

目 录

角平分线的应用教学案例	(员)
从一堂数学课看自主合作性学习	(员)
让自主、合作、创新的思想深入课堂	(圆)
有趣的行程问题——教学案例分析	(圆)
发挥学生的潜能,在宽松的氛围中学习	(猿)
《因式分解的概念》教学设计	(源)
《运用公式法——完全平方公式》	(源)
《因式分解》教学设计	(缘)
《分式的基本性质》教学设计	(远)
《通分》教学设计	(远)
《分式的通分》教学设计	(苑)
《异分母的分式加减法》教学设计	(苑)
《含字母系数的一元一次方程》	(愿)
《 超越型 数量关系》教学设计	(愿)
《分式方程》教学设计	(员)
《列分式方程解应用题》教学设计	(员)
《积的算术平方根》教学设计	(员)
《立方根》教学设计	(员)
《二次根式》教学设计	(员)
《二次根式的乘法》教学设计	(员)
《二次根式的除法》教学设计	(员)
《二次根式的混合运算》教学设计	(员)

《二次根式 \sqrt{a} 的化简》教学设计	(员圆)
《有理数的除法》教学设计	(员圆)
《整式》教学设计	(员圆)
《方程和方程的解》教学设计	(员圆)
《二元一次方程组》教学设计	(员圆)
《单项式与多项式相乘》教学设计	(员圆)
《多项式除以单项式》教学设计	(员圆)
《多项式除以单项式》教学设计	(员圆)
《分组分解法》教学设计	(员圆)
《同分母分式的加减法》教学设计	(员圆)
《分式的混合运算》教学设计	(员圆)
《平方根》教学设计	(员圆)
《二次三项式因式分解的综合应用》教学设计	(员圆)
《二元二次方程组的解法》教学设计	(员圆)
《平面直角坐标系》教学设计	(员圆)



角平分线的应用教学案例

丰台二中初中数学组摇摇腾海涛

教学设计

《数学课程标准》明确指出以下观点：

学生的数学学习应当是现实的、有意义的，这些内容要有利于学生主动地进行观察、实践、猜想、验证、推理与交流等数学活动。内容的呈现应采用不同的表达方式，以满足多样化的学习需求，有效的数学活动不能单纯的依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。

教师应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本数学知识与技能、数学思想方法，获得广泛的数学活动体验。

数学课程的设计与实施应重视运用现代信息技术，把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具，致力于改变学生的学习方式，使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去。

《角平分线的应用》这节课正是按照以上观点进行设计的，由于角平分线的知识在平面几何中的应用非常广泛，且类型多样。但在初二第一学期学习“全等三角形”之前，它的应用仅限于推导数量关系，这节课以角平分线的应用贯穿学生学过的平面几何内容，复习学过的几何知识，并对利用角平分线推导角与角之间数量关系的题目类型进行总结，与后续课程中角平分线的其它应用形成并列知识结



构。便于学生复习、整理、归纳、总结。使学生在自主探索和合作交流的过程中去理解和掌握角平分线的应用、在活动中体会推倒数量关系方法,同时获得一定的数学活动体验。

由于在研究过程中需要明晰角与角之间的数量关系,在变化中探索不变的规律,以普通教学方式难以实现,因此选择在网络教室用批驳平台(平面几何版)这一电脑软件辅助教学,让学生以小组合作探究的形式做一次数学试验,并填写实验报告。

在课程的顺序安排上,选择了由易到难,由简单图形到复杂图形的顺序。在第一部分“角平分线与角(直线)”的内容中,题目较为简单,目的是让学生复习角平分线作为数量关系的最简单应用,重点放在总结这类问题的规律上,同时渗透在同类题目中探索规律的方法。第二部分“角平分线与平行线”中安排了学生对同类图形的猜想和实验,且对图形进行了变式,使学生充分理解角平分线在较为复杂的数量关系推导中的应用,为第三部分的证明题作出了铺垫。同时在这道变式题中还涉及到辅助线的做法及由复杂图形拆解到简单图形的数学思想。在第三部分“角平分线与三角形”中,出现了难度较大的猜想、实验和证明,目的是提供给学生从事数学活动的机会,有利于学生主动地进行观察、实践、猜想、验证、推理和交流。

