大 学 物 理 实 验

（上册）

华南理工大学实验物理教研组编

华南理工大学出版社

·广州·

图书在版编目（[illegible]）数据

大学物理实验（上册）/华南理工大学实验物理教研组编. —广州：华南理工大学出版社，[illegible]
[illegible]

Ⅰ. 大…
Ⅱ. 华…
Ⅲ. 物理-实验-高等学校-教材
Ⅳ. [illegible]

华南理工大学出版社出版发行
（广州五山 邮编 [illegible]）
责任编辑 欧建岸
各地新华书店经销
广州市新明光印刷有限公司印装

*

[illegible]年[illegible]月第[illegible]版 [illegible]年[illegible]月第[illegible]次印刷
开本：[illegible] 印张：[illegible] 字数：[illegible]千
印数：[illegible]册
定价：[illegible]元

前摇言

本教材是根据[illegible]年国家教育委员会颁布的《高等学校工科物理实验课程教学基本要求》和《重点高等学校工科物理实验课程教学改革指南》的精神，总结了近几年物理实验课程教学改革的实践经验，在温坤麟主编的《物理实验》基础上进行精选、扩充，重新编写而成。在实验内容的选择上，充分注意到传统实验项目，更新实验内容，提高教学起点，相应加强应用性综合性实验，使基础实验教学与工程技术应用在一定程度上结合，以加强学生的工程技术意识，有利于激发学生的学习主动性和积极性。

按照由浅入深、由简到繁、由单一到综合的认识过程，本教材按这三个层次组织循环教学的要求编写。三个层次的内容和教学要求有一定的层次梯度，以引导学生在实验能力培养中不断攀登。同时，考虑到与中学物理实验教学的衔接和各地区之间的不平衡，增设了前导实验，让学生自行到实验室进行操作训练，以达到做好基础实验所必需具备的知识和实验操作能力。

本教材采用标准差评定测量结果的质量，在数据处理方面加强了独立变量的线性回归分析。考虑到物理实验采用不确定度表示测量结果是一种趋势，教材中根据国际标准化组织公布的《测量不确定度表示》[illegible]指南文件，编写了《测量不确定度表示》一节，以供教学过程参考。

实验教学是集体性工作。本教材是实验物理教研组全体同志长期教学实践经验的结晶，特别是近几年来全组同志所进行的实验研究、教学研究以及实验仪器装置的研究改进，为教材的编写打下了坚实的基础。编写过程中，还参阅了许多兄弟院校近年来出版的教材和教学仪器生产厂家提供的资料，从中得到不少的启迪。借此，向他们表示衷心的谢意。

本教材由陈明光负责全书统稿。参加编写的有[illegible]贝承训（第二章）、吴纯英（实验[illegible]），王秋君（实验[illegible]），马景才（实验[illegible]），陈明光（前言、绪论、第一章、实验[illegible]），倪新蕾（第五章），梁海生（第六章）。本教材由林万荣副教授审稿。温坤麟教授对教材的编写工作进行指导，提出了很多宝贵的意见。

由于编者水平有限和经验不足，书中如有缺点和错漏，恳请读者批评指正。

编摇者

于华南理工大学

[illegible]年[illegible]月

目摇摇录

绪摇摇论

科学实验是科学理论的源泉，是工程技术的基础。物理学是一门实验科学。物理理论和实验的发展，哺育着近代高新技术的成长和发展，物理实验的思想、方法、技术和装置常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点。培养德、智、体、美全面发展的高级工程技术人才的高等学校，不仅要使学生具有比较深广的理论知识，而且要使学生具有科学实验的较强能力，以适应科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。

一、物理实验课程的地位、作用和任务

物理实验是高等学校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后系统学习实验方法和实验技能的开端，是工科类专业对学生进行科学实验训练的重要基础。通过本课程学习物理实验知识、方法和技能，使学生了解科学实验的主要过程与基本方法，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。

本课程的基本任务是：

（员 使学生通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理原理的理解。

（圆 培养和提高学生的科学实验能力，其中包括：

①能够通过阅读实验教材或资料，作好实验前的准备；

②能够借助教材和仪器说明书，正确使用常用仪器；

③能够运用物理学理论对实验现象进行分析判断；

④能够正确记录和处理实验数据，正确绘制实验图线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；

⑤能够独立完成教学性的设计实验。

（猿 培养和提高学生的科学实验素质，使学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风、严肃认真的工作态度、主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财物的优良品德。

二、物理实验课程教学基本要求

员郾在教学中要适当地介绍一些物理实验史和物理实验在工程技术中的应用，对学生进行辩证唯物主义世界观和方法论的教育，使学生了解科学实验的重要性，明确物理实验课程的地位、作用和任务。

