21世纪小学数学创新教学实验设计与探索全书

（四）

内蒙少儿出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

目　录

第一篇
小学数学整体教学实验探索与学生能力培养

下编　学生能力培养

❖小学生数学能力结构探讨❖ …… (700)
一、运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力是小学生数学能力的基本内容…… (700)
二、数学思维品质是小学生数学能力水平的集中体现…… (701)
三、对小学生数学能力结构的基本认识…… (702)
四、数学思维技巧及其数学能力结构水平的影响…… (705)

❖小学生运算思维品质培养的实验研究❖…… (707)
一、实验问题的提出…… (707)
二、实验步骤与方法…… (707)
三、结果与分析…… (713)
四、实验小结…… (715)

❖附录：小学儿童数学概念与运算能力发展的研究❖ …… (717)
一、问题的提出…… (717)
二、研究的方法…… (717)
三、结果与分析…… (717)
四、结束语…… (726)

❖从培养学生思维品质入手改革小学数学教学的实验研究❖
…… (727)
一、实验目的…… (727)
二、实验对象…… (727)
三、实验方法…… (727)
四、实验结果…… (729)
五、体会与感想…… (731)

❖关于小学数学教学培养学生能力的方法问题❖…… (732)
一、方法问题…… (732)
二、方法培养…… (732)
三、培养体会…… (736)

❖小学生能力的培养方法实验❖ …… (737)
一、实验目的…… (737)
二、实验方法…… (737)
三、实验结果…… (739)
四、实验体会…… (740)

❖《小学生能力发展与培养》课题实验报告❖ …… (741)
一、前言…… (741)
二、实验班的确定…… (741)
三、实验结果与分析…… (741)
四、实验结果的讨论…… (745)

❖小学低年级数学应用题教学培养学生优良思维品质的实验尝试❖…… (752)
一、实验背景…… (752)
二、实验方法…… (752)
三、实验结果…… (756)

❖从应用题入手培养小学低年级学生思维品质的实验❖…… (757)
一、实验问题的提出…… (757)
二、实验采用方法…… (757)
三、实验结果…… (763)
四、实验体会…… (763)

❖附录：分数应用题教学中训练发散思维的实验❖ …… (764)

一、问题的引出……（764）
二、发散思维的内容……（764）
三、训练的意义……（767）

❖小学数学教学利于能力发展的课堂结构探索❖……（768）
一、探讨目的……（768）
二、探讨方法……（768）
三、探讨体会……（771）

❖运用整体原理培养小学生数学能力的实验设想❖ ……（773）
一、问题的提出和实验目的……（773）
二、实验要求……（773）
三、实验措施……（773）
四、评估、总结与汇报……（778）

❖把培养学生探索精神和自学能力结合起来
——邱学华的小学数学尝试教学法实验❖ ……（780）
一、实验的目的与指导思想……（780）
二、尝试教学法的基本原则……（781）
三、尝试教学法的基本教学程序……（782）
四、运用尝试教学法注意的几个问题……（784）
五、实验的效果与问题……（786）

❖改进知识结构　促进学生全面发展
——马芯兰的小学数学教材教法改革实验❖ ……（778）
一、实验的目的与设想……（778）
二、小学数学教材的改革……（789）
三、小学数学教法的改革……（789）
四、注重培养学生的思维品质……（790）
五、实验的效果及影响……（791）

❖小学生数学学习主体性发展探索❖ ……（793）
一、数学学习主体性发展的目标体系……（793）
二、低年级数学教学策略的探索……（796）
三、低年级实验结果分析……（799）

❖附录：情感调控与优化数学课堂教学❖……（802）

❖小学生场依存性

——独立性认知风格与因材施教实验研究❖ …… (804)
一、实验背景 …… (804)
二、实验内容 …… (804)

❖培养低年级学生勇于思考，主动学习的精神的教学实验探索❖
…… (809)
一、实验课题的提出 …… (809)
二、实验内容 …… (809)
三、实验体会 …… (811)

