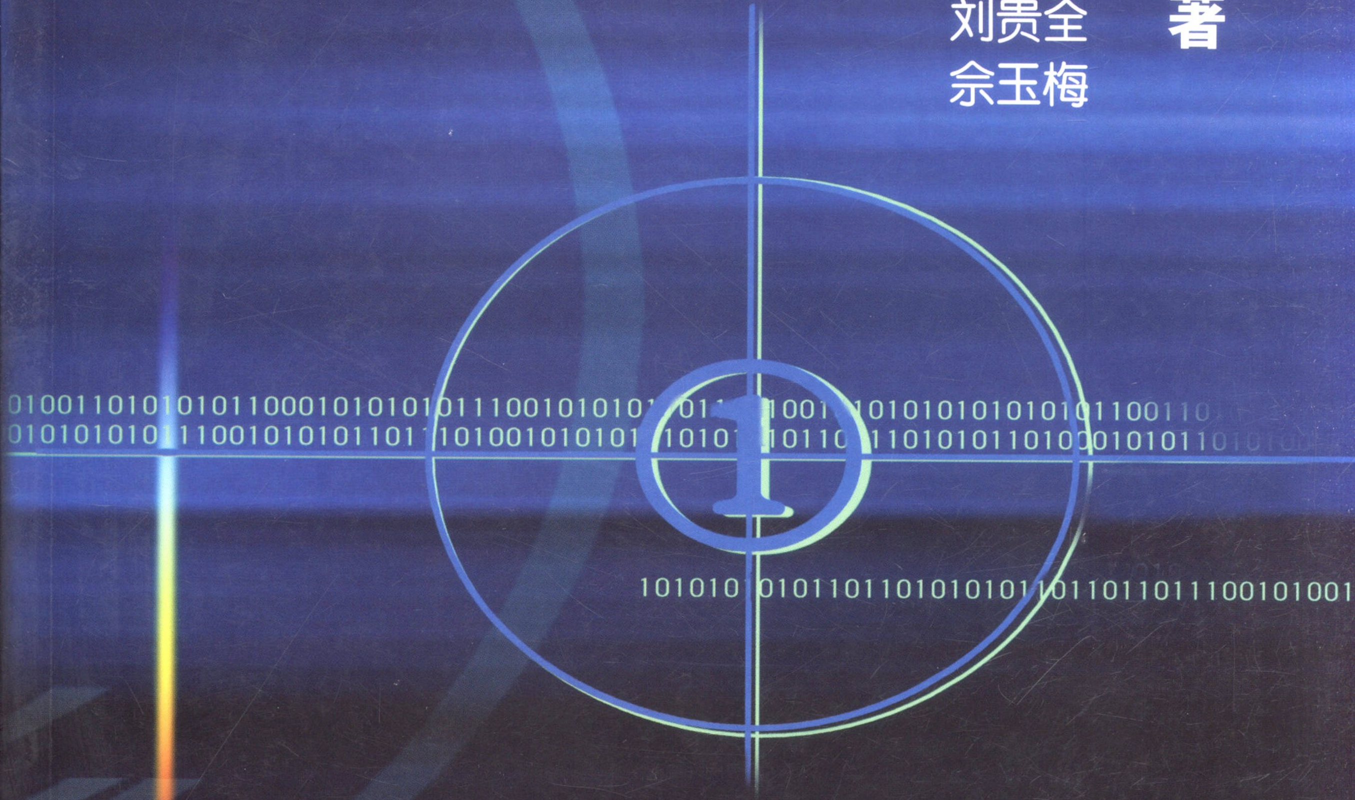
动态模糊逻辑系列丛书

An Introduction to Dynamic Fuzzy Logic

动态模糊逻辑引论

李凡长
刘贵全　著
佘玉梅



云南科技出版社

国家八六三计划资助项目，NO：2002AA881030
江苏省自然科学基金资助项目，NO：BK2005027
云南省教育厅科学研究基金资助项目，NO：03Z533D
苏州大学“211工程”资助项目