教案及课堂实录

课课题 角平分线的应用

时课间 课课课课课

教学目标:

掌握角平分线作为数量关系在几何问题中的应用

使学生学习通过“猜想、实验、论证”过程解决几何问题的方法。

教学重点:

角平分线作为数量关系在几何问题中的应用。



教学难点：

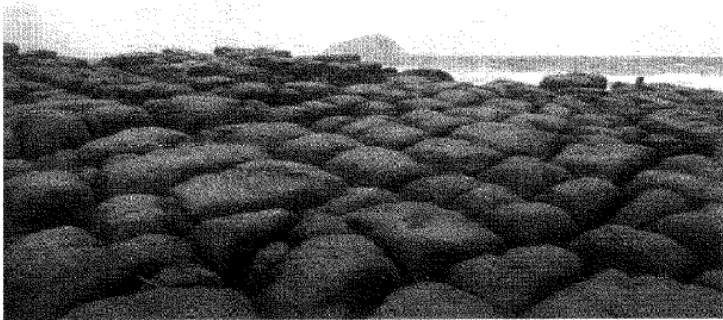
数学问题中数量关系的推导

教摇摇具：

网络教室 批平台(平面几何)

教学过程：

引入：



师:请同学们看海边独特景观“豆腐岩”,它的形成原因是“岩石裂痕的钝角角平分线方向和锐角角平分线方向受力不同,经过海水的长期冲刷形成的天然规则形状”地质工作者在分析它的形成原因时用到了“角平分线”的概念,那么角平分线在数学中有何应用呢?同学们已经学习了平面几何的“线段、角”,“相交线、平行线”和“三角形的初步知识”三部分内容,我们就看一下角平分线在分这些知识中的应用。请同学们看实验报告上的图

一。

已知:如图 1,射线 OC 平分 $\angle AOB$,我们如何用数学表达式表示出来?

生员:

$\angle AOC = \angle BOC$

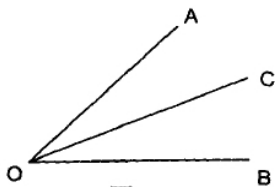


图 1



$\angle AOC = \angle AOD + \angle COD$, $\angle AOC = \angle AOE + \angle COE$

$\angle AOD = \angle AOE$, $\angle COD = \angle COE$

师:(表示赞许)以上复习角平分线的三种表示方法,以“等”“倍”“分”关系分类,同学们可以根据题目的需要进行适当的选择。复习这一知识后,我们来看角平分线在“线段、角”这一部分中的应用。请阅读实验报告员圆两题,小组讨论,写出第圆题的解答过程。

如图圆,韵是直线粤月上一点,

$\angle AOC$ 是平角韵的平分线,韵云平分

$\angle AOD$ 则 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOD$

生圆:因为 $\angle AOC$ 是平角韵的平分线,由补角定义

$\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOD$ 再用角平分线定义求出

$\angle AOD = 2\angle AOC$ 再用角平分线定义求出

$\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOD$

师:是按邻补角计算出 $\angle AOD$ 的度数再求解,答案正确。

(说明:此学生虽求出答案,但未能体现这一题目中存在的规律。)

圆如果将上题中 $\angle AOC$ 是平角韵的平分线这个条件去掉,是否还能求出

$\angle AOC$ 的度数呢?如果可以求出,请写出求解过程。

生猿:证明:韵云平分 $\angle AOD$ (已知)

亦 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOD$ (角平分线定义)

同理: $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOE$

亦 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOE$ ($\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOD$, $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOE$)

$\angle AOD = \angle AOE$ (等式性质)