❖附录：把思维操作要领教给学生❖ …… (812)

❖操作与学生思维能力培养的教学实验❖…… (814)
一、实验背景 …… (814)
二、实验内容 …… (814)
三、实验效果 …… (815)

❖附录：知觉的整体能力与小学数学教学❖ …… (816)
一、何谓“知觉的整体能力” …… (816)
二、利用知觉的整体能力进行教学的教例 …… (817)

❖附录：浅谈“暗示学”与小学数学教学❖ …… (820)
一、要充分利用教学过程中各种积极的暗示因素 …… (820)
二、积极协调有意识和无意识心理活动，协调理智和情感的作用 …… (821)

❖展示知识的发生过程发展学生的思维能力❖ …… (823)
一、实验问题的提出 …… (823)
二、实验的操作方法 …… (823)

❖培养低年级学生学习数学能力的教学实验❖ …… (829)
一、实验背景 …… (829)
二、实验的操作方法 …… (829)

需要全本请访问 www.ertongbook.com

下编　学生能力培养

小学生数学能力结构探讨

孙敦甲同志的《学生数学能力结构》一文，较好地反映了“中小学生能力发展和培养”教改实验研究课题组对中小学生数学能力结构的总括性认识，对小学生数学能力结构研究给予了宝贵的启示。

朱智贤、林崇德教授指出，“思维结构是个多侧面、多形态、多水平、多联系的结构”，“心理和一切事物一样，是发展变化或运动的”，研究思维结构“既要研究静态的结构，分析思维结构的组成因素，又要研究动态的结构，探讨不同时期（阶段）不同思维结构的发展变化”。这是我们研究能力结构——特别是小学生数学能力结构的科学依据。因此，我们在研究小学生数学能力结构的过程中，必须充分考虑小学数学教学大纲与内容，基本的数学思维活动形态与技巧，数学思维意识与品质等十分活跃的因素，必须把最终目标落实到小学生数学能力的培养与良好发展上。本文基于这样的认识，从我们十余年教改实验研究初步经验出发，阐述我们对小学生数学能力结构的基本认识。

一、运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力是小学生数学能力的基本内容

现行《全日制小学数学教学大纲》把“在掌握基础知识的同时，发展智力，培养能力”鲜明地提出来，并放在突出的地位，指出要“逐步培养学生的空间观念”，十分重视学生数学能力进一步发展所需的科学的数学思想方法有计划渗透，体现了把技能技巧培养同数学思想培养有机结合起来考虑的、发展的。整体能力的思想，为我们提供了小学数学能力的重要基本内容——运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力。

运算能力主要体现在整数、小数、分数、百分数四则计算及其混合运算中表现出来的正确、合理、灵活、熟练程度上，表现在数和式（包括繁分数、代数式、比、比例

式、方程式等最基本的形式）的熟练和丰富的恒等变形上，表现在基本数量关系的等价变换的熟练、丰富和深刻上。

逻辑思维能力主要体现在对数学现象的比较分析和关于数学特性、数学规律及数量关系的归纳、假设、推断、检验、概括、演绎、分解、组合等活动中所表现出来的正确性、准确性、严谨性、完备性、敏捷性、深刻性、创造性及其自觉水平上。

空间想象能力主要体现在对空间观念（一维、二维、三维空间中方向、方位、形状、大小等）的理解水平与几何特征的内化水平上，体现在简单形体（线、平面图形、长方体、圆锥体等）空间位置的想象变换（平移、旋转以及分割、割拼、补割、迭合等）上，以及抽象的数学式子（算式与代数式等）给予具体几何意义的想象解释或表演能力上。

对于现行小学数学教学大纲中提出的这三种能力，我们在研究小学生数学能力的过程中，不仅要充分认识到这是最基本、最重要的三种能力，而且还必须用动态的发展的观点去研究这三种能力的不同水平。朱智贤、林崇德教授提出的思维品质理论，能使我们更好地认识这三种能力。