动态模糊逻辑系列丛书

动态模糊逻辑引论

李凡长
刘贵全　著
佘玉梅

云南科技出版社
·昆明·

图书在版编目（CIP）数据

动态模糊逻辑引论/李凡长，刘贵全，佘玉梅著.
昆明：云南科技出版社，2005.7
（动态模糊逻辑系列丛书）
ISBN 7－5416－2204－4

Ⅰ. 动…　Ⅱ. ①李…　②刘…　③佘…　Ⅲ.动态逻辑：模糊逻辑　Ⅳ.0141

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 071786 号

云南科技出版社出版发行
（昆明市环城西路 609 号云南新闻出版大楼　邮政编码：650034）
昆明市五华区教育委员会印刷厂印刷　全国新华书店经销
开本：787mm×1 092 mm　1/16　印张：12.375　字数：250 千字
2005 年 7 月第 1 版　2005 年 7 月第 1 次印刷
印数：1—1 000 册　定价：24.80 元

内容提要

动态模糊性问题是客观世界和主观世界普遍存在的极其复杂的问题。关于这方面的研究工作，目前国内外都不多见。作者经过十几年的努力，取得了一些初步的成果。为了使这些成果能在更广泛的范围内进行交流，应一些同行的要求，作者把相关成果整理成此书。该书系统地介绍了动态模糊集合论的初步知识和动态模糊逻辑的系统知识。分 10 章介绍：第一章介绍动态模糊集（DFS）的基本概念；第二章介绍动态模糊（DF）集的分解定理；第三章介绍 L 型动态模糊（DF）集的模结构；第四章介绍动态模糊（DF）集的表现定理；第五章介绍动态模糊集的扩展原理；第六章介绍动态模糊（DF）测度理论；第七章给出动态模糊逻辑系统；第八章介绍 DFL 在问题求解中的应用；第九章介绍 DFL 在机器学习中的应用；第十章介绍 DFL 在软件 Agent 系统中的应用。

本书可供计算机、数学、信息科学、智能科学、自动化科学等领域的大学高年级学生、研究生、教师及从事模糊系统、动态模糊系统的研究人员参考，同时也可作为相关专业的硕士、博士研究生一学期 60 学时的教材使用。

序　　言

世界的美好与人生的美妙，都在于动态变化。客观世界的动态性与模糊性，主观世界的动态性与模糊性，都使得世界与人生丰富多彩，变化难测。

动态模糊性问题，是当今与今后相当一段时间内学术界普遍关注的热点研究问题。目前，有关模糊数学的研究成果已经不少，但是对动态模糊数学的研究就相当不够充分了。

李凡长教授的《动态模糊逻辑引论》一书，是一部具有创新性研究成果的著作，是将模糊逻辑从静态走向动态的一种努力，也是他十多年来从研究生走向教授的研究成果的一个小结。

本书的工作是一个具有挑战性的工作，模糊性与动态性相结合的研究，还可从各个不同角度开展研究。当今，模糊集理论、粗糙集理论、基于商空间的粒度计算都是热点研究课题，如何将这三个理论结合起来，特别是与动态特性结合起来，是极具挑战性与创新性的研究工作。

本书的出版，将对动态模糊性问题的研究与应用，起到积极的促进作用。

本书的出版，将激励更多的学者，从事挑战性与创新性的研究工作。让世界变得更加美好，让人生变得更加美妙！

特书序言，以作留念。

中国人工智能学会副理事长 、教授

2004 年 6 月 1 日

于中国科技大学

前　　言

1965 年美籍伊朗数学家、控制论专家 L. A. Zadeh 发表了“Fuzzy Sets”第一篇论文，开创了模糊理论；1973 年他又提出了“Fuzzy Logic”为人们解决静态问题提供了有效途径。但是，在主观世界和客观时间这些复杂系统中，“动态模糊”是普遍存在的。如“社会系统”中的人类生存问题、进化问题，“经济系统”中的经济增长问题、股票问题等，“智能系统”中的动态模糊知识等。随着计算机科学技术的发展，人们又希望用计算机来模拟这些具有动态模糊性的问题。怎样来模拟呢？研究者们感到困惑了，基于这种想法，作者从 1992 年开始，在我国著名人工智能专家、中国人工智能学会副理事长蔡庆生教授的亲切指导下从事这方面的研究工作。在此期间，中科院院士、中国科技大学陈国良教授也给予了大力的支持，并多次关心本项目的研究进展。除此之外，清华大学的石纯一教授，中科院计算所的史忠植研究员等也曾直接或间接地帮助过该项目的研究工作，正是在他们的关心支持下，才有了今天的成果。现在已基本形成了动态模糊逻辑（Dynamic Fuzzy Logic）系统理论。为使该成果能够在更广泛的领域得到应用和能与广大研究人员进行交流，我把它整理成《动态模糊逻辑引论》一书。该书的初稿已作为硕士生和博士生的独立课程在云南大学、苏州大学等高等院校讲授过多次，深受广大学生的欢迎。该书的主要内容“动态模糊逻辑及其应用研究”项目 1998 年已获得省级科技进步二等奖。该书分 10 章：第一章介绍动态模糊集（DFS）的基本概念；第二章介绍动态模糊（DF）集的分解定理；第三章介绍 L 型动态模糊(DF)集的模结构；第四章介绍动态模糊（DF）集的表现定理；第五章介绍动态模糊集的扩展原理；第六章介绍动态模糊（DF）测度理论；第七章给出动态模糊逻辑系统；第八章介绍 DFL 在问题求解中的应用；第九章介绍 DFL 在机器学习中的应用；第十章介绍 DFL 的软件 Agent 系统中的应用。