韵云平分 $\angle AOD$

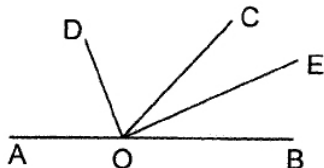


图2

多元智能理论与新课程教学实践



亦摇 \angle 甯悦垣 \angle 甯悦越垣毅

即摇 \angle 甯悦垣 \angle 甯悦越垣毅

师:同学们是否已经发现了,员题中的条件 \angle 甯悦垣是多余的呢?此题中有什么规律吗?请大家再阅读试验报告中第猿题,各小组在 拙豨 的平面几何平台上画出此题,验证你们的结论。

猿如图 猿, 韵阅平分 \angle 甯悦, 甯云平分 \angle 甯悦月, 甯云与 \angle 甯悦月有什么关系?

师:请一位同学用 拙豨 平台投影演示作图过程。

生源:按题目条件作出图 猿,对 \angle 甯云与 \angle 甯悦月进行度量,拖动 甯的边 \angle 甯云与 \angle 甯悦月的度数都产生变化,马上分析出了两角之间的圆倍关系,且指出证明步骤是第圆题的一部分。

师:通过前三题大家能得到什么规律吗?

生缘把总量分成圆份,若取每个分量的一半求和,则为总量的一半。

师:此规律是否可以推广,小组讨论,解答实验报告第源题

源已知:如图 源韵是直线 粤月上一点, 韵悦 韵阅是射线, 韵云 韵云 韵郢分别是 \angle 甯悦垣 \angle 甯悦越垣 \angle 甯悦月的角平分线,则 \angle 甯悦垣垣 \angle 甯悦越垣垣 \angle 甯悦月垣越垣垣 毅

生远所求的三个角相加为总量的一半,因此 \angle 甯悦垣垣 \angle 甯悦越垣垣 \angle 甯悦月垣越垣垣 毅

师:总结一下推广后的规律。

生苑把总量分成若干份,若取每个分量的一半求和,则为总量的一半。

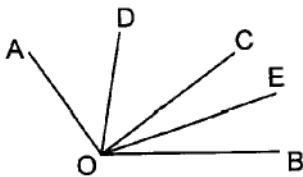


图 3

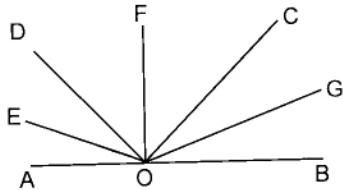


图 4



师:提出:以上结论在有关线段中点的问题中同样适用。同学们在学习过程中应多总结规律性的东西,逐渐可以做到“多题一法”的解决问题。下面我们进一步研究角平分线在“相交线、平行线”这部分知识中的应用。请小组讨论第 5 题,展开猜想、实验并证明自己的结论

已知:如图 5-1, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于 M 、 N 两点。 MG 、 NH 分别为 $\angle AME$ 、 $\angle CNF$ 的角平分线, 猜想一下 MG 、 NH 的位置关系

解:平行(证略)

提问:

生:我们小组猜想 $MG \parallel NH$, 我们先用扎线扎画出图 5-1, 度量 $\angle AME$ 、 $\angle CNF$, 发现相等, 又改变 AB 、 CD 与截线 EF 的位置, 仍有 $\angle AME = \angle CNF$, 故得到 $MG \parallel NH$, 理由是同位角相等两直线平行。

师:仿照上题你还能说出哪些类似的结论?