二、数学思维品质是小学生数学能力水平的集中体现

小学生数学能力的差异不仅仅表现在对于结合数学问题能否解答上；还表现在解答过程中运用数学思维技巧的科学性、灵活性、及其广度、深度上。其外化表现主要是敏捷性、灵活性、深刻性、独创性和批判性水平状态——也就是基本数学思维品质上。

数学思维的敏捷性，是小学生数学思维活动速度的集中反映。一个数学思维敏捷性水平高的学生，在数学活动中的外化表现是思路清晰，反映敏捷，推理与运算“跨度”大，内化水平高，解题耗时少。

数学思维的灵活性，是小学生思维活动中思考方向、思考过程与思考技巧的即时转换科学性水平的集中反映。一个数学思维灵活性水平高的学生，思维流畅，富于联想，掌握较丰富的数学思维技巧，具备求异思维与求同思维兼容的，富有目标跟踪能力的特性，正向与逆向、横向与纵向以及扩张与压缩变换机智灵活，解答方法的选择合理恰当。

数学思维的深刻性，是小学生对具体数学材料进行概括，对具体数量关系和空间形式进行抽象，以及在推理过程中思考的广度、深度、难度和严谨性水平的集中反映。一个数学思维深刻性水平高的学生，在数学活动中，能够全面地、深入地、从准和从细地思考问题，善于抓住事物的本质、规律和内在联系，善于抽象概括。分类和推理，知识与技巧系统化水平高，解答问题力度大。

数学思维的独创性，是小学生在思维活动中发现矛盾，提出假设并给予论证（或检验）的，充分体现个性特征的“创造”性活动能力水平的集中反映。一个数学思维独创性水平高的学生，在数学活动中，善于归纳与猜测，求异意念强烈，思维发散水平高，新颖性强，有较浓的进取心理气氛。

数学思维的批判性，是小学生在思维活动中，严格估计思维材料，精细检查思维过

程，自我控制和调节思维方向与过程的能力水平的集中反映。一个数学思维批判性水平高的学生，在数学活动中，具有良好的思维自我意识（监控），善于从正、反两方面和多角度评价论点或论据，能自觉排除干扰，克服负迁移，细密、深刻的思索水平较高，数学自觉能力和对他人的作业或推理进行评价的能力也较强。

上述五条思维品质，是一个相互联系，密不可分的辩证统一体，但毕竟各有其特定的意义。前面论述的三种数学能力与这五种思维品质相交，基本上刻画了小学生数学能力结构图景。

三、对小学生数学能力结构的基本认识

我们认为，中学生数学能力结构一文中“十五个交叉点”，亦适合于对小学生数学能力结构的基本的认识。当然，由于中小学数学大纲及教材关于数学内容与技巧的要求不同，学生的年龄与心理发展水平不同，数学能力结构的内涵也是有其不同的。我们对小学生数学能力结构的基本认识如下。

	运　算　能　力	逻辑思维能力	空间想象能力
思维的敏捷性	1. 表现概括过程中 只需借用少量运算实例，就能迅速概括出在一般运算法则、定律、性质及其他规律或技巧； 2. 表现在理解过程中 只需通过少量实例说明，就能明白运算道理与基本步骤和过程，就能模仿范例进行运算； 3. 表现在运用过程中 只要通过少量范例，就能正确、迅速地进行运算；善于抓住问题本质，运算过程跳跃大，跳得恰当，步骤简捷、心算、口算好； 4. 表现在时耗上 反应敏捷、停顿少，完成运算（特别是难度较大的）时耗少。	1. 表现在概括过程中 只要通过少量实例，就能概括出数、式及数量关系中的数学特征、规律与相应的解题技巧； 2. 表现在理解过程中 只需通过少量实例就能弄懂数、式及数量关系中的特征与规律，能很快地变换； 3. 表现在运用过程中 只要通过少量范例，就能准确运用数、式、数量关系等知识，说明实际问题中的数学道理解答比较复杂的数学问题，而且思路清晰弯路少，推理跨度大； 4. 表现在时耗上 解答和说明问题落后快，完成推理过程耗时少。	1. 表现在概括过程中 只要通过少量实例，就能概括出几何形体中常见的数学特征及相应的计算公式（周长、面积、体积、内角和公式等）； 2. 表现在理解过程中 只要通过少量实例，就能懂得几何形体的有关定义、性质、公式、能很快地抓住几何形体间的本质联系；3. 表现在运用过程中 只要通过少量实例，就能概括具体问题中的几何本质联系，选择正确的方法，准确地解决几何度量，作图和计算等问题；在说明几何现象和解答几何问题过程中，几何表象清晰，重现迅速，能快捷地进行分解、组合、等积变换； 4. 表现在时耗上 心到手到，连贯迅速，耗时少。