正值此书完成之际，感谢中国科技大学蔡庆生教授，他在百忙之中为本书撰写了序言；中国科学院院士、中国科技大学陈国良教授，他为本书提出过修改意见；除此之外，还有清华大学石纯一教授，中科院计算所史忠植研究员，清华大学出版社的闫红梅编辑及上海同济大学的苗夺谦教授等，没有他们的关心支持，本书是完不成的。本书在编写过程中，钱旭培、康宇、段爱华、童海峰、赵小芳、黄晋、李明伦、刘东晓、王飞、谢丽萍、曹凤雪和朱伟等研究生做了大量的排版工作，对这些同学付出的艰辛劳动表示感谢。感谢苏州

大学计算机科学与技术学院的朱巧明教授和杨季文教授，他们两位对本书的完成给予了多方面的关心支持。最后，感谢云南科技出版社副社长胡平及出版社的其他领导。

本书虽然完成了，但作者始终心里不能平静，总觉得像这样极具挑战性的工作，奉献在读者面前不知同仁们会发出什么样的心声。因为“动态模糊性”问题实在太复杂了，我们又找不到可比的相关材料。加之作者水平有限，书中若有不确切的地方，敬请广大读者不吝赐教。

作者

2004 年 4 月

目　　录

Contents

第一章　动态模糊集（DFS）

本章先引入经典集合、F 集合的基本概念，进而给出 DF 集合的定义、运算等基本知识。

1.1 经典集合

我们把所考虑的如全体实数、平面上所有的点等这些特殊集合称为基本集合或论域，以 X 记之。其中 X 的一部分称为 X 的子集，常以 A，B，C … 等大写符号记之；称 X 的对象为元素，以 x 记之。如果 x 属于 A，记为 $x \in A$；若 x 不属于 A，记为 $x \notin A$。以 $\varPhi$ 表示空集，X 表示全集。

任给定一性质 p，$p(x)$ 表示“x 具有性质 p”，则 $A=\{x;\ p(x)\}$ 表示 X 中具有性质 p 的全体元素构成的子集。以“$\forall x$，$p(x)$”表示对所具有 x 均有性质 p，“$\exists x$，$p(x)$”表示存在 x 具有性质 p。

设 A,B 是 X 中的两个子集。若 $x \in A$ 时必有 $x \in B$，称 B 包含 A 或 A 含于 B，记 $A \subset B$ 。

显然，包含关系具有以下性质：

（1） $A \subseteq A$　　（自反性）

（2）若 $A \subseteq B$， $B \subseteq A$，则 $A = B$　　（对称性）

（3）若 $A \subset B$， $B \subset C$，则 $A \subset C$　　（传递性）

设 X 是论域，记

$$\mathcal{P}(X) = \{A; A \subset X\}$$

称 $\mathcal{P}(X)$ 为 X 的幂集，约定 $\varPhi$ 表示空集，且 $\varPhi \in \mathcal{P}(\mathrm{X})$。

如果 X 中有 n 个元素，则 $\mathcal{P}(X)$ 中有 2^n 个元素

设 A，$B \in \mathcal{P}(\mathrm{X})$，记

$A \cup B = \{x; x \in A \text{或} x \in B\}$

$A \cap B = \{x; x \in A \text{且} x \in B\}$

$A^c = \{x; x \in X \text{且} x \notin A\}$

则，$A \cup B$ 与 $A \cap B$ 分别称为 A 与 B 的并集与交集，A^c 称为 A 的补集，显然（$\mathcal{P}(X)$，$\cup$，$\cap$，c）具有如下性质：