生:两直线平行, 内错角的角平分线也平行; 两直线平行同旁内角的角平分线互相垂直。

师:将这两个结论的图形 5-2、5-3 画在实验报告相应位置, 课下再进行证明。

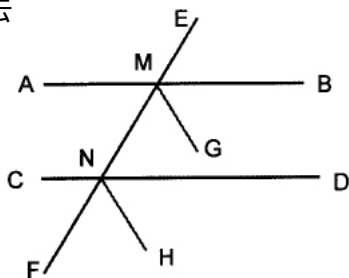


图 5-1

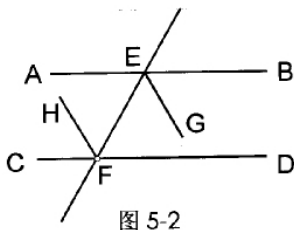


图 5-2

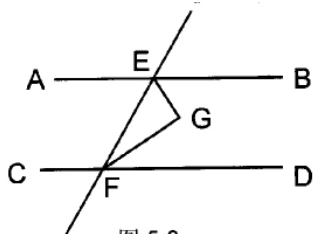


图 5-3



如下图 缘原圆, 缘原圆所示: 同旁内角平分线互相垂直。现在对 缘原圆进行变式, 如图 远当 耘云变为折线时, 耘云 耘云是否仍然垂直。猜想一下 \angle 匀和 \angle 匀的关系, 并通过实验证明你的猜想结果。

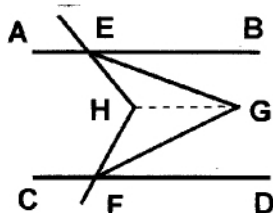
生 怨我们小组用 扎垣扎平台画图度量验证, 提出 \angle 匀越 \angle 耘云的猜想, 作辅助线连结 耘云, 利用 耘云 // 耘云 // 耘云, 导内错角得到结论。

师 这样证明正确吗?

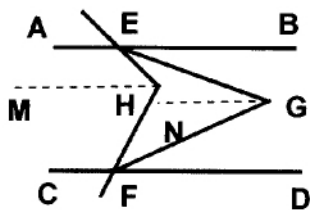
生 怨这样证明错误, 耘云不一定平行 耘云 // 耘云应过 耘云 耘云分别作 耘云的平行线、耘云, 可得 耘云 // 耘云 // 耘云

师 你又如何得出三直线平行的呢?

生 怨: 用平行公理可得此结论, 因此易得 \angle 耘云越 \angle 耘云, \angle 耘云越 \angle 耘云, 同理: \angle 耘云越 \angle 耘云, 由角平分线可知, \angle 耘云越 \angle 耘云, \angle 耘云越 \angle 耘云, 故 \angle 耘云越 \angle 耘云



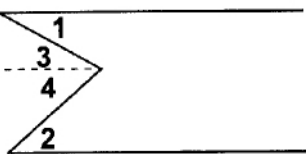
生 9 的解答



生 10 的解答

师 正如刚才同学所述, 可拆解为两道如图 远原圆的题目。在几何证明体中复杂图形分解为简单图的基本图形是一种重要的思想方法。

最后我们共同研究角平分线在“三角形”中的应用。分小组将 苑题的



求证: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$

图 6-1



图形按题目要求作出,并观察 $\angle A$ 与 $\angle D$ 的关系。

求证: $\angle A = 2\angle D$

已知: BD, CE 分别平分 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle B$ 外角 $\angle BCE$,
猜想 $\angle A$ 与 $\angle D$ 的关系

生:我们用直尺圆规画图度量
验证,将 $\angle A, \angle D$ 的度数做
成比的形式,直观的反映出 $\angle A = 2\angle D$
 $\angle A = 2\angle D$,证明:因为 $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$
 $\angle D = \frac{1}{2}(\angle B + \angle BCE) = \frac{1}{2}(\angle B + 180^\circ - \angle C)$
平分线可得 $\angle D = \frac{1}{2}(\angle B + 180^\circ - \angle C)$, $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$
则 $\angle A = 2\angle D$

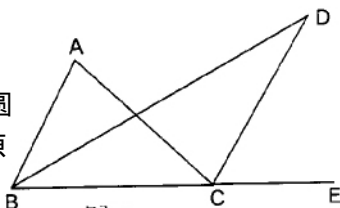


图 7

多元智能理论与新课程教学实践

师:用比的形式直观的表现两角的倍数关系具有创新意识,证明也很精彩。

下面小结一下本节课的内容:

