

目 录

数学课程的教学策略	(员)
多元智能与数学中“问题解决”	(员)
数学课堂教学调动主体参与实践	(圆)
一元一次方程的因式分解	(圆)
列方程解应用题	(圆)
黄金分割	(圆)
比例的性质	(猿)
角	(猿)
轴对称图形	(猿)
轴对称图形	(源)
等腰三角形的判定	(源)
代数式教案	(源)
相似三角形的性质(第一课时)	(缘)
《生活中的平移》教案	(远)
《三角形角的关系》教学方案	(远)
有理数的乘法教案	(苑)
《用字母表示数》教学设计方案	(苑)
《命 题》教学设计	(愿)
《一元一次方程的应用(工程问题)》教学设计	(愿)
《一元一次方程的应用(工程问题)》教学设计	(愿)
《不等式和它的基本性质》教学设计	(愿)
数学教法创新——问题教学模式	(员)

《等式和它的性质》教学设计	(员缘)
《列代数式》教学设计	(员园)
《绝对值》教学设计	(员缘)
《有理数的乘法》教学设计	(员园)
《有理数的乘方》教学设计	(员缘)
《等式和它的性质》教学设计	(员缘)
《一元一次方程应用》教学设计	(员园)
《等式和它的性质》教学设计	(员缘)
《用代入法解二元一次方程组》教学设计	(员缘)
《用加减法解二元一次方程组》教学设计	(员缘)
《三元一次方程组的解法》教学设计	(员缘)
《一次方程组的应用》教学设计	(员缘)
《不等式和它的基本性质》教学设计	(员园)
《不等式的解集》教学设计	(员园)



数学课程的教学策略

数学教学,如何实现多元智能理论倡导的“真正理解并学以致用”的目的,从而开发学生的智能,需要教学策略的支持。该理论对教学内容的选择以及教学方法的改进,都提出了许多具有针对性的建议,许多实验学校借鉴这些建议,初步形成了数学课程一些有效的教学策略。

一、教学内容的选择策略

要想实现“真正理解并学以致用”的教育,就必须放弃“涵盖一切”的错误做法,过分广泛的覆盖面难免会导致肤浅,最多只能在学生头脑中装满多项选择、待考试一结束就马上忘光的东西,应该奉行“少就是多”的原则。^①

加德纳倡导的“少就是多”的原则,也是我国近几年来频繁进行的数学教学内容改革的重要观念。以初中数学教学为例,新课程减少了数学的课时,教学内容删减了很多。比如因式分解中的“十字相乘法”、韦达定理等,在过去都是教学和考试的重点,但是随着数学教育观的变化,像十字相乘法这样技巧性要求过强的内容,已经变得价值不大了。从数学的总体把握上看,分解因式的算法价值远远低于其代数价值,不要说因式分解根本不能解决任何现实中的问题,就是在数学中,学几种因式分解的具体方法的价值也值得商榷,比如随便将几个因式乘起来让人去分解,恐怕其学过的方法和公式就都会变得毫无用处。这恐怕正是新课程的数学课程标准对此都不做要

^①加德纳著,沈致隆译:《多元智能》第182页,新华出版社,1999年版。



求的原因所在吧。但是实际教学中教师却常常抱怨“初中数学内容减成这么少,学生到高中够用吗?”于是,不少教师本着为学生负责任的精神又把删掉的内容补上了,然而,高中教师在教学中感到最大的困难并不是学生缺乏必要的基础知识,而是学生不会思考、不会学习,一些关键的概念理解不到位。

事实上,对于数学这样一个结构严密的学科来说,教学中往往追求数学学科体系的完整性,人们生怕漏掉一点而导致整个学科体系的瓦解,这种对点滴不漏的系统性的追求,由于课时的限制,往往使教学工作匆匆忙忙进行,达不到彻底性。确实,教学应当给学生以系统性思想,使他们对一门学科有一个整体概念,然而,传统的让学生掌握一大堆所谓系统的材料的做法,其结果不但不能使学生把握学科全局,而且让他们头脑中只有一大堆不扎实的、肤浅的学科知识。所以,课程改革应当从根本上对课本进行剪裁,以彻底性代替肤浅的全面,教学要追求深而不是广,在一些典型的、可以使得学生获得一般的、本质的、原创的内容上多花一些功夫,让学生能够举一反三,从而使得其他同类教学内容也能为学生所认识,或者引起学生自发去学习它们的兴趣,而将某些枝节一带而过。

