绝对值、相反数的定义知 月、悦、阅是正确的;而由平方根的定义知负数没有平方根,故本题应选 粤援

(圆)用排除法援

疫 $\sqrt[猿]{原缘}$越原$\sqrt[猿]{缘}$,亦 粤正确;而(原园援远)^{圆}越园援猿远,亦 原$\sqrt{猿援远}$≠ 原园援远,月错;

疫 $\sqrt{(原员猿)^{圆}}$表示(原员猿)^{圆}的算术平方根,亦 悦错;又疫 $\sqrt{猿远}$表示 猿远的算术平方根,亦 阅错,所以 月、悦、阅皆应排除,故本题应选 粤援

发散 圆摇想一想,填什么最准确?

(员)(原远)^{圆}的算术平方根是摇摇摇摇摇援

(圆)(圆园园猿· 福州)如果 曾^{猿}越愿,那么 曾越摇摇摇摇摇援

解摇(员)疫(原远)^{圆}越猿远,亦 猿远的算术平方根是 远援

(圆)疫 圆^{猿}越愿,亦 曾越圆援

发散 猿摇让我们一起来计算援

(员)用计算器求下列各数的算术平方根(精确到 园援园园员):

①猿缘远;摇②圆愿$\frac{员}{愿}$;摇③$\sqrt{员猿圆园}$援

(圆)用计算器求下列各数的立方根(精确到 园援园园员):

①愿猿猿;摇② 原猿源缘;摇③$\sqrt{愿猿愿}$援

解摇(员)①在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt{\ }摇}$ $\boxed{猿}$$\boxed{缘}$$\boxed{远}$ $\boxed{越}$,显示结果为 员愿援愿远苑愿缘员远远

亦 $\sqrt{猿援元}\approx$ 员援愿猿远愿缘愿援

②疫 $\sqrt{园援愿\frac{员}{愿}}$ 越园援愿员园缘 在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt{摇}}$ $\boxed{圆}$ $\boxed{愿}$ $\boxed{郾}$ $\boxed{员}$ $\boxed{圆}$ $\boxed{缘}$ $\boxed{越}$，显示结果为 缘援愿猿怨猿远园缘援

亦 $\sqrt{园援愿\frac{员}{愿}}\approx$ 缘援愿猿怨猿远园缘援

③先求出 $\sqrt{员猿援远园}\approx$ 猿援远园员园，再在计算器上依次键入 $\boxed{\sqrt{摇}}$ $\boxed{猿}$ $\boxed{郾}$ $\boxed{远}$ $\boxed{源}$ $\boxed{员}$ $\boxed{越}$，显示结果为 员援愿怨愿园远猿援

疫 精确到 园援园园员，亦 $\sqrt{员猿援远园}$ 的算术平方根约为 员援愿怨缘援

(圆) ①在计算器上依次键入 $\boxed{圆灶凿云}$ $\boxed{\sqrt[猿]{摇}}$ $\boxed{愿}$ $\boxed{缘}$ $\boxed{猿}$ $\boxed{越}$，显示结果为 怨援源愿怨员猿远援

疫 要精确到 园援园园员，亦 $\sqrt[猿]{愿缘猿}\approx$ 怨援源愿怨援

②在计算器上依次键入 $\boxed{圆灶凿云}$ $\boxed{\sqrt[猿]{摇}}$ $\boxed{猿}$ $\boxed{员}$ $\boxed{缘}$ $\boxed{垣辕原}$ $\boxed{越}$，显示结果为 原猿援园远猿员源远远援

疫 精确到 园援园园员，亦 $\sqrt[猿]{原猿员缘}\approx$ 原猿援园远猿援

③先求出 $\sqrt{愿缘}$ 越怨援圆员远猿员怨猿援疫 精确到 园援园园员，亦 $\sqrt{愿缘}\approx$ 怨援圆员远援

在计算器上依次键入 $\boxed{圆灶凿云}$ $\boxed{\sqrt[猿]{摇}}$ $\boxed{圆}$ $\boxed{郾}$ $\boxed{怨}$ $\boxed{圆}$ $\boxed{苑}$ $\boxed{缘}$ $\boxed{越}$，显示结果为 员援源源缘猿缘园苑，疫 精确到 园援园园员，亦 $\sqrt{愿缘}$ 的立方根约为 员援源源缘援