圆郾在整个实验过程中，要教育学生养成良好的实验习惯，爱护公共财物，遵守安全制度，树立优良学风。

猿郾要求学生了解评定测量结果可靠性的基本知识和基本方法（如标准差或不确定度），具有正确处理实验数据的初步能力。

源郾通过物理实验的基本训练，要求学生做到：

（员 能够自行完成预习、进行实验和撰写实验报告等主要实验程序。

（圆 能够正确调整常用实验装置，并掌握基本操作技术。

（猿 了解物理实验中常用的实验方法和测量方法，能够进行常用物理量的一般测量，了解常用仪器的性能，并掌握使用方法。

在进行以上各项基本训练的过程中，要重视对物理现象的观察和分析。老师要引导学生运用理论去指导实践，解决实验中的问题。

（源 通过一定数量的近代物理实验、应用性或综合性实验，理解近代物理概念，了解物理实验技术的应用，提高进行综合实验的能力。

（缘 通过少量的设计性实验，在实验方法的考虑、测量仪器的选择和配置、测量条件的确定等方面受到初步训练。在可能条件下，适当利用微机进行一些模拟、仿真和实时数据采集的实验。

三、物理实验课程教学程序

物理实验主要是依据物理思想操作仪器和设备进行物理量的测量，观测研究物理现象（效应）、仪器特性和物理量的变化规律。在物理实验教学过程中，要求学生在教师指导下独立进行操作仪器、观测记录处理数据和分析实验结果。所以，物理实验教学程序一般分为三个阶段：

灵郾实验前预习

实验前学生必须预习实验教材和仪器使用说明书等参考资料，明确实验目的，弄懂实验原理和实验方法，了解有关测量仪器设备的性能和操作技术，在此基础上写出实验预习报告。实验预习报告内容包括：

（员 实验名称、目的；

（圆 实验仪器、设备（注意型号和精度）；

（猿 简要实验原理、计算公式、电路图、光路图，实验误差要求；

（源 实验记录表格（根据实验内容步骤拟定）。必须强调，设计合理的完整的测量记录表格是做好实验的一项重要的准备工作。

圆郾实验过程（调整实验装置，进行测量记录）

操作和测量是实验教学的主要环节。实验前指导教师应当简要讲授实验的操作和测量方法。学生开始进行实验时应先检查仪器设备并简单练习操作，待基本熟悉仪器性能及使用方法后才开始进行实验测量。在实验过程中，学生要严肃认真，仔细观察物理现象，正确读取和记录测量数据。要学会分析和排除实验故障，若发现问题而无法解决时，应及时向教师（或管理人员）报告，由教师协助处理。仪器设备调整、操作、测量和记录，是科学实验的基本功。实验记录内容一般应包括：

（员 实验条件有关的物理量（如室温、气压、相对湿度等）；

（圆 仪器设备型号、精度等级、允许误差及量程等；

（猿 每次测读到的物理量数值、有效数字和单位等原始测量数据，应立即如实地记录在表格上。若发现记录数据有问题，可以删除或再测量，但切不可抄袭或涂改数据。

实验完毕后，将记录数据交教师审查签名，最后应整理好实验仪器。

猿郾写好实验报告

实验结束后，应根据实验要求及时正确处理所记录的数据，并写出完整的实验报告。实验报告要用统一印制的实验报告纸书写，其格式和内容如下：

（员 实验名称、目的和要求。

（圆 实验原理 简要叙述实验原理、计算公式、实验电路图以及光路图。

（猿 仪器设备，注明型号和精度等级。

（源 实验内容和步骤 简要写出实验内容、步骤及实验注意事项。

（缘 实验数据记录 测量数据一般采用表格形式记录，记录的数据应对确定的系统误差作出修正。

（远 数据处理 按照实验要求计算测量结果，绘制实验图线，用标准差（或不确定度）评估测量结果的可靠性。

（苑 报告实验结果和分析测量误差。

实验报告要求书写字迹清楚，层次分明，文句通顺，数据齐全，作图规范，纸面整洁。

第一章摇实验误差评定和数据处理

物理实验的任务，不仅是观察某种物理现象，更重要的是研究、探索某种物理规律及其实际应用。在物理实验过程中，需要测量一系列物理量，或对某个物理量作一系列测量。因此，要求我们一方面要根据物理思想选择适当的测量方法，对研究对象进行分析和测量，并评定测量结果的可靠性；另一方面，必须将所测数据加以整理，归纳处理，用一定方式表示它们之间的相互关系，即规律。本章主要讨论评定测量误差的方法和实验数据处理的方法。