	运　算　能　力	逻辑思维能力	空间想象能力
思维的灵活性	1. 表现在概括过程中 善于运用运算结果比较分析，并联系生活经验归纳，概括运算的意义、法则、定律性质；能灵活选用数学技巧、紧扣目标展开思索。 2. 表现在理解过程中 善于利用已有的数、式、运算等知识、技巧和生活经验，从多侧面去弄懂数学运算问题； 3. 表现在运用过程中 善于自觉地调用运算意义、法则、定律、性质和技巧，善于根据计算目的灵活调节运算过程，选用运算方法进行合理、巧妙地运算；既能用一般的方法，法则进行运算，也能用特殊技巧进行运算，还能用多种方法解同一个运算问题； 4. 表现在运算效果上 流畅、停顿等；富于联想、解法多；方法灵活、恰当。	1. 表现在概括过程中 善于调用已学数学知识与学习经验，从不同角度进行比较、归纳、假设，概括出数与运算数量关系中的规律； 2. 表现在理解过程中 善于调用已有的数学知识、技巧、经验，灵活采用分析、演绎“模仿”想象、尝试等思维方法去弄懂数学问题（包括概念和需要求解的问题）； 3. 表现在运用过程中 善于灵活调用数、式几何常识，从不同角度方向和环境出发考虑和解决问题；善于用一般的方法和特殊技巧解决同一个问题；具备求同思维与求异思维兼容的，正向与逆向、扩张与压缩变换机智灵活的、善于运用变化的、运动的观点考虑问题的习惯表现； 4. 表现在推理效果上 目标跟踪意识浓，方向、过程，技巧即时转换水平高，解法多。	1. 表现在概括过程中 善于画图和动手实验，灵活调用已学知识，技巧、较容易地概括出几何形体的基本特征与性质（包括公式）； 2. 表现在理解过程中 善于调用已有的几何知识与经验，从不同角度，用多种方法（推理、实验等）去理解几何形体的位置、度量关系和某些性质（如稳定性圆锥体中高与底面积的反比例性质等）； 3. 表现在运用过程中 善于灵活地从不同角度、运用不同的几何知识去分析几何问题，解决几何问题；善于通过在某个条件不变下，变换几何位置与形状，去解决某些几何问题；善于由已知几何条件联想到多种几何位置、形状与度量关系，并灵活地解答各种变形问题； 4. 表现在几何想象效果上 空间想象能力强，变换多，不仅能从一种几何状态想象到另一种状态，而且还能从某些算式想象出具有相应的度量性质的几何形体；解题思路多，方法选择得当，善于解答组合形体问题。
思维的深刻性	1. 表现在概括过程中 善于广泛地调用所学的数学知识，去细致负责地分析有关运算的问题；善于紧扣本质与内在联系，去概括和形成新的有关与运算意义、法则、定律式、性质等概念； 2. 表现在理解过程中 善于从三则运算之间的	1. 表现在概括过程中 善于在具体数学材料中抓住本质，概括出有关数、式和数量关系的基本概念与公式；善于在较复杂的应用题中概括出基本数量关系；善于在解题过程中概括出知识结构、习题类型，和进行解答技巧分类；	1. 表现在概括过程中 善于从不同状态、不同角度与方法，去正确地形成有关几何概念、度量性质和比例尺、统计图表的现象； 2. 表现在理解过程中 善于用变化的、辩证的思想去认识并发现几何形体中某些量间的比例关系，和