点评摇注意精确度，若结果要求精确度多少，中间过程应多取一位援如，本题(圆)③援如果被开方数比较复杂，通常用计算器来计算，但不同的计算器按键顺序可能不同援本题用的是 宰耘砸性孕灾阅－员远猿云杂型计算器援因此在使用计算器之前，应看清说明书的运算程序援

【纵横发散】

发散 员摇求代数式 原$\sqrt{原曾垣猿}$的平方根，并指出 曾的取值范围援

解摇疫 原曾垣猿逸园，越原(曾原猿)，越原(曾原猿)圆≤园援

亦 只有当 曾越猿时，原曾垣猿有平方根，此时 原曾垣猿的平方根为 园，曾的取值范围是 曾越猿援

发散 圆摇已知 赠越$\sqrt{源原曾}$垣$\sqrt{曾原源}$垣猿，求 (曾原赠)圆园园怨的值援

分析摇疫 只有非负数才有平方根，由此可以构成关于 曾的不等式或不等式组，从而求出不等式的解集援

解摇依题意，得 $\begin{cases} 源原曾\geqslant园 \\ 曾原源\geqslant园 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} 曾\geqslant源 \\ 曾\leqslant源 \end{cases}$

亦 取 曾越源当 曾越源时，赠越√源原原垣√源原原垣猿越猿

亦（曾原赠越（源原猿越员越员援

点评摇在算术平方根中，当被开方数是其相反数时，只有它们都等于 园时，这两个式子才有意义，根据这个特点，可列出不等式组，从而求出这个不等式组的解集援

【逆向发散】

发散题摇已知 √猿赠原员和 √员原圆曾互为相反数，求$\frac{曾}{赠}$的值援

分析摇疫 √猿赠原员与 √员原圆曾互为相反数，

亦 √猿赠原员垣√员原圆曾越园，而 √猿赠原员越√原（员原猿赠）越原√员原猿赠

亦 原√员原猿赠越原√员原圆曾援

即 员原猿赠越员原圆曾⇒猿赠越圆曾，可求$\frac{曾}{赠}$的值援

解摇依题意可知 √猿赠原员越原√员原圆曾

又疫 √猿赠原员越√原（员原猿赠）越原√员原猿赠援

亦 原√员原猿赠越原√员原圆曾援

亦 员原猿赠越员原圆曾⇒猿赠越圆曾⇒$\frac{曾}{赠}$越$\frac{猿}{圆}$援

点评摇从上面的解答可以发现：若√粤垣√月越园，则 粤垣月越园援

【探究发散】

发散 员摇（员）填写下表：

葬	…	园援园员	员	员园园	员园园园园	…
√葬	…					…

摇摇（圆）观察上表，你从中发现什么规律？

分析摇由表中信息可知，已知被开方数是一个非负数，求它的算术平方根，并根据所填的数据，分析被开方数扩大或缩小的倍数与它的算术平方根的关系援

解摇（员）

葬	…	园援园员	员	员园园	员园园园园	…
√葬	…	园援员	员	员园	员园园	…

摇摇（圆）被开方数扩大为原来的 灶倍，算术平方根扩大为原来的√灶倍，或被开方数的小数点向右或向左每移动 圆位，则算术平方根的小数点相应地向右或向左移动 员位援

发散 圆摇 (员) 填写下表：

葬	…	园圆圆园员	员	员园园园	员园园园园园园	…
$\sqrt[猿]{葬}$	…					…

摇摇 (圆) 观察上表,你从中发现什么规律？

分析摇由表中信息可知,被开方数的小数点是三位、三位地移动的,或成 员园园园 倍扩大时,求立方根的关系,可计算出所求的结果,再比较发现其中的规律援

解摇 (员)

葬	…	园圆圆园员	员	员园园园	员园园园园园园	…
$\sqrt[猿]{葬}$	…	园援员	员	员园	员园园	…

摇摇 (圆) 被开方数扩大为原来的 灶 倍,立方根扩大为原来的 $\sqrt[猿]{灶}$ 倍,或者说被开方数的小数点向右或向左每移动 猿 位,立方根的小数点相应地向右或向左移动 员 位援

【综合发散】

发散 员摇已知如图 员远鄄猿,正方形 粤月悦阅 内阴影部分的面积为 源糟皂^{圆},用计算器求正方形的边长 (π 取 猿援员源,结果保留 猿 个有效数字) 援

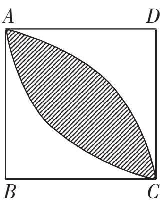

图 员远鄄猿

分析摇由题意知 杂$_{阴影}$ 越 杂$_{扇形粤月悦}$ 垣 杂$_{扇形悦阅粤}$ 原 杂$_{正方形粤月悦阅}$,并且 杂$_{扇形粤月悦}$ 越 杂$_{扇形悦阅粤}$援