如果使用现行教材,以“少就是多”的原则指导教学的教师,首先要做的是对教学内容的选择,在一些值得花时间的内容上用足功夫,使得一些策略性和原理性的东西得到理解。比如,高中数学的“两角和的余弦公式”推导方法非常巧妙,其中单位圆和负角的引入是引人注意的一步,但是如果教学中这样巧妙的想法突然从天而降却看不出任何动机,然后令人惊讶地解决问题,这样教学当然会很顺利,可以严格按照计划进行,但是却难以激起学生的兴趣,他们只会记住一个天上掉下来的公式,难以在推理和创造方面学到东西,可是如果为学生提供比较大的思维空间,让他们充分暴露探寻思维过程,中间难免会走入歧途,课堂也许会变得“一团糟”,但是只要教师充分把握学生的学业水平和数学探究的基本原则,及时对学生的解题过程进行分析、



评价,往往会让学 生有惊人的表现,为优化学生的探究策略和解题策略提供难得的机会。在追求顺利的教学过程和学生能力的提高方面如何选择,就是教师的策略所在。以“少就是多”原则指导课堂的教师,则会以后者为出发点,哪怕在这样的内容上花上平常几倍的课时,而将在后面类似的内容(两角和的正弦、正切公式)的学习时间压缩。

值得指出的是,以“少就是多”原则指导的课堂特别关注学生的情绪反映,力求把学生调整到思维最活跃的状态追求,而不仅仅是追求预定的教学任务是否顺利完成,教师不是把自己当做课堂这场舞台剧的编剧和导演,希望演出严格按照计划进行,而是以策划师的身份出现,只提供蓝本,允许演员即兴发挥。比如北京十二中分校赵毅老师在“多边形内角和”一课上,本来准备了非常丰富的内容,但是,没有“剧本”的学生却自己创造了“台词”:学完三角形内角和后,教师让学生探索四边形内角和,本来想象学生一定会按照最简单的方法得出:将一个四边形按照对角线分为两个三角形,可是学生偏偏不按照预料的方法去做,而是按照下面图 1 的方式去分,并解释道:从四边形中任取一点 P ,得到四个三角形,内角和是 $4 \times 180^\circ$,但是,四边形内角和要减去一个周角,所以应是 360° 。可喜的是,这位年青的老师并没有嫌该生的方法麻烦而端出自己的方法或提醒别人是否有更好的方法,而是感到眼前一亮,迅速把握到学生的思维状况,捕捉到了学生探索过程的价值,马上重新修改了“剧本”。“既然 P 是任意一点,那么如果将点 P 取在四边形的一条边上,结论还成立吗?”(图 2)学生稍作思考马上说可以。教师的灵感再次被激发,请同学们继续探索:“如果 P 取在四边形外边,你

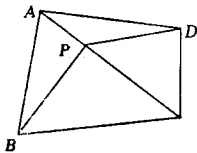


图1

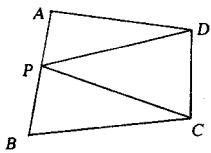


图2

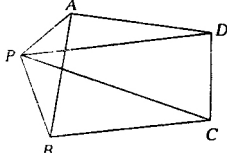


图3



们的结论是否还成立?”(图 猿)

这样的问题引起了学生们极大的兴趣,时间不知不觉间在同学们的讨论和争辩中过去了,下课的铃声响起,教室出现了学生请求教师“别下课”的场面。虽然仍有几项预定的教学任务没有完成,但是课堂上呈现出的生机和活力,却让师生久久感到了格外的愉悦和振奋。学生的学习也不再局限于课堂和课本之上了。

“少就是多”并不是只能“少”,不能“多”。为了达到使学生深刻理解的目的,教师应该根据学生的发展需要适当选择教科书、甚至选择教学大纲要求以外的内容进行教学,目的在于深刻理解。

比如在高一的教科书中仅涉及到了奇偶函数的对称性的教学内容,但是一位老师却向学生提出了这样一个问题:

函数 $y = \sin x$ 的定义域是全体实数 \mathbb{R} , 函数 $y = \cos x$ 和 $y = \tan x$ 的图像有何关系?