（1） $A \cup B$ 、 $A \cap B$ 、 A^c 、$\mathcal{P}(X)$　　（封闭性）

（2） $A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$ （交换性）

（3） $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ （结合律）

（4） $A \cup \Phi = A, A \cap X = A$ （单位元存在律）

（5） $A \cup A^c = X, A \cap A^c = \Phi$ （互补律）

直接利用集合的交、并、补运算性质（1）～（5），可以证明集合运算的以下性质也是成立的。

（6） $A \cup (A \cap B) = A$， $A \cap (A \cup B) = A$ （吸收律）

（7） $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ （分配律）

（8） $A \cup A = A$， $A \cap A = A$ （幂等律）

（9） $A \cup X = X$， $A \cap \Phi = \Phi$ （两极律）

（10） $(A^c)^c = A$ （对合律）

（11） $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ （对偶律）

如果 $B_t \in \mathcal{P}(x)$ （$t \in T, T$ 是一个指标集），（7）和（11）有下面更一般的形式：

（7′） $A \cup (\bigcap_{t \in T} B_t) = \bigcap_{t \in T} (A \cup B_t)$

$A \cap (\bigcup_{t \in T} B_t) = \bigcup_{t \in T} (A \cap B_t)$

（11′） $(\bigcup_{t \in T} B_t)^c = \bigcap_{t \in T} B_t^{\ c}$

$(\bigcap_{t \in T} B_t)^c = \bigcup_{t \in T} B_t^{\ c}$

其中 $\bigcap_{t \in T} B_t = \{x; \exists t \in T, x \in B_t\}$，

$\bigcup_{t \in T} B_t = \{x; \forall t \in T, x \in B_t\}$

从以上可知，将 $\cup$ 和 $\cap$ 互换，公式仍然成立，这就是集合论中的对偶原则。

记 $f: X \to Y$ 表示 X 到 Y 的映射，即对于任给 $x \in X$，有 $y = f(x) \in Y$ 与之对应，X 称为 f 的定义域，而 $f(x) = \{y, \exists x \in X, y = f(x)\}$ 称为 f 的值域。

定义 1.1.1 设 f 是 X 到 Y 的映射，若 $\{f(x) | \forall x \in X\} = Y$，称 f 为 X 到 Y 的满射。对于 $\exists x_1, x_2 \in X$，当 $x_1 \neq x_2$ 时，有 $f(x_1) \neq f(x_2)$，称 f 为单射；若 f 既是单射，又是满射，称 f 为单满射。若 X 和 Y 之间存在单满射，称 X 和 Y 同态，记为 $X \cong Y$。

定理 1.1.1 f 是 X 到 Y 的单满射的充要条件为，存在 Y 到 X 的映射 g，使

$$f(g(y)) = y$$
$$g(f(x)) = x$$

g 称为 f 的逆映射，记作 $g = f^{-1}$。

[证明] 设 f 是 X 到 Y 的单满射。

令 $g(y) = x$，当 $f(x) = y$ 时，由于 f 是单满射，$g(y)$ 是惟一确定的，从而 $g(f(x)) = x$

由于 $f(x) = y$，对于任意 $y \in Y$，存在 $x \in X$ 使 $f(x) = y$，于是 $g(y) = g(f(x)) = x$

从而 $f(g(y)) = f(x) = y$

即必要性得证。现证充分性。

由于 $y = f(g(y)) = f(x)$，从而 $f(x) = y$。又当 $x_1 \neq x_2$ 时，必有 $f(x_1) \neq f(x_2)$。若不然，则 $x_1 = g(f(x_1)) = g(f(x_2)) = x_2$ 矛盾。于是 f 是 X 到 Y 的单满射。

[证毕]

设 $A \in \mathcal{P}(x)$，

称
$$A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \tag{1.1.1}$$

为 A 的特征函数。

记 $\mathcal{F}_0(X) = \{A(x); A(x) : x \to \{0,1\}\}$

定理 1.1.2 $\mathcal{P}(X) \cong \mathcal{F}_0(X)$

[证明] 设 $f : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{F}_0(X)$，即 $f(A) = A(x)$ 由(1.1.1)确定。