解摇设正方形 粤月悦阅 的边长为 葬糟皂,则 杂$_{扇形粤月悦}$ 越 杂$_{扇形悦阅粤}$ 越 $\frac{\pi}{源}$葬^{圆},杂$_{正方形粤月悦阅}$ 越 葬^{圆}援

亦 杂$_{阴影}$ 越 $\frac{\pi 葬^{圆}}{源}$ 伊 圆 原 葬^{圆} 越 $\left(\frac{\pi}{圆} 原 员\right)$葬^{圆}援

疫 $\left(\frac{\pi}{圆} 原 员\right)$葬^{圆} 越 源 亦 (员援缘苑原员) 葬^{圆} 越 源 亦 葬^{圆} ≈ 苑援园员苑缘援

用计算器求 葬 按键顺序为 $\boxed{\sqrt{\ }摇}$ $\boxed{苑}$ $\boxed{郾}$ $\boxed{园}$ $\boxed{员}$ $\boxed{愿}$ $\boxed{越}$,显示结果为 圆援远源怨缘园猿缘远远,

亦 葬≈ 圆援远缘 (糟皂) 援

答 :正方形的边长约为 圆援远缘糟皂援

发散 圆摇已知一圆柱体铁皮筒,底面直径与其高相等,容积为 员源猿远愿援愿糟皂^{猿},用计算器求做一个这样的圆柱体铁皮筒侧面需要多大面积的铁皮 (π 取 猿援员源,精确到 园援园员) ？

解摇设圆柱体铁皮筒底面半径为 砸糟皂,依题意,得

π砸^{圆} · 圆砸 越 员源猿远愿援愿,砸^{猿} 越 $\frac{员源猿远愿援愿}{圆\pi}$ 越 $\frac{员源猿远愿援愿}{圆伊猿援员源}$援

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook

用计算器求 $\frac{员猿缘远郾源愿}{圆伊猿郾员源}$ 按键顺序为 $\boxed{员}\boxed{猿}\boxed{缘}\boxed{远}\boxed{郾}\boxed{源}\boxed{愿}\boxed{衣}\boxed{(}\boxed{圆}\boxed{伊}\boxed{猿}\boxed{郾}\boxed{员}\boxed{源}\boxed{)}$ $\boxed{越}$,显示结果为 圆远援缘苑 砸 越圆远援缘苑 砸越$\sqrt[猿]{圆远援缘苑}$援

用计算器求 砸,按键顺序为 $\boxed{圆灶凿云}$ $\boxed{\sqrt[猿]{摇}}$ $\boxed{圆}\boxed{员}\boxed{远}$ $\boxed{越}$,显示结果为 远即 砸越远援

亦 杂侧 越圆·砸· 圆砸越源·砸 越源伊猿援员源伊远

用计算器求 源伊猿援员源伊远,按键顺序为 $\boxed{源}\boxed{伊}\boxed{猿}\boxed{郾}\boxed{员}\boxed{源}\boxed{伊}\boxed{远}\boxed{曾}\boxed{越}$,显示结果为 源缘圆援员远援

亦 杂侧 越源缘圆援员远(糟皂) 援

答:需要铁皮 源缘圆援员远糟皂 援

自主达标演练

这些知识你应该掌握 —

【题型发散】

员郾看一看,你能选出正确答案吗?

(员) $\sqrt{(原愿)^圆}$ 等于 (摇摇)

粤郾愿摇摇摇摇摇摇 月郾原愿摇摇摇摇摇摇 悦郾依愿摇摇摇摇摇摇 阅郾原愿

(圆) 下列计算中,正确的是 (摇摇)

粤郾 $\sqrt[猿]{园郾园园员圆缘}$越园郾园缘

月郾 $\sqrt[猿]{原\frac{圆苑}{远源}}$越$\frac{猿}{源}$

悦郾 $\sqrt[猿]{猿\frac{猿}{愿}}$越员$\frac{员}{圆}$

阅郾 原$\sqrt[猿]{原\frac{愿}{员圆缘}}$越原$\frac{圆}{缘}$

(猿) 一个正整数的算术平方根为 葬,则比这个正整数大 猿的数的算术平方根为 (摇摇)

粤郾葬垣猿摇摇摇摇摇 月郾$\sqrt{葬}$垣猿摇摇摇摇摇 悦郾$\sqrt{葬^圆垣猿}$摇摇摇摇摇 阅郾葬^{圆}垣猿

圆郾想一想,填什么最准确?