(1)本节课通过角平分线与所学过的几何知识的联系复习了角平分线的一些相关题目,研究了由角平分线产生的数量关系在几何问题中的应用。

(2)在遇到问题时要注意运用猜想实验的方法。在解决问题时要注意总结规律。

作业:仿照课上猜想、实验、证明的方法完成实验报告,愿怨两题的猜想和证明

已知:在 $\triangle ABC$ 中, BD, CE 分别平分 $\angle B, \angle C$,试讨论 $\angle A$ 与 $\angle D$ 的关系小组讨论证明你的猜想。

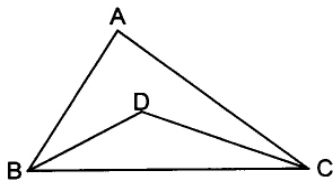


图 8

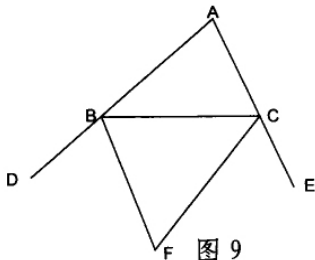


图 9

已知：点 D 、 E 分别平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 、 $\angle ABE$ ，试讨论 $\angle D$ 与 $\angle E$ 的关系

点评与反思

区教研员指出，课的设计思路贯穿学生所学习的几何知识，有利于学生对知识的系统整理，本节课对现代媒体和在课堂上平台运用恰当，学生在小组合作中猜想、讨论、实验、证明，激发了学生的学习热情，对计算机的运用发挥了部分学生的特长，本节课符合数学课程标准中提到的“学生的数学学习应当是现实的、有意义的”，这些内容要有利于学生主动地进行观察、实践、猜想、验证、推理与交流等数学活动。有效的数学活动不能单纯的依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。教师应激发学生的学习积极性向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本数学知识与技能、数学思想方法，获得广泛的数学活动经验。课程的设计与实施应重视运用现代信息技术，把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具，致力于改变学生的学习方式，使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去。

本节课的设计带有总结的性质，比较成功地与现代信息媒体技术相结合，以实验的形式，带领学生完成了“猜想、实验、证明”的数学问题解决的原过程。在这节课上的闪光点是第六题（缘屏演变



式)的设计和引导讲解。这道题不是参考书上的题目,而是在课的设计过程中不断研究各种数量关系时发现的,这道题的提出还涵盖了如何正确处理平行线辅助线的做法、学生容易忽略的平行公理推论的应用及将复杂图形拆解为简单图形的思想方法。

由于时间关系,本节课的第三部分未能充分展开,使这节课有些头重脚轻的感觉,有必要再用一节课将第三部分的题目充分讨论,使学生头脑中的知识体系达到完整,同时也是对这节课所探讨的问题解决方法的深化。

在课程设计上应运用“问题连续体”理论,将一些题目设计成四类问题,制造出更大的思维碰撞,进一步激发学生解决问题的愿望,形成更为积极的课堂研究气氛。



从一堂数学课看自主合作性学习 ——评《函数的自变量取值范围》

初中数学组摇摇范晓婷

随着科学技术的高速发展和信息时代的到来,中学数学教育重心从知识为主的“双基”目标拓展到以培养学生“学习能力”为主的“能力”目标和情感目标。围绕着“如何促进学生主动学习,发展创新能力”我们从一九九九年开始了自主合作式实验教学:课上学生分小组合作学习,教师结合数学知识在课堂教学中激发学生学习的积极性、主动性,确立学生的主体地位,激励学生独立、自主地学习,培养和发展学生的发散思维和创新意识,这对造就创造型人才是至关重要的。