令 $g(A(x)) = \{x; A(x) = 1\}$，则 $g(f(A)) = \{x; A(x) = 1\} = A$

$f(g(A(x))) = f\{x; A(x) = 1\} = A(x)$

由定理 1.1.1 即证。

[证毕]

在 $\mathcal{F}_0(x)$ 中进行如下运算：

$$A(x) \vee B(x) = \max(A(x), B(x)) \tag{1.1.2}$$

$$A(x) \wedge B(x) = \min(A(x), B(x)) \tag{1.1.3}$$

$$A'(x) = 1 - A(x) \tag{1.1.4}$$

易证。

定理 1.1.3 $(\mathcal{P}(X), \cap, \cup, c) \cong (\mathcal{F}_0(X), \wedge, \vee, ')$ 即 $\mathcal{P}(X) \cong \mathcal{F}_0(X)$

$$(A \cup B)(x) = A(x) \vee B(x) \tag{1.1.5}$$

$$(A \cap B)(x) = A(x) \wedge B(x) \tag{1.1.6}$$

$$A^c(x) = A'(x) \tag{1.1.7}$$

[证明] 由 1.1.2 定理即证 $\mathcal{P}(X) \cong \mathcal{F}_0(X)$。又因为 $(A \cup B)(x) = 0$ 的充要条件为 $x \notin (A \cup B)$，即 $x \notin A$ 且 $x \notin B$，于是 $A(x) = 0$ 且 $B(x) = 0$。从而 $(A \cup B)(x) = 0$ 的充要条件为 $A(x) \vee B(x) = 0$，则证(1.1.5)。

类似可证(1.1.6)和(1.1.7)。

[证毕]

下面引出 F 集合的概念。

1.2　F 集合的概念

设 X 是普通集合。

定义 1.2.1　映射 $\underset{\sim}{A}: X \to [0,1]$，称为模糊集合(Fuzzy Sets)，简称 F 集，$\underset{\sim}{A}(\bullet)$ 称为 x 相对于 F 集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度（Membership degree）。$\underset{\sim}{A}(x)$ 称为 F 集合 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数（Membership function）。

F 集合有各种不同的表达方式，一般情形可表示为

$$\underset{\sim}{A} = \{(x, \underset{\sim}{A}(x)); x \in X\} \tag{1.2.1}$$

如果 X 是有限集或可数集，可表示为

$$\underset{\sim}{A} = \sum \underset{\sim}{A}\ (x_i) / x_i \tag{1.2.2}$$

如果 X 是无限不可数集，可表示为

$$\underset{\sim}{A} = \int \underset{\sim}{A}(x) / x \tag{1.2.3}$$

【例 1.2.1】　设 $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$\underset{\sim}{A}$ 表示“靠近 5”的数集，则 $\underset{\sim}{A} \in \mathscr{F}(U)$，各数属于 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度 $\underset{\sim}{A}(U_i)$ 可用 $\left|\dfrac{5-|5-i|}{5}\right|$ 计算出来，则有

U	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\underset{\sim}{A}(U)$	1/5	2/5	3/5	4/5	1	4/5	3/5	2/5	1/5	0

则 $\underset{\sim}{A}$ 可用不同方式表示为：

（1）　$\underset{\sim}{A} = \{(1,0.2),(2,0.4),(3,0.6),(4,0.8),(5,1),(6,0.8),(7,0.6),(8,0.4),(9,0.2),(10,0)\}$

（2）　$\underset{\sim}{A} = \dfrac{0.2}{1} + \dfrac{0.4}{2} + \dfrac{0.6}{3} + \dfrac{0.8}{4} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{0.8}{6} + \dfrac{0.6}{7} + \dfrac{0.4}{8} + \dfrac{0.2}{9} + \dfrac{0}{10}$

（3）　$\underset{\sim}{A} = \{0.2，0.4，0.6，0.8，1，0.8，0.6，0.4，0.2，0\}$

定义 1.2.2　设 $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B} \in \mathscr{F}(X)$，若 $\forall x \in X$ 有 $\underset{\sim}{A}(x) < \underset{\sim}{B}(x)$，称 $\underset{\sim}{A}$ 含于 $\underset{\sim}{B}$，或 $\underset{\sim}{B}$ 包含 $\underset{\sim}{A}$ 并