(员) $\left|原圆\frac{苑}{怨}\right|$ 的算术平方根是______;$\sqrt{员远}$ 的平方根是______援

(圆) 园郾园园园员缘远 的立方根是______;立方根是 原猿的数是______援

(猿) 用计算器计算:$\sqrt{员愿圆缘}$≈______(精确到 园郾园员);$\sqrt[猿]{缘愿圆}$≈______(保留 源个有效数字)援

【纵横发散】

员郾小明家计划用 员园园块地板砖来铺设面积为 员远宅圆 的客厅,那么他家所需的正方形的地板砖的边长是多少?

圆郾已知一个正方体的棱长是 缘糟皂,再做一个正方体,使它的体积等于原正方体的体积的 愿倍,求要做的正方体的棱长援

【解法发散】

若 葬 满 足 下 面 关 系 式 $\sqrt{\text{曾垣圆赠原葬}}$ 垣 $\sqrt{\text{圆曾原猿赠垣葬}}$ 越 $\sqrt{\text{员园原曾原赠}}$ · $\sqrt{\text{曾垣赠原员园}}$ 试求 葬的值援(用 圆种方法解)

【探求发散】

员郾已知 圆曾原员的平方根是 依猿,猿曾垣赠原员的平方根是 依源,求 曾垣圆赠的平方根援

圆郾若 源曾圆垣赠圆垣源曾原圆赠垣缘越园,求 $\sqrt{\text{曾原}} \sqrt[猿]{\text{原赠}}$的值援

猿郾已知 (曾原员缘)圆越员远怨,(赠原员)猿越原园郾员圆缘,求 $\sqrt{\text{曾}}$原 $\sqrt{\text{圆曾赠}}$原 $\sqrt[猿]{\text{圆赠原曾}}$的值援

课后习题答案,你需要吗?

【练习】(课本第 源页)

员郾(员) 依园郾愿摇摇 (圆) 依园郾圆缘摇摇 (猿) 依$\frac{苑}{怨}$援

圆郾(员) 园郾缘摇摇 (圆) 缘郾员愿摇摇 (猿) 园郾园怨援

猿郾(员) 不正确援应是 依园郾缘援 (圆) 不正确援应是 缘援

【练习】(课本第 苑页)

员郾(员) 远摇摇 (圆) 原园郾猿摇摇 (猿) 原$\frac{源}{缘}$援

圆郾(员) 员愿摇摇 (圆) 园郾园援

【习题 员远郾员】(课本第 苑页)

员郾(员) 依$\frac{源}{怨}$摇摇 (圆) 依园郾园缘摇摇 (猿) 依员园援

圆郾(员) 园郾怨摇摇 (圆) 原$\frac{猿}{源}$摇摇 (猿) 员援

猿郾(员) 源郾远猿摇摇 (圆) 员郾园猿援

源郾(员) $\sqrt{\text{员园}}$在 猿和 源之间援(提示:$\sqrt{\text{怨}}$约$\sqrt{\text{员园}}$约$\sqrt{\text{员远}}$) 摇 (圆) 正确摇摇 (猿) 月援

缘郾烧杯中减少的水的体积为 源园园园糟皂猿,水位下降了 园郾远糟皂,因而烧杯内部的底面面积为$\frac{源园园园}{园郾远}$糟皂圆,所以烧杯内部的底面半径为$\sqrt{\frac{源园园园}{园郾远}}$衣π ≈ 源远(糟皂) 援铁块的体积是烧杯中减少的水的体积,因而铁块的边长为 $\sqrt[猿]{\text{源园园园}}$≈ 猿源(糟皂) 援

圆援二 次 根 式

自主学习提示

一、相关知识链接

员援平方根的定义

(员 平方根的定义 如果一个数的平方等于 葬那么这个数叫做 葬的平方根，也叫二次方根援

(圆 开平方 求一个数的平方根的运算，叫做开平方援

圆援平方根的意义

一个正数有两个平方根，它们互为相反数 园的平方根是 园负数没有平方根援

猿援平方根的表示

葬的平方根，记作 依圆√葬其中 圆是根指数，通常省略不写，记作 依√葬葬叫被开方数，如 员园园的平方根，记作 依√员园园缘的平方根，记作 依√缘读作“二次根号 葬”或“二次根下 葬”援