异园援摇测量和测量误差

一、测量及其分类

进行物理实验，最重要的就是把你要了解的物理量通过实验方法用仪器测量出来。测量就是在一定条件下使用具有计量标准单位的计量仪器对被测物理量进行比较，从而确定被测量的数值和单位。例如，物体长度的测量，可以用具有标准单位标度的米尺与之进行比较而得到其数值和单位。

按获得测量结果的手段不同，可将测量分为直接测量和间接测量。直接测量是使用仪器或量具，直接测得被测量的量值的测量。由直接测量所得的物理量，称为直接测得量。例如，用米尺测量物体的长度，用天平测量物体的质量，用秒表测量物体运动的时间，等等，都是直接测量。间接测量是依据直接测得量，再通过一定的函数关系把待测量计算出来的测量。由于这些待测量还没有直接测量的仪器，需要用间接的方法获得，所以这类测量称为间接测量。例如，用单摆测量某地的重力加速度 早，是依据直接测得单摆的摆长 造和周期 栽，再通过单摆公式

早越源圆造 / 栽圆

把重力加速度 早计算出来，早为间接测得量。随着科学技术的进步和发展，新仪器的出现，将有可能把某些间接测量变为直接测量。

按测量条件的异同，测量还可以分为等精度测量和不等精度测量。若对同一个物理量的多次测量都是在相同条件（包括测量方法、使用的仪器、外界环境条件和观察者都不变）下进行的，则称为等精度测量；否则，称为不等精度测量。

二、测量误差及其分类

员郾测量值与真值

任何被测量的物理量在特定条件下都具有客观存在的确定的真实量值，通常称为该物理量的真值，记作 μ。测量的任务就是要把真值找出来。但在实际测量过程中，由于受到测

量仪器、测量方法、测量条件、实验者等种种因素的影响，所有的测量值都不可能是待测量的真值。真值一般是不知道的，也是无法测得的，但在某种情况下可以找到近似真值和理论真值，称为约定真值。

（员）由国际计量会议约定的值（或公认的值）可以作为近似真值，如基本物理常数、基本单位标准。

（圆）由高一级仪器校验过的计量标准器的量值，也可以作为近似真值。这些高级标准器都是经过逐级校对和各级计量检定系统核准的。

（猿）理论真值是指由理论计算所得的量值，如三角形三个内角和为 员愿园毅，圆周率 π 等。

（源）在理想条件（无系统误差和无限多次测量）下，多次测量的算术平均值可以认为近似真值，或称为最佳值。

圆援误差的定义

设某物理量 载的测量值为 曾，真值为 μ，则测量值 曾和真值 μ 之差值定义为测量误差，记以 Δ曾，即

$$\Delta 曾越曾原\mu$$

误差 Δ曾有正、负号。Δ曾表示测量值与真值之间的偏离大小和方向，以此衡量测量结果的准确程度。Δ曾又称为绝对误差。

在实际测量条件下，由于待测量的真值不可知，只能取对待测量作多次测量所得的多个测量值的算术平均值 $\bar{曾}$ 作为待测量的近似真值。测量值 曾的测量误差（又称偏差或残差）定义为

$$\Delta 曾越曾原\bar{曾}$$

摇摇深入分析便可发现，误差 Δ曾的大小还不能完全地评价测量结果的准确程度。虽然误差绝对值相等，若被测量本身的大小不同，其准确程度显然是不同的。例如，有两个工件，其长度分别为 员园园皂皂 和 员园皂皂，如果测量误差均为 园援缘皂皂，显然前者的准确程度远大于后者。为了能更好反映测量的准确程度和评价测量结果的可靠性，引入相对误差概念。相对误差定义为绝对误差与真值之比。当误差较小时，相对误差也可以近似表示为绝对误差与测量值之比。由于相对误差 耘是反映测量的准确程度，故常用百分数来表示，即

$$耘越\frac{\Delta 曾}{\mu}伊员园园豫 \approx \frac{\Delta 曾}{曾}伊员园园豫$$

摇摇猿援误差的分类及其特点

误差的产生有多方面原因，从误差性质、来源和服从的规律来看，可将误差分为系统误差、偶然误差和粗大误差三种。

（员）系统误差。系统误差是由于实验系统的原因，在测量过程中造成的误差。其特点是误差的大小和符号总是保持恒定，或按一定规律以可约定的方式变化。系统误差来源大致有：

①仪器误差。主要是由于仪器本身的缺陷、灵敏度和分辨能力的限制而产生的。

②理论公式的近似性和测量方法的不完善，如单摆周期公式 栽越圆π$\sqrt{造/早}$便是一级近似式。

③测量人员生理和心理特点而造成的误差。这主要是由于观测者个人的固有习惯、反应的快慢等因素引起的。例如，有的人在读数时总是偏大或偏小，按动秒表计时总是滞后或

提前等。

④环境条件变化引起。如气压、温度、湿度、电磁场的变化等。

由上面的讨论可知 :第一，不能在相同条件下通过多次重复测量来消除系统误差 ;第二，系统误差一般都有确定的来源，可以采取适当的措施尽量消减系统误差。在测量结果中凡是能够修正的系统误差，都应该加以修正，使测量结果不明显含有未修正的系统误差。