值得注意的是教师首先提醒学生要先猜想,并让学生思考如何形成猜想。

学生的猜想过程确实五花八门:

生 员: $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 关于 $y = \frac{\pi}{4}$ 对称, $y = \tan x$ 关于 $y = \frac{\pi}{4}$ 对称。(教师又问道:关于谁的 y 轴对称?该生陷入了思考)

生 圆: 设一个具体函数 $y = \sin x$, 然后在坐标系中画出 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 的图像,……但好像不对……。

生 猿: 设了一个具体函数 $y = \sin x$, 利用图形计算器画出 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 的图像,看到关于 $y = \frac{\pi}{4}$ 对称。(教师:你肯定你的猜想吗?)可以再设另外一个函数 $y = \tan x$ 试一试…没错,也是关于 $y = \frac{\pi}{4}$ 对称。

此时学生基本都认同了这一猜想,于是教师再次提到了生 员的猜想,并与大家分析为什么不一致。最后大家达成共识:函数 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 应该是关于 $y = \frac{\pi}{4}$ 对称,这条 y 轴应该是 $y = \frac{\pi}{4}$, 也就是 $y = \frac{\pi}{4}$



上面的讨论不仅让同学们更深刻认识了偶函数关于 y 轴对称的本质(对称直线是 y 轴),同时整个教学过程直指如何猜想(如何思考),具有更加重要的智能开发意义。

多元智能理论认为,解决问题是人的智能的集中表现;还指出,问题的解决几乎都带有综合性。因此,需要将一些“数学外围”的内容作为教学的内容,以达到解决问题的目的,这是符合多元智能理论要求的教学策略。比如一位老师专门组织了关于如何进行数学阅读的讲座,并为学生提供了许多阅读数学文献的机会,这样做的目的很明确,就是着眼于学生未来的发展,因为在未来的社会中,每个人都需要终身学习,而离开学校以后的学习主要靠阅读进行,而能否迅速、流畅、有分析思考地阅读,对于学生在未来社会的成功有着重要作用(值得指出的是,最近几年的高考中,数学阅读能力似乎突然成了考察对象,而这位老师的“无心插柳”之举却又让她的学生们在应试中获益匪浅),而另一位老师将“提出数学问题的方法”作为教学内容,向学生指出诸如变维(如勾股定理能否推广到空间)、变序、一般化、特殊化等数学中发生、发展问题的常用方法,目的在于提高学生提出问题和自主探究能力。

随着课程改革的进一步深入,师生的对于教学内容的选择权也会越来越大,如何根据自身的条件和学生的不同需求,选择恰当的教学内容,制定适合的课程计划,将成为未来教师的一项重要工作,相信多元智能理论会为教师的选择提供一定的指导。

二、注重数学思想方法的教学策略

加德纳说:我们交给儿童更为宝贵的东西,不是特定的题材,而是如何掌握题材。

这一点对于数学教学意义独特。“授人以鱼不如授人以渔”,数学中,“渔”就是数学的思想方法。数学思想方法是数学的精华,因为我们每个人都清楚地知道:学生们在学校学到的数学知识,在进入社会



后,几乎没有什么机会去用,不久也就忘掉了,然而,不管去从事什么工作,那些铭刻于头脑中的数学精神和数学思想方法,却长期在他们的生活和工作中发挥着作用。因此,超越观察到的实际材料或已经获得的一堆数学经验,用数学思想方法不断加以整理和组织,应成为学生应当获得的最重要的数学体验,也是使其数理—逻辑智能得到有效发展的必经之路。

数学中有一些具体的数学解题方法,如配方法、换元法、待定系数法,也有一些是一般科学方法,如归纳法、演绎法、类比法;还有一些构建数学知识、展开数学内容时的特有方法,如公理化方法、数学表示法、分类法、化归法等。将这些名词挂在口中并不等于注重思想方法教学,对学生来说重要的是这些方法在解决具体问题时是否起了作用。对教学来说,关键是将重点放在关注问题的数学化过程中来,因为最重要的数学思想方法就是数学化自身,只有不断地经历数学化过程才能使得数学思想方法真正起到改变学生原有思维方式的作用。