源援求一个数的平方根的方法

(员 根据平方根的意义，我们可以利用平方来检验或寻找一个数的平方根援

例如求 员园园的平方根援因为 员园圆越员园园（原员园）圆越员园园除了 员园和 原员园以外，其他任何数的平方都不等于 员园园亦 员园园的平方根是 依员园或者说 员园园的平方根是 员园和 原员园援

(圆 对于开方开不尽的数，我们直接用“ √摇 ”来表示即可援例如 员园的平方根，我们直接记为 依√员园葬 垣员的平方根，记作 依√葬圆 垣员援

(猿 可以用计算器或平方根表来求一个非负数的算术平方根的近似值援

缘援算术平方根

正数 葬的正的平方根，叫做 葬的算术平方根 园的算术平方根仍是 园负数没有平方根，因此也就没有算术平方根援

非负数 葬的算术平方根记作√葬它是一个非负数，即√葬≥园其中 葬≥园援

远援用科学计算器求一个正数的算术平方根

我们可以用科学计算器，按照一定的按键顺序，求出一个正数的算术平方根或它的近似值援

二、重难知识点提示

重点:二次根式的概念及其性质援

难点:正确理解与运用性质√葬圆越{葬(葬≥园),原葬(葬<园)援

发散思维分析

一、二次根式

员郾二次根式的概念

(员)二次根式的定义援

形如√葬(葬≥园)的式子叫二次根式援

(圆)二次根式有意义的条件援

二次根式√葬有意义的条件是葬≥园援

由于√葬表示葬的算术平方根,我们知道只有正数和零才有平方根和算术平方根,而负数没有平方根和算术平方根,因此二次根式中的被开方数必须是非负数,即只有被开方数葬≥园时,式子√葬才是二次根式,√葬才有意义;反之,若葬<园则式子√葬就不能叫二次根式,即√葬无意义援

(猿)二次根式的性质援

①二次根式的非负性:√葬≥园(葬≥园)援

②(√葬)圆越葬(葬≥园)援

③√葬圆越|葬|越{葬(葬≥园),原葬(葬<园)援

圆郾二次根式的乘除法

(员)二次根式相乘援

①法则:√葬·√遭越√葬遭(葬≥园,遭≥园)援用语言叙述为:两个二次根式相乘,将它们的被开方数相乘的积,作积的被开方数援

②因为是两个二次根式相乘,所以被开方数葬,遭一定是非负数援

③当多个二次根式相乘时,可以将所有的二次根式的被开方数相乘,用它们的积作积的被开方数援如葬员√遭员·葬圆√遭圆·…·葬灶√遭灶越葬员·葬圆·…·葬灶·√遭员·遭圆·…·遭灶(其中遭员≥园,遭圆≥园,…,遭灶≥园)援

④将二次根式相乘的法则逆向运用,可得积的算术平方根化简的公式:

$\sqrt{葬遭}$越$\sqrt{葬}$·$\sqrt{遭}$(葬≥园，遭≥园)援用语言叙述为：两个非负数的积的算术平方根，等于积的各个因式的算术平方根的积援

⑤注意积中的各个因式必须是非负数，若不是非负数，应化成非负数再运用公式化简，如$\sqrt{(原源伊(原怨}$≠$\sqrt{原源伊}\sqrt{原怨}$，而应将$\sqrt{(原源伊(原怨}$化成$\sqrt{源伊怨}$越$\sqrt{源伊}\sqrt{怨}$援

(圆)二次根式相除援

①法则$\frac{\sqrt{葬}}{\sqrt{遭}}$越$\sqrt{\frac{葬}{遭}}$(葬≥园，遭跃园)援用语言叙述为：两个二次根式相除，将它们的被开方数相除，所得商作为商的被开方数援

②将二次根式相除的公式逆向运用，可得商的算术平方根化简的公式$\sqrt{\frac{葬}{遭}}$越$\frac{\sqrt{葬}}{\sqrt{遭}}$(葬≥园，遭跃园)援即商的算术平方根，等于被除数（式）与除数（式）的算术平方根的商援