系统误差直接影响测量结果接近真值的程度，因此用“正确度”来表示系统误差的大小。测量结果的正确度高，则表示测量的系统误差小 ;反之，系统误差大。

（圆 偶然误差。偶然误差又称随机误差。实验时在同一条件下对某物理量进行多次测量，由于环境的起伏变化和各种不稳定因素的干扰，使每次测量值总会略有差异（即误差）。测量仪器精度超高就越能反映出这种差异。这种误差的绝对值和符号变化不定，即具有随机性，因此称为偶然误差。

偶然误差的来源是多方面的，主要有：

①环境和实验条件的无规则变化。如电源电压的微小波动、温度和湿度的变化、气流扰动、振动等等。

②观测者的生理分辨能力、感官灵敏度的限制，如读电表示值有时偏大有时偏小，按停表有时快有时慢等。

偶然误差的量值和符号以不可约定的方式变化着，对每次测量值来说，其变化是无规则的，但对大量测量值，其变化则服从确定的统计分布规律。大部分基础实验测量的偶然误差服从正态分布规律。其特点是：

①单峰性。绝对值小的误差出现的概率大，而绝对值大的误差出现的概率小。

②对称性。绝对值相等的正、负误差出现的概率大致相等。

③有界性。绝对值非常大的正、负误差出现的概率趋于零。

设在相同条件下对某物理量 载进行 灶次测量，测量值分别为 $曾_{员}$，$曾_{圆}$，…，$曾_{灶}$，其算术平均值为

$$\bar{曾}越\frac{曾_{员}垣曾_{圆}垣\cdots垣曾_{灶}}{灶}越\frac{员}{灶}\sum_{蚤越员}^{灶}曾_{蚤}$$

设测量值中无系统误差，则每个测量值的偶然误差为

$$\Delta 曾_{蚤}越曾_{蚤}原\mu$$

灶次测量的平均误差为

$$\overline{\Delta 曾}越\frac{员}{灶}\sum_{蚤越员}^{灶}\Delta 曾_{蚤}越\bar{曾}原\mu$$

由于各测量值的误差有正有负，相加时有部分将相互抵消，灶越大，相互抵消的部分越多，平均值 $\bar{曾}$的误差$\overline{\Delta 曾}$就越小。由此可得：

①在相同条件下，增加测量次数可以减少测量结果的偶然误差。

②当测量值没有系统误差时，若测量次数 灶→肆，则有

$$\overline{\Delta 曾}越\lim_{灶\to肆}\frac{员}{灶}\sum_{蚤越员}^{灶}\Delta 曾_{蚤}越园，\bar{曾}越\lim_{灶\to肆}\frac{员}{灶}\sum_{蚤越员}^{灶}\Delta 曾_{蚤}垣\mu越\mu$$

即多个测量值的算术平均值 $\bar{曾}$是真值 μ 的最佳估计值。所以可取多次测量的算术平均值作为待测量的测量结果。

偶然误差反映了该实验测量结果的重复性和离散性，因此用‘精密度’来反映偶然误差的大小。测量结果的精密度高，是指对某物理量的多次测量值重复性好，偶然误差小；反之，是指多次测量值之间分散程度大，即重复性差，偶然误差大。

把系统误差和偶然误差综合起来考虑，我们用‘准确度’表示，作为对测量结果的可靠性的总的评价。

（猿）粗大误差。粗大误差是由于观测者的粗心大意，或测量条件发生突变，导致明显超出规定条件下预期的误差。粗大误差的特点是误差值很大，且无规律。实验中凡含有粗大误差的测量数据都要按照一定的规则剔除，不能用含有粗大误差的测量数据计算测量结果。显然，只要观测者细心观测，认真读取、记录和处理数据，这种粗大误差是完全可以而且必须避免的。

异员郾猿 有效数字及其运算规则

测量结果值 $\text{晕}_{\text{测}}$ 不论是直接从测量仪器上读取的记录，还是从多次测得值计算的平均值，或是从直接测得值通过函数关系计算的间接测量值，都不可避免地要碰到这些数值应取多少位的问题。根据测量结果值有效数字由测量结果误差确定的原则，首先必须计算测量结果的误差，然后才能正确地确定测量结果值的位数。但实际上在测量结果误差未计算之前，以及测量数据在运算过程中，也要求我们正确取位和运算，因此提出了有效数字及其运算规则问题。