新的课程标准要求让学生会利用所学知识解决简单的实际问题,而初三的函数学习是比较抽象,学生总感到难以理解。本节课要求学生求出自变量 x 的取值范围,能根据实例叙述的内容列出函数关系,并确定自变量取值。一般地展开数学活动要依靠例题,所选的例题体现出了教师的认识水平,可见设计题目十分重要。所以这节课我没有完全照搬书上的例题,而是根据具体情况尝试设计了一种新的教学方案。

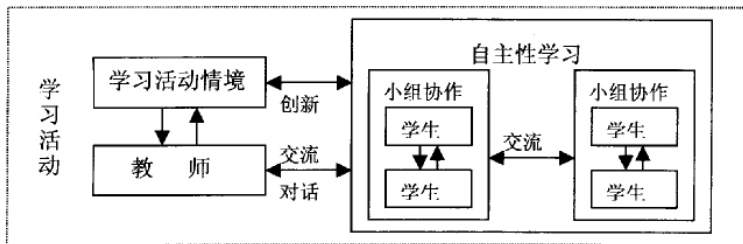
教学前期设计思路

构建学习活动情境:我针对教学对象、教学内容、教学目标、教学手段以及自己的教学背景进行综合考虑,精心策划和安排,创建出适合自己学生开展主体性学习的活动情境。比如引例的作用,不



仅拉近了听课教师与学生的距离,创设了数学意境,而且舒缓了学生紧张的心情,便于学生从容活动,自然发挥。例二是根据我校的自行车管理模式,编的一道函数应用题,既贴近于生活又有趣味性,学生易于理解。不过在创建情境过程中要注意:创建学习活动情境的过程也是学习活动,在这个活动中教师要充分发挥主体性,并逐步引导和指导学生主动参与。

组织学习活动:在创建的学习活动情境中,以数学知识为载体,充分调动学生的自主性、能动性和创造性,并促进学生主体性的和谐发展。它的组织形式仍是“课堂”,但“课堂”的本质发生了重大的变革,要重视学生的“最近发展区”和课程内容整合,课程内容的掌握仍是重要的,但课程内容掌握本身不再是教学的目的,而是成为构建学习主体的手段。(如下图)



在课堂活动中的学习情境要根据“学情”在不断地发展和变化,不能固定化和模式化。比如例一,设计了六道小题代表解析式的四种类型:整式型、分式型、二次根式型、分式和二次根式的综合型,并且引导学生根据例题来编题,通过大量的练习培养学生直觉、感觉和解题思路,形成良好的知识结构感和归纳能力。

要注意:

“课堂”是以活动为中心,由学生自主地开展尝试、探究、交流、协作等活动,并在活动中不断地学习和创新。

在“课堂”活动中,教师不是旁观者,也不仅仅是组织者和指



导者,同样是活动中的主体,在活动中教师要不断地学习、“完善自我”和创新;

“獯课堂”重视交流活动,由于学生的学习背景不同,知识的来源也是多渠道的,提出问题、解决问题的角度不同,通过交流互相促进、共同提高。

教学设计环节:

(教师讲解)獯(学生讲解)獯獯(学生讲解)(师生共同研究)(小组讨论)(教师归纳)

引例 → 教师编题 → 学生编题 → 例圆 → 提问 → 小结

教学目标:

獯进一步理解函数的概念,能从简单的实际事例中,抽象出函数关系,列出函数解析式;

獯使学生掌握解析式为只含有一个自变量的简单的整式、分式、二次根式的函数的自变量的取值范围的求法。

獯通过函数的教学使学生体会到事物是相互联系的,是有规律地运动变化着的。

教学重点:

了解函数的意义,会求自变量的取值范围及求函数值。

教学难点:

函数概念的抽象性。

教学过程:

獯引入新课

教师:上一节课我们讲了函数的概念:一般地,设在一个变化过程中有两个变量,曾赠如果对于曾的每一个值,赠都有唯一的值与它对应,那么就说曾是自变量,赠是曾的函数。生活中有很多实例反映了函数关系,比如现在我们的课堂上就有一种函数关系(全班学生用好



奇的目光注视着教师):(看屏幕)

若全班(加班主任)共 $2n$ 人,来听课的老师为 n 人,则教室里的人数为 n 人,写出 n 与 x 的函数关系式。

学生很快地回答道:皂越 $2n$ 垣灶,皂是函数,灶是自变量。

教师:那么此时此地自变量 x 等于多少?函数 n 的值是多少?自变量 x 的取值范围是多少?