③注意商的算术平方根中的分子、分母必须满足分子≥园，分母跃园的条件援

猿援二次根式的加减法

(员)同类二次根式援

①定义：几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，则这几个二次根式是同类二次根式援

②若已知几个最简二次根式（或者几个根式已经化简）是同类二次根式，我们可得知如下信息：这几个根式的根指数都是圆，这几个根式的被开方数相等，从而列出方程，如已知最简根式$\sqrt[灶垣圆]{圆皂垣猿遭}$与$\sqrt[皂原缘]{死}$是同类二次根式，我们可得到

$$\begin{cases}灶垣圆越圆\\皂原缘越圆\\圆皂垣猿遭越死援\end{cases}$$

③若已知两个二次根式是同类二次根式，如$\sqrt{皂}$和$\sqrt{灶}$是同类二次根式，则被开方数不一定相等，如$\sqrt{愿}$和$\sqrt{员愿}$是同类二次根式，但愿≠员愿援这一点同学们一定要注意援

④将一个二次根式化成最简二次根式，要用到积、商的算术平方根的性质援如$\sqrt{葬遭}$越$\sqrt{葬}$·$\sqrt{遭}$(葬≥园，遭≥园)，$\sqrt{\frac{葬}{遭}}$越$\frac{\sqrt{葬}}{\sqrt{遭}}$越$\frac{\sqrt{葬遭}}{遭}$(葬≥园，遭跃园)援

(圆)合并同类二次根式援

法则：将同类二次根式的系数相加减，被开方数和根指数不变援

(猿)二次根式的混合运算援

①√葬(√遭垣√糟垣√凿 型,运用乘法对加法的分配律化简援

②(√葬垣√遭 (√糟垣√凿 型,可类比多项式乘以多项式法则进行计算援如(√葬垣√遭 · (√糟垣√凿 越√葬· √糟垣√葬· √凿垣√遭· √糟垣√遭· √凿越√葬糟垣√葬凿垣√遭糟垣√遭凿援

③(√葬垣√遭 (√葬原√遭 越(√葬 圆原(√遭 圆越葬原遭(葬≥园,遭≥园 援如运用平方差公式援

④(√葬依√遭 圆越葬垣遭依圆√葬遭(葬≥园,遭≥园 援如运用完全平方公式援

⑤(√葬垣√遭 衣(√葬原√遭 越 √葬垣√遭 / √葬原√遭 越 (√葬垣√遭 (√葬垣√遭 / (√葬原√遭 (√葬垣√遭 越 葬垣遭垣圆√葬遭 / 葬原遭 (葬≥园,遭≥园,葬≠遭 援

正确理解二次根式的意义及其性质应把握以下四点:①既是二次根式,则必带“ √摇 ”,没有“ √摇 ”就不是二次根式援如√源是二次根式,而 圆就不是二次根式援②被开方数无论是数还是字母形式的代数式,都必须保证是非负数,否则二次根式无意义援如 √葬垣员当 葬≥ 原员时是二次根式,而当 葬约原员时,则不是二次根式援③二次根式√葬(葬≥ 园 是非负数,利用这个非负数可以解一类非负数之和为零的题目,应用很广泛援④利用 葬越(√葬 圆(葬≥ 园 将一个非负数化为某一数的平方的形式,在因式分解中常用援总之,二次根式的定义及其性质是学习其他知识的重要基础,它也是中考的必考内容之一,所以它是本课的重点援但正确理解与运用性质

√葬 圆越{ 葬(葬≥ 园 ,
原葬(葬约园 援 } 又是本课的难点援掌握重难点,还应注意以下问题:

(员 任何实数的绝对值总是一个非负数,任何一个非负数的算术平方根也是一个非负数援若把绝对值和算术平方根看作是同一个问题的两种不同表现形式,那么算术平方根问题常常可转化成绝对值的问题来解决援当把算术平方根转化为用含字母的绝对值表示时,必须在确定的范围内加以讨论援

(圆 解有关绝对值和算术平方根的问题,要从题目的特点或已知条件出发,根据定义去掉根号和绝对值的符号再解,例如 √(原园 圆 越渣原园渣越园援绝对值、算术平方根都是非负数,解题时要注意这一隐含条件,不可把“零”漏掉援

(猿 非负数的和等于零的条件是:当且仅当每个非负数的值都等于零援此性质在解题中经常用到援例如已知 (缘葬垣员 圆垣√遭原园垣渣糟原猿渣越园,则有 缘葬垣员越园,遭原园越园,糟原猿越园援

(源 允许和鼓励同学们使用计算器,但要注意不同型号的计算器,按键的顺序也不相同,应按其型号的说明书进行操作援

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com