	运　算　能　力	逻辑思维能力	空间想象能力
	辩证统一关系，去深入理解各运算的意义；善于从整、小、分（百分）数间的内在联系，去深入理解运算定律和性质；善于从计算经验和生活实践出发，去弄清有关运算公式、法则和性质成立的理由； 3. 表现在运算过程中 善于进行数和算式的等值变形、公式的等值变形；善于辩证统一地处理运算，和解变形的或不常见的运算问题；善于用一般的方法解文字题和方程；善于进行难度较大的运算；具有良好的检验习惯，能自觉做到每步运算依据充足，漏弊防范能力强； 4. 表现在运算效果上 过程正确、严谨，技巧化水平高，解答难度较大的运算问题能力强。	善于正确理解数学名词与符号的意义，在头脑中建立各种数学概念；善于发现知识间的内在联系，能将头脑中的知识重新进行建构； 3. 表现在运用过程中 善于进行数量关系的等值变换，掌握多种描述同一数学性质的语言技巧；善于辩证统一地运用四则运算意义说明实际问题中的数量关系，和用具体数量关系解释四则运算与规律；善于区别相近数学概念，和发现不同数学现象间的本质联系；善于将知识和技巧进行组合、分类，使之系统化、结构化；善于全面、严谨地思考问题，能用充分的理由说明数学现象和解答问题的过程；善于自觉地运用分析、综合、归纳、演绎、模拟、类化、假设、想象等方法，能解答难度较大的问题； 4. 表现在推理效果上 全面、严谨、深刻、力度大，技巧系统化水平高。	不同形体间的联系；善于用初步经验与解法去认识新的几何形体；善于用几何现象解释某些计算公式和变化规律； 3. 表现在运用过程中 善于对常见几何形体按几何特征或度量性质进行分类；能根据文字题想象出相应的几何形体，并正确地分析出几何特征与隐含的数量关系；能将一些抽象的算式解释成具体的几何环境中的数量关系；善于对组合图形（体）作丰富的想象变换，并转换成一些常见的简单图形来进行数量关系分析，善于恰当地设计并绘制正确的统计图表，分析难度较大的几何问题，做到理由充足； 4. 表现在几何想象效果上 解答由文字抽象描述的几何问题能力强；几何形体的分解与组合变换形式多样、理由充分；头脑中有鲜明、准确的方位、方面、形状、度量观念，和广阔的几何变换空间。
思维的独创性	1. 表现在概括过程中 善于用独特的思考方式去探索、发现、概括运算方法（技巧）； 2. 表现在理解过程中 善于用独特的方式去理解和解释运算方法与规律； 3. 表现在运用过程中 善于用独特的、新颖的方法进行运算（包括解方程、化简繁分数等）； 4. 表现在运算效果上	1. 表现在概括过程中 善于发现矛盾，提出猜想给予验证（论证）善于按自己喜爱的方式进行归纳，具有较强的类比推理能力与意识； 2. 表现在理解过程中 善于模拟和联想；善于提出补充意见和不同的看法，并阐述理由或依据； 3. 表现在运用过程中 分析思路、技巧调用独	1. 表现在概括过程中 善于用独特的思考方式去探索和发现几何形体上的数学特征与度量性质； 2. 表现在理解过程中 善于提出等价的几何公式和修正意见；善于用一般化的和运动的思想方法去认识形体中的数学特征； 3. 表现在运用过程中 善于创设几何环境；善于制作几何模型；善于用独