(本节课是一节校级公开课,来听课的老师较多。)

学生纷纷环视四周,数出听课教师人数,听课教师也和学生相互讨论起来,共同得出 $x > 0$,进而求出 $n > 0$,但是在求 x 的取值范围时出现问题,许多同学只说 $x > 0$ 而没有想到 x 应该为自然数。(这就是实际问题的特点,要引导学生注意自变量取整数)

教师:可见在某些函数关系式中,自变量的取值范围有时是有限制的,今天我们就来研究一下相关知识。

教师讲授新课

教师:刚才引例中的函数,要考虑到自变量的取值必须使解析式有意义,所以 x 必须是正整数或 0 (简单解释一下解析式就是数学式子即可)我们来看下面的例题,请分小组讨论,然后我找学生上黑板来讲解。

例 1 求下列函数中自变量 x 的取值范围。(学生分组合作,积极地展开讨论)

$$(1) y = \frac{1}{x^2 - 1} \quad (2) y = \frac{1}{x} \quad (3) y = \frac{1}{x - 1}$$

$$(4) y = \frac{1}{x} \quad (5) y = \frac{1}{\sqrt{x - 1}} \quad (6) y = \frac{1}{x^2 - 1}$$

学生 1 讲课:在(1)中, x 取任意实数,有意义。(2)小题的 是一个分式,分式成立的条件是分母不为 0 这道题的分母是 $x - 1$,因此要求 $x \neq 1$

学生 2:(3)小题的也是分式,分式成立的条件是分母不为 0 ,这



道题的分母是 $\frac{1}{x}$, 先从 $\frac{1}{x}$ 原曾原圆越圆, 曾越圆, 曾越原员, 因此要求 $\frac{1}{x} \neq 0$ 或 $\frac{1}{x} \neq 1$

学生猿我认为“或”应当是“且”。(大多数学生同意这种答案)

教师象第(猿)小题, 有些同学犯这样的错误, 将答案写成“或”。在解一元二次方程时, 方程的两根用“或者”联接, 但在不等式中应说明与是并且的关系, 即圆与原员这两个值曾都不能取。

学生源第(源)小题, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ 是二次根式, 二次根式成立的条件是被开方数大于、等于零。 $\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的被开方数是 $\frac{1}{x}$ 亦摇 $\frac{1}{x} \geq 0$ 亦摇 $\frac{1}{x} \geq 0$

学生缘第(缘)小题是二次根式, $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ 是二次根式, $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ 缘是被开方数, 亦摇 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \geq 0$ 亦摇 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \geq 0$ 亦摇 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \geq 0$; 但是 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ 也是分式, 所以 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \neq 0$ 亦摇 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \neq 0$ 结论为 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \neq 0$ (教师点头表示赞许)

学生远赠越 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ 中, $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \geq 1$ 且 $\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}} \neq 0$

(师生之间互相交流对话, 在融洽的气氛中学习)

注意: 有些同学没有真正理解解析式是分式时, 自变量的取值应使分母不为零, 片面地认为, 凡是分母, 只要不为零即可。应将解题步骤设计得细致一些, 先提问本题的分母是什么, 然后求分式的分母不为零, 再求出使函数成立的自变量的取值范围。二次根式的问题也类似。

教师: 请同学们模仿例 员 编出类似但是又容易出错的题目来挑战其他组。

(学生活动再一次出现高潮)

学生分小组编题如下:

猿