比如北京丽泽中学的陈丽娟老师在“同类项”课上,通过精心创设的情境引出了两个代数式: $3x^2 + 2x - 1$ 和 $5x^2 - 3x + 7$, 然后问道:“这样的两个代数式有什么共同特征呢?”学生指出:它们都含有字母 x , 并且都是二次。教师又写出了两个代数式: $2x + 1$ 和 $3x^2 + 4x - 5$, 并问了同一个问题, 学生经过分析、讨论总结出:它们都含有字母 x 和 x^2 , 并且 x 都是一次, x^2 都是二次的。

于是,教师说:“具有这样共同特征的代数式在数学中被称为同类项,你们想一想如何给同类项下定义?”

这样的引入表明教师不仅仅是要求学生理解和掌握同类项的定义,而且希望学生经历对教学内容的直观感受,抽象为比较严格的数学概念的过程,体现了教师关注过程、注重数学思维方法的教学理念。

然而一些可以向学生展示数学思维方法的机会,却经常被老师



放弃了。还以“同类项”的教学为例,大多数教师的教案上,都设定了这样一条教学目标:使学生感觉数学的简洁美。但从具体的教学过程来看,很少有教师认为这条目标是重要的、可落实的。

事实上,美学方法是一种重要的数学思维方法,数学美的内涵,包括统一性、简单性、奇异性等,在数学研究中人们经常利用美学的角度去决定可能的研究方向或对理论进行意义判断,而在代数的框架内,从简单美的角度对同类项的内容进行探讨,应该是比仅仅是为了简便计算代数式的值更有价值。

同样的教学内容,由于教师关注方法的层次不同,起到的智能开发作用也是不同的。比如对于“分数求和的裂项法”这一教学内容,如果教师过于关注“裂项法”这一解决具体问题的方法,那么在以后学生遇到相关的问题时,如果想不起来这种方法,那就是无效的;但是,如果我们分析一下用该方法所解决的问题的特征:项数较多且具有一定规律的分数之和,就会发现“归纳法”完全可以解决所有这类问题,而归纳法则是比裂项法更具有普遍适用性的一种数学方法,对这种方法的理解和掌握也更有利于学生解决问题策略的形成和解题能力的提高。

三、数学的教学组织策略

数学的体系中既强调整较为宏观、整体的结构,又有很多非常具体、富于操作性的知识与技能,对于真实世界的问题解决来说,两者都是不可缺少的。如何做到让学生“既见树木又见树林”,这需要一定的教学组织策略。

加德纳提倡“专题作业教学法”。他认为:所有的科目的学习,像数学、社会科学、读、写、自然科学,都通过学生专题作业的方式来完成,这样可以使学生深入研究教材中的某些特别的层面,探索该领



域专家们碰到的问题。^①

这种教学方法的典型教学过程是:学生以小组为单位,开始确定一个研究专题(一般以实际问题的形式呈现);为了研究该专题,学生往往会根据需要获得一些必要的专业知识,他们会用自己独特的办法去获取这些知识,然后相互交流,并讨论如何用所获得的知识来促进问题的解决;如果在讨论的过程中,小组发现还需要研究的专题(提出新的问题),学生们就会继续分头查找资料、交流并议论问题解答,直到问题得到解决;问题解决后,学生们还需要对自己的学习过程进行自我反思和评价,总结所获得的知识 and 思维技能。

因而,组织教学的过程就变成了指导学生进行科学研究的过程,在研究中把握整体,学习知识。而教师的重要工作就是将希望学生掌握的所有知识分解成若干个单元,为每个单元确定适合自己学生水平的专题作业,同时教师也应该从讲台走到学生中间,从知识的传授者转向专题研究的指导者(有时也是学习者),通过倾听同学们的观点和观察他们探索问题的方法(学生解决问题的方法反映出其独特的智能特点)提出有针对性的建议。