一、有效数字概念和定义

由上所述，测量结果值 $\text{晕}_{\text{测}}$ 的位数多少应由测量值本身的误差来确定。我们定义：所有测量结果值都由可靠数和有误差的可疑数组成，即从第 员位（可靠）数位开始算起，直到开始有误差的可疑数为止。以上这些数字（包括误差位）称为有效数字。

上述表明，任何测量数据总是存在着一定的误差，因此在记录测量数据和表示计算结果时，不应随意取位，而要用符合有效数字定义的规则和方法来确定该测量数据的位数和计算结果的位数。

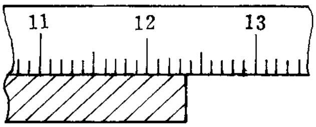

图 员鄄员

例如，用一把最小刻度为 员皂皂 的米尺来测量某一长度 造，由图 员鄄员 可见，物长 造 在 员圆援员缘糟皂 至 员圆援员远糟皂 之间，可凭经验将其估计为 员圆援员缘怨糟皂 或 员圆援员缘愿糟皂。显然，这两个数据的‘员圆援员缘’是准确的可靠数字，而 园援园园怨 或 园援园园愿 这最后一位数都是估读出来的，存在误差，可称为误差数字或可疑数字。可疑数字虽然带有误差，但把它读出来显然比不读出来更为合理。因此，我们规定，在进行测量读数时必须在仪表最小刻度后再估读一位数。

例如，使用感量为 员园皂早 的矿山天平时，应估计读出几毫克的数值，即是说 员园皂早 以上的读数是准确的，员园皂早 以下的读数是估计的。

又如使用最小刻度为 员园皂粤 的毫安表时，应估读出几毫安，即是说 员园皂粤 以上的读数是准确的，几毫安是估计的。

以上测量若读数恰与刻度相一致，则估读数为零。例如用最小刻度为 园援员灾 的电压表

测量电压时，指针正好在 圆援园的刻度上（见图 员鄄圆鄄圆），其读数为 圆援园园灾，即 圆援园灾是准确的，而‘园’是估计的。同理，如上例中若物长恰在 员圆援猿刻度上，则读数应记为 员圆援猿园糟皂，而不是 员圆援猿糟皂。

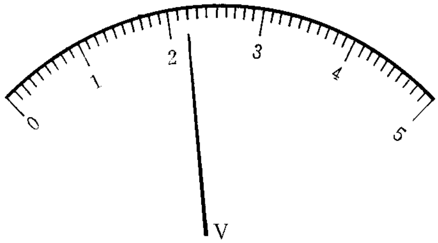

图 员鄄圆鄄圆

按照上述读数规则读数（在某些情况下，例如使用数字仪表和游标尺时，最末一位读数并不是估计读出来的，即使这样，这最后一位数字仍然是误差数字），所得的数值总是由两部分数字所组成：准确的数字加上最后一位可疑数字。我们把这些准确数字及一位可疑数字合称为有效数字。因而，有效数字的最后一位是误差所在的一位。上述读数 员圆援猿园糟皂有四位有效数字，而 员圆援猿园园糟皂则有五位有效数字。这两个数值，从数学上来看是等价的，但从有效数字的角度来看，它们却代表不同意义：前者 园援园圆是可疑的，“员圆援猿”是准确的，可见所用的尺子其最小刻度是 园援员糟皂；而后者‘园’是可疑的，“员圆援猿园”是准确的，可见所用的尺子其最小刻度是 园援园员糟皂。所以，在记录有效数字时，要特别注意可疑数字，要记录测量仪器的精度、级别、分度值或最小刻度，以便估计仪器误差，确定估读数字，最后将测量结果用有效数字正确表示出来。

二、有效数字基本性质

有效数字的定义已反映了有效数字与测量误差之间的本质联系，以及有效数字的位数（最后一位数）与误差所在位数的关系，同时表明了误差值决定其有效数字的原则。由此可以引申出有效数字的几点性质：

员郾有效数字只能粗略（不能精确）表示测量结果的误差和测量仪器的精度。一般来说，有效数字位数越多，相对误差越小，测量仪器精度愈高。例如 园援圆园 依园援园员糟皂为三位数，相对误差为百分之几（园援缘豫）；园援圆园园 依园援园园员糟皂为四位数，相对误差为千分之几（园援缘豫）。

圆郾有效数字基本上反映了测量结果的客观实际。因此，有效数字进行单位（十进制单位）变换时，位数不变，即有效数字与小数点的位置无关。例如，物件长度测定为 员圆援猿园糟皂，可以变换为 园援员圆猿园皂，也可以变换为 园援园园园员圆猿园噪皂，它们都有四位有效数字。