在这一过程中,教师应当注意学生自我认识智能的开发,也就是促进学生反思,因为智力增长非常重要,但是最容易被忽视的特征,就是回顾已进行的工作,把握既定目标,评估进展,提出改进方案。专题作业为这种活动提供了绝好的机会。老师和学生一起检查、反思作业,根据专题作业的目标、行为方式和他过去的作业的相关性进行构想。同样重要的是,能够将这种回顾与检查内部化,从而在没有外界帮助的情况下,对自己的作业进行评估。

关于数学专题作业,我国教师积累了一定的实践经验,比如北京市自1987年开始的每年一次的以中学生为主体的数学知识应用竞赛活动,每次活动历时半年,学生自己选择一个取自现实生活的数学

^①加德纳著,沈致隆译:《多元智能》第184页,新华出版社,1999年版。



应用问题,自己研究解决(可以查看各种资料,也可以要求别人的帮助)然后将研究过程和结果写成一篇论文参与答辩。学生要经历“选题—设计方案—实施方案—完善方案”的过程。许多同学的选题用到了没学过的数学知识,问题的成功解决表明他们自己获取知识的能力是非常强的。几年来面对学生选题的广泛性(从交通路口红绿灯的设计、雪的溶化速度、暖水瓶的最佳保温水量到糖尿病的测试、白血病人的计划性升血,从拼图游戏到人类基因组计划)和研究的深入性,教师们感受最深的是:儿童中蕴含着极为丰富和巨大的创造潜能,关键是我们的教育能否营造适于他们发展的环境,能否为他们创设发展的空间、提供更多发挥其创造潜能的机会。

但是,如果把专题作业当成医治教育百病的灵丹妙药,或是把它当成通往知识天堂的阳光大道,那就错了。有些知识的学习是非常严格的,需要死记硬背,需要演算。^① 数学的体系完整性决定了它就是这样的学科,但这并不是说数学中重要的定理和概念的教学一定要通过告诉学生,然后要求学生记住的方法来进行,因为正如荷兰数学家弗雷登塔尔所说:学习数学最自然、最有效的方法就是再创造,因为数学是一种活动,这种活动就像游泳一样,不经过亲身体验,仅仅看书、听讲或是观察别人的示范是学不会的。

对学生来说,没有比让他们感到愉快和充实的环境更能激起他们创造的激情的了,因此为教学内容设计充分的情节背景、将教学组织成赋予学生有较大自主权的活动,往往会提高教学的效率。比如一位老师在“周长与面积”课上,为同学们讲述了这样一个故事:从前,一位牧羊人养了一群羊,后来羊越来越多,他的羊圈已经显得太小了,于是他准备好材料,准备再盖一个新羊圈。你们能帮牧羊人设计一个羊圈吗?

^①加德纳著,沈致隆译:《多元智能》第 154 页-155 页,新华出版社,1999 年版。



这节课按照教科书上的要求是:让学生发现当周长一定时,长方形面积 \approx 正方形面积 \approx 圆的面积。但是,由于没有任何限制,同学们发挥的余地太大了,他们设计的方案极为丰富,不但设计出了长方形、正方形和圆形的羊圈,发现了上面的特征,还有人从实际出发,想到借用一面围墙盖羊圈:



于是出现了这样一个结果:圆的面积 \approx 长方形的面积 \approx 正方形的面积,这是为什么吗?当学生处于矛盾中时,教师拿出了一面小镜子,看到每个图形与连为一体的镜子中的影子时,同学们发现了真理。



多元智能与数学中“问题解决”

在数学教育中,对于“问题解决”的重视由来已久。最早是波利亚,他从1945年就提出将“问题解决”作为数学教学的焦点,不过当时并未引起数学教育界的重视;而当许多西方国家的数学教育经历了上个世纪70年代的“新数学运动”和80年代的“回到基础”的失败后,“问题解决”的价值开始被重新认识。在20世纪80年代以来掀起的世界范围内数学课程改革的浪潮中,几乎所有的国家都明确把“提高学生解决问题的能力”作为一个明确的教学目标,我国正在进行的课程改革也顺应了这一国际潮流。