猿郾由第 圆点性质可以推出：凡数值中间和末尾的‘园’（包括整数小数点后的‘园’）均为有效数字，但数值前的‘园’则不属有效数字。作十进制单位变换时，用有效数字（伊员园^{n}单位）的形式表示是科学的。如地球半径是 远猿苑员噪皂，用科学记数法表示为：

远猿苑员噪皂越远援猿苑员伊员园^{3}皂越远援猿苑员伊员园^{6}皂越远援猿苑员伊员园^{8}糟皂

源郾物理常数如 藻（元电荷）、糟（光速）、澡（普朗克常数）以及常系数、倍数、π、$\sqrt{圆}$、员/圆等，它们不是由测量产生的，实际上它们的有效数字很多，因此在计算中可以任意取位。

可见，实验数据的记录、数据的运算以及实验结果的表达，都应遵从有效数字的规则。实验者应严肃对待有效数字位数，不能随便增加或减少。但在计算过程中，为了不因计算而引进误差，有效数字中的可疑数字有时可多取 员位，但最后结果表示时只能取 员位（在特殊情况下可以取 圆位）。

三、有效数字运算规则

有效数字运算规则是一种近似计算法则，用以确定测量结果有效数字大致的位数。其总的要求是计算结果的位数应与测量误差完全一致，若位数不恰当时，则最终由相应误差来

确定。有关运算原则如下：

（员）凡可靠数与可靠数运算，结果为可靠数。

（圆）凡可疑数与任何数运算，结果为可疑数，但进位数为可靠数。

通常在运算过程中的数字可保留二位可疑数，但最后实验结果表示中只保留一位可疑数。

下面介绍有效数字的运算规则。

员郾加减法运算：

诸量相加或相减时，其和或差在小数点后应保留的位数与诸数中小数点后位数最少的一个相同。例如，

苑源援垣园援缘远越苑缘援员

苑源援原园援缘远越苑猿援缘

摇摇圆郾乘除法运算：

两量相乘或相除所得的积或商的有效数字位数，一般与诸因子中有效数字最少的一个相同，有时也可能多一位或少一位。例如，

圆援员伊圆援园越源援圆

圆援员伊愿援源越员苑援远（圆乘愿有进位）

圆援猿缘园衣圆援园园越圆援源伊员园

苑园援园衣猿援园园越圆猿援猿（苑园被猿不能整除）

摇摇猿郾乘方开方运算：

一般取与底的位数相同。例如，

苑援缘 越缘远援源伊员园

√圆园园 越员源援员

摇摇源郾函数运算：

一般来说，函数运算的有效数字位数应由误差分析来决定。在普通物理实验中，为了简便统一起见，对常用的对数函数和三角函数的有效数字位数作以下规定：

（员）对数函数运算后的尾数与真数的位数相同。例如，

造早员援园园猿越园援园园员猿

（圆）指数函数运算后的有效数字位数与指数的小数点后位数相同。例如，

员园 越员援愿伊员园

摇摇（猿）三角函数在 园毅约 θ 约怨园毅时，泽蚤灶 θ 和 糟燥泽 θ 都在 园和 员之间，三角函数的取位随角度的有效数字位数而定。例如，

泽蚤灶猿园毅园园忆越园援缘园园园，糟燥泽圆园毅远忆越园援怨猿怨苑

异员援源摇测量结果的误差估算

估算测量误差常用的有算术平均误差和标准差两种方法。我国采用标准差表示测量的准确度。虽然在普通物理实验中对测量结果的准确度要求不高，但考虑到现代生产实践和科学实验要求能正确地去评定测量结果的准确度，因此，完全有必要要求和训练在实验中按

照较严格的误差理论来处理实验数据，即用标准差、置信概率和置信限等来评价测量结果的准确度和可靠性。

标准差又称为均方根误差，它是建立在偶然误差统计理论基础上，用以较为合理地估算测量数据列的离散程度和测量结果的可靠性（有关偶然误差统计理论，请参阅 [illegible]节）。

采用标准差表示测量准确度，最大的优点是，在理论上，若只计算合成的标准差，则不论各随机误差的概率分布是否相同，只要误差彼此独立，它们共同影响该量的总和的标准差严格等于

$$\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_n^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{([illegible])}$$

所以国内外普遍采用 σ 值来估算测量误差。

一、直接测量的误差估算

1. 测量列的标准差

测量列就是指一组测量值。设对某一真值为 μ 的物理量 x 进行 n 次等精度测量（无系统误差或系统误差已修正），得一列测量值 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$，测量列的标准差 σ 定义为各测量值误差平方和的平均值的正平方根，即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}} \qquad \text{([illegible])}$$

实际上，在实验测量过程中，真值 μ 是未知值，只能以测量值的算术平均值 $\bar{x}$ 作为待测量 x 的最佳估值求测量列的标准差，且当测量次数有限时，平均值 $\bar{x}$ 与真值 μ 之间有较大差别，有

$$\bar{x} - \mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)$$

以 $\bar{x}$ 作为待测量 x 的最佳估计值代入（[illegible]）式，得

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}{n-1}} \qquad \text{([illegible])}$$

式中 $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ 称为偏差或残差，σ_x 称为实验标准差。

σ_x 为测量列的标准差，其物理意义是表示该测量列中的测量值的离散程度，即测量列中的各个测量值相对于测量值的算术平均值的分布情况。标准差 σ_x 可以用来对测量列的可靠性进行评估。σ_x 值小，测量的偶然误差小，测量列中的各个测量值分布比较集中，测量的可靠性就大些。反之，σ_x 值大，测量的偶然误差大，测量值分散，测量的可靠性就差些。根据偶然误差的统计理论，测量列的标准差为 σ_x，说明此测量列中的某一测量值 x_i 的实际误差 Δx 落在（$-\sigma_x$，$+\sigma_x$）区间内的概率为 68.3%。换句话说，测量列中某一测量值 x_i 有 68.3% 的概率落在（$\mu - \sigma_x$，$\mu + \sigma_x$）区间之内。由此可知，在测量同一物理量并以相同的测量次数 n 得到几个测量列，在消除了系统误差之后，σ_x 值小的，其最佳估值 $\bar{x}$ 较可靠。

2. 算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差

由标准差求和公式可以推得，若算术平均值 $\bar{x}$ 的标准差以 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示，则它与测量列的标准差 σ 之间的关系为

$$\sigma_{\bar{曾}} 越 \frac{\sigma}{\sqrt{灶}} \qquad （员援猿援源）$$

用残差表示，则为

$$\sigma_{\bar{曾}} 越 \frac{\sigma}{\sqrt{灶}} 越 \sqrt{\frac{\sum_{蚤越员}^{灶}(曾_{蚤} 原 \bar{曾})^{圆}}{灶(灶 原 员)}} \qquad （员援猿援缘）$$

测量列的算术平均值 $\bar{曾}$的标准偏差 $\sigma_{\bar{曾}}$，表示该测量列的算术平均值 $\bar{曾}$以一定概率落在真值附近的范围。同样，算术平均值的标准偏差是对测量结果 $\bar{曾}$的可靠性的估计。当平均值的标准偏差为 $\sigma_{\bar{曾}}$时，平均值 $\bar{曾}$的误差 $\Delta\bar{曾}$落在（原$\sigma_{\bar{曾}}$，垣$\sigma_{\bar{曾}}$）区间内的概率为 远愿援猿豫。由于$\sigma_{\bar{曾}}$约$\sigma_{\bar{曾}}$，可见平均值 $\bar{曾}$的可靠性大于测量列中任一测量值 $曾_{蚤}$，且 $\sigma_{\bar{曾}}$值随着测量次数 灶的增大而减少（并非无限减少），而使测量列的算术平均值 $\bar{曾}$越来越接近待测量的真值。

猿援偶然误差与系统误差的合成

上面从偶然误差统计理论出发讨论了测量列的偶然误差分量。在实验测量中还存在着系统误差。虽然确定的系统误差已在测量列中作出了修正，但仍不可避免地会存在未定的系统误差分量。这些未定的系统误差分量仍然会影响测量结果的可靠性，因此，有必要在测量结果中给出总的标准偏差。

设待测量 载的测量列的算术平均值 $\bar{曾}$的标准偏差为 $\sigma_{\bar{曾}}$（偶然误差分量），未定的系统误差分量为 $\sigma_{凿}$（估计标准差），根据误差传播定律可求得算术平均值 $\bar{曾}$的总的标准偏差 σ 为