“问题解决”在多元智能理论中的地位是独特的,它认为能解决真实环境中的复杂问题是高智能的表现,也是开发智能的途径。在课堂教学中问题解决是一种重要的教学策略。基于此,我们以梅克教授提出的“问题类型连续体”理论为指导,开展了数学教学实践研究。本节将以问答形式,对实践中大家遇到的和普遍关心的问题探讨。

一、多元智能与“问题类型连续体”有何关系

这两者的关系涉及到一个关键概念:问题解决。加德纳认为智能是人类心智的能力,它使人能解决真正意义上的问题或困难,并拥有发现或创造问题的潜能。仅以数理—逻辑智能为例,智能高的人不仅能够用所学过的数学知识和方法来解决问题,更重要的是他们具有对知识前沿进行探索的兴趣和能力,从而在知识领域获得新的进展或创造新的成果。



所以 数学教学 无论是想开发还是评价学生的智能 教师都必须关注学生对“前沿”知识的兴趣、探索意识和能力 这是不可缺少的内容。当然 像小高斯那样发现等差数列求和公式就站在世界前沿的时代 可能一去不复返了 对学生来说的“前沿”问题 也许距离科学真正前沿相距甚远。但是 学生解决自己的“前沿”问题的过程和感受 和一个科学家发现一个最重要定理的过程和感受 却没有太大的差别 从培养人的角度看 让学生获得解决自己的“前沿”问题的过程和感受 具有十分重要的意义。

创造的潜能是每个人生而有之的 有些学科可以先创造后理解 但是对于数学 只有先理解了其原理 才能进行有价值的创造 因而系统的知识积淀必不可少。但是 如果我们在学校过于强调系统而扎实的基础知识 就难免会将学生的活动局限在解决有正确答案和已知方法的问题范围内 从而使他们缺乏关于如何进行探究和创造的经验 and 见识 这就不能期望他们一旦走向社会 便突然可以提出新的思想和创造出新的产品。因此 如何将创新精神与实践能力的培养与“双基”教学相结合 就成为了教育创新的一个重要课题 而梅克教授提出的“问题类型连续体” 因为其五个典型类型的问题从结构完善、封闭、答案求同、指向书本到结构不良、开放、答案求异、指向现实 具有极大的有序性与包容性 为我们从“以教师为主体”的教转向“以学生为主体”的学 从问题设计的角度提供了比较理想的、易于操作的框架依据 以此为框架 我们可以相对便捷地将教学中的一些问题进行改造 以变成更能促进学生发展的不同类型的问题 提高我们的素质教育水平。

二、“问题”与“习题”有什么关系

设计问题就是改变“习题”的设问方式吗？

在梅克教授的问题理论中 习题也属于问题的范畴。重视习题教学是我国数学教育的一大特点 传统以演练性质为主的习题课上



处理的主要是封闭型的问题,主要目的是整理出一套解决特定类型问题的规则,强调“算法”。在实践研究中,我们也以习题教学为切入点,利用“问题类型连续体”的框架,通过对一些习题的改造来完成问题类型的变化,使得习题教学具有更多的、更好的功能。

这方面北京市丰台区的老师积累了许多非常好的案例,下面是北京十二中草桥分校的扬竞老师的一个例子:

原题是:点 E 、 F 分别为平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 、 CD 上的点, E' 、 F' 分别是 E 、 F 关于对角线交点 O 的对称点,求证四边形 $AE'F'D$ 是平行四边形。

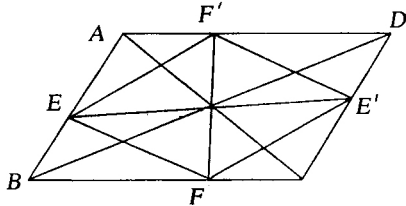
老师将“求证”部分变成了“试判断四边形 $AE'F'D$ 的形状,并考虑如果改变 E 、 F 的位置能否使四边形 $AE'F'D$ 成为矩形?”

摇摇于是一个以“如何证明”为目标的教学过程变成了需要学生经历猜想、探索、验证的过程。

希望通过证明程序的演练培养学生的逻辑推理能力相比,让学生养成用“理”说话的意识、形成理性思维的精神,显然更能体现欧氏几何的精髓及数学教育的目的。

但是设计问题具有更广泛的意义,问题类型的改造根本也在于教学目标的定位。实际上,在“问题类型连续体”的意义下,问题的设计正是教学设计的核心,在指导思想上与教师对数学的认识有关,在实践中也涉及到具体的课堂教学模式,包括教学流程式、师生关系和评价等多方面的因素。

如果选择“讲解原理—举例说明—练习掌握—应用拓展”这样的教学流程,并且将较多的时间放在练习环节上,这样的课堂中的问题很可能成为“问题连续体”中的第 I 类问题,因为这样的课堂的教学目标是知识性的,教师是以一种知识的传授者身份出现在课堂,对于自己所传授的客观真理,学生解答得对与错就是其掌握与否的标





志。

如果持有同一数学内容可以有多种不同解释的观点,教师就会倾向于设计“问题连续体”中的第Ⅲ类问题,教学中就会尽可能地提供与学生有联系的各种情境,通过多种解释促进学生理解,更多的时间就会花在对原理的讲解和帮助学生构建上来。教师通过对学生“怎么做的”的关注,从中了解到学生的大致思维状况,形成对学生学习水平的评价。

一位持有“数学是在人类实践过程中发展、完善起来的”观点的教师,在“二面角的度量”一课伊始,就先让同学用书或本摆出自己喜欢的二面角模型来,根据同学们摆的情况,问道:“你们摆的是如此一致,可是我们还没有对如何度量二面角的大小给出任何规定,你们认为有哪些东西的模型可以代表二面角的模型呢?能不能用语言或图形描述一下,也就是给出二面角的定义。”

这样一个四类问题的提出意味着这节课不能遵循概念讲解、举例说明、学生练习的教学程式,而是要让学生经过体验、创造、争辩、升华的过程,既然给了学生创造数学概念的机会,在面对学生自创的定义与“标准定义”之间的差别时,教师就没有理由以真理化身的身份简单地作出“对与错”、“好与坏”的评判,而是尽量以平等的身份,通过询问学生“你是怎么想的”,让学生暴露出自己的思维过程,然后师生在交流中达成关于“什么是好的数学概念”的共识,而教师相信学生能创造数学新概念这件事本身无疑就是对学生的一个极高评价,对于调动学生积极性和学习的自信方面会起到不可低估的作用,最根本的还是教学目标,通过体验数学概念的发现、完善过程,促进学生对数学知识方法体系的理解和掌握能力,显然这一目标



的意义远远超越了知识性目标：“理解、掌握二面角的度量定义”。^①这正是多元智能理论追求的新型教学目标——关注学生“如何思考”在数学教学策略中的体现。

三、哪种类型的问题是好问题

一节课需要设计所有类型的问题吗？

各类型问题间的先后关系是怎样的？

从总体上说，数学教学过程，没有哪个类型的问题是可以缺少的。换句话说，只有使学生接触问题连续体的各类问题，才可能使我们的数学教学有效地处理好以下两方面的问题。一是处理好既掌握知识又培养能力的关系问题。知识是发展能力的基础，而培养能力又是更为重要的教学目标。问题连续体中的第Ⅰ类问题，虽然只要求学生进行模仿练习，但却能够起到巩固数学知识与掌握计算技能的作用。应当承认，掌握牢固的基础知识和熟练的计算技能，这是形成学生数学能力的基础，是人的智能发展的重要组成部分，不应认为有些问题模仿性强而一味排斥在素质教育之外。这里涉及机械模仿与“发展性”模仿的区别。我们反对的是机械模仿，因为它会抑制学生的创造性。但是，学生通过模仿学会了新的知识和技能，这对他们说，意味着是对自我的超越，是一定意义上的发展。这类模仿性的问题练习，就不应该排斥。二是我们要面对的是全体有差异的学生，如果把时间都用来让学生操练一些常规运算，那么就会扼杀许多数理逻辑智能高的学生的积极性，阻碍他们的智力发展。反之，如果我们出的问题都是开放性的，又会难为一些数理—逻辑智能较差的学生，使他们无法获得成功的愉悦。

教师的教学策略就在于能够将不同类型的问题进行组合，以达

^①本例选自谷丹：“全面数学教育观与知识形成过程的教学”，中国教学学会数学教学专业委员会第十届年会论文，1995年。