$$\sigma 越 \sqrt{\sigma_{\bar{曾}}^{圆} 垣 \sigma_{凿}^{圆}} \qquad （员援猿援远）$$

即测量列的算术平均值的总的标准偏差由偶然误差分量和系统误差分量合成得到。

源援测量结果的表示

设测量列的算术平均值及其总的标准偏差分别为 $\bar{曾}$和 σ，则测量结果表示为

$$曾 越 \bar{曾} 依 \sigma \ （单位） \qquad （员援猿援苑）$$

根据偶然误差统计理论，（员援猿援苑）式中的物理意义是待测量 载的真值落在（$\bar{曾}$原σ，$\bar{曾}$垣σ）区间的概率为 远愿援猿豫。或

$$曾 越 \bar{曾} 依 圆\sigma \quad （孕 越 怨缘援源豫）$$

$$曾 越 \bar{曾} 依 猿\sigma \quad （孕 越 怨怨援苑豫）$$

式中，σ，圆σ，猿σ 为置信区间，员，圆，猿称为置信因子，孕称为置信概率或置信水平。

因为误差值只是对测量结果可靠程度的估计，准确程度要求不高，在普通物理实验中只取一位有效数字，多余的位数按‘只进不舍’的原则取舍。对于测量结果的数值则要考虑其准确程度，所求的平均值 $\bar{曾}$的取位必须与误差在位数上对齐，而其下一位则按‘四舍六入五凑偶’的原则取舍。

缘援异常数据的判别和剔除

在一个测量列中，误差超出极限值的测量数据，称为异常数据。它的出现，往往是由于某种错误或预测不到的环境突变引起的。这些异常数据会歪曲实验或测量结果。为了使测量数据能真实地反映实际情况，需要有一个鉴别异常数据的科学标准，用一定的方法去鉴别并把异常数据剔除。

鉴别异常数据的基本思想是以一定的置信水平确定一个置信限，凡是超过该限度的误

差就认为它不属于偶然误差的范围而予以剔除。

剔除一次异常数据之后，把余下的数据重新检查，直到测量列的其他数据都在规定的置信限内，才使用这些数据计算测量结果。

（员“猿”准则（也称拉依达准则）

根据偶然误差统计理论，当测量的标准偏差为 σ 时，任一测量值的误差落在（原猿，垣猿）区间的概率为 怨怨援苑猿豫，而落在 依猿 区间之外的概率仅为 园援圆苑豫。对于有限次的测量来说，测量值的误差实际上不会超过 猿，故称 猿 为极限误差。在一个测量列中，如果有某个测量值 曾蚤的残差的绝对值大于 猿，则可认为该测量值为异常数据而予以剔除。

“猿”准则只适宜于测量次数 灶足够大的场合，当测量次数 灶小于 员园时，一般不采用“猿”准则去剔除异常数据。

（圆 格拉布斯准则

格拉布斯准则是 员怨缘园年以后才提出的，是公认为可靠性最高的一种异常数据取舍的准则。

设某一服从正态分布的测量列为 曾员，曾圆，…，曾灶，将此测量列按其数值大小由小到大重新排列得：

$$曾_{（员）} \leqslant 曾_{（圆）} \leqslant 曾_{（猿）} \leqslant \cdots \leqslant 曾_{（灶）}$$

格拉布斯导出了 $早_蚤越\frac{曾_蚤原\bar{曾}}{\sigma_曾}$ 的分布，选定一显著水平 葬（亦称之为危险率），葬是判为异常数据的概率，一般取 园援园缘或 园援园员，对应于某一定的测量次数 灶和显著水平 葬可得一临界值 早园（灶，葬）（早园（灶，葬）值如表 员援猿援员所列），若测量列中某一测量值（通常先取最大值或最小值判断）的 $早_蚤越\frac{曾_蚤原\bar{曾}}{\sigma_曾}\geqslant 早_园（灶，葬）$，则认为测量值 曾蚤为异常数据。

表 员援猿援员 早园（灶，葬）数值表

灶 / 早园（灶，葬） / 葬	源	缘	远	苑	愿	怨	员园	员员	员圆
园郾园缘	员郾源远	员郾远苑	员郾愿圆	员郾怨源	圆郾园猿	圆郾员员	圆郾员愿	圆郾圆猿	圆郾圆愿
园郾园员	员郾源怨	员郾苑缘	员郾怨源	圆郾员园	圆郾圆圆	圆郾猿圆	圆郾源员	圆郾源愿	圆郾缘缘

采用格拉布斯准则判别和剔除异常数据的步骤和方法是：

①计算测量列的算术均值 $\bar{曾}$和标准差 $\sigma_曾$。

②根据测量次数 灶和选定的显著水平 葬选取临界值 早园（灶，葬）。

③从测量列中选取数值最大（或最小）的测量值按 $早_蚤越\frac{曾_蚤原\bar{曾}}{\sigma_曾}$计算 早蚤值，并与 早园（灶，葬）值比较。若 早蚤≥早园（灶，葬），则 曾蚤为异常数据，反之，为正常数据。

远郾单次直接测量的标准差估算

在科学实验的测量实践中，特别是教学实验的某些测量，经常会对某些物理量只作单次测量，这时应如何估算测量结果的标准差？这是实验数据处理的一个实际问题。作单次测