	运 算 能 力	逻辑思维能力	空间想象能力
	解法新颖，有独到之处。	特新颖；善于编制机械模仿性习题； 4. 表现在推理效果上 新颖、反思与重新建构能力强。	特、新颖的方法分析、解答几何问题； 4. 表现在想象效果上 想象丰富、新颖独特。
思维的批判性	1. 表现在概括过程中 善于对归纳和假设的结论（运算规律）进行严格的检验和合理的修正。 2. 表现在理解过程中 善于区别不同的运算法则。定律、性质及其适用的条件；善于从正反两方面加深对运算规律的理解； 3. 表现在运用过程中 能自觉排除某些形式的干扰，采用合理的步骤进行运算；善于运用各种方式检查并发现运算结果和过程中的错误，自主调整解题方法与步骤，纠正错误； 4. 表现在运算效果上 能看清题目要求，使用运算方法不容易发生混淆，运算正确率高。	1. 表现在概括过程中 善于精细的估计数学材料，推理过程中选用条件（包括间接条件）准确；善于从正、反两方面思考推理过程，并及时调节和修正； 2. 表现在理解过程中 善于考虑多种因素的影响，从正、反两方面理解概念； 善于发现并指出理解过程中可能会出现的错误倾向，排除错误的干扰，自觉克服“负迁移”； 3. 表现在运用过程中 推理过程中有很强的目的性；善于进行辩证的思索与分析，自觉检查思维过程，自我控制和调节思维方向，对解答结果能自觉作出估计和检验； 4. 表现在推理效果上 推断、估计能力，自学能力和对结论与推理过程进行评价（包括错误原因分析和错误将形成的推断）的能力强。	1. 表现在概括过程中 善于排除图形（体）的干扰因素；准确地概括出几何性质。 2. 表现在理解过程中 善于从不同角度和正反两个方面去理解几何概念，分清相近几何概念的不同之处；善于摆脱具体特殊图形（体）产生的错觉，把握住几何实质； 3. 表现在运用过程中 善于排除无关的几何因素影响，紧紧把握住形体中的数量关系；善于从复杂形体中分离出有用的基本形体；善于用图形（体）等积变换技巧，检验由分析或计算得到的结论； 4. 表现在想象效果上 细密、深刻，有清醒的自我评价；对图表和几何模型有较高的鉴赏能力。

四、数学思维技巧及其数学能力结构水平的影响

有了上面的小学生数学能力结构，就有了具体研究提高小学生数学能力结构水平的可能。影响小学生数学能力结构水平发展的因素是很多的，有智力和非智力方面的，有思维技巧、意识和习惯等方面的，其中，数学思维技巧及其意识是一组十分活跃的因素，直接关系到五个思维品质和三种基本数学能力的发展。因此，在上面“十五个交叉

需要全本请访问 www.ertongbook.com

点”中充分体现了数学思维技巧及其意识的重要价值。

小学生在学习和简单运用数学知识的过程中，经常起作用的数学思维技巧有：（1）分析与结合——前者主要由问题（目标）展开对有关条件的讨论与搜寻，后者主要是由对各种条件（包括已知的和未知的）及其关系展开充分的讨论与变换，寻求问题的解决；（2）归纳与演绎——前者主要是通过大量具体材料的观察比较、分类、找出材料间蕴涵的共同特征，使之成为一定范围内较系统的知识，后者主要是将已获得的一般数学知识恰当地用来说明和解决一系列具体的数学问题；（3）概括与解释——前者主要是从具体数学材料中抽象出反映数学本质属性的规律（概念），后者主要是用物理的、几何的具体现象从不同角度去说明抽象的数学模型的意义；（4）假设与检验——前者主要是在归纳的活动基础上对某种数学现象敢于且善于提出负责的规律性的推断设想，后者主要是以假设的目标展开肯定与否定两方面验证（包括有秩序地举例尝试检验和由已知数学知识出发的推理证明）；（5）类比与分类——前者主要是将某一组数学材料所具有的某些性质或规律，推广（拓广）到另一组（或几组）数学材料上去，后者主要是将所获得的数学知识或技巧纳入到原有的认识系统中，并重新进行必要的建构；（6）模拟与想象——前者主要是借助直观活动（如观察物体、切割拼迭、作示意图等）中的物理、几何变换获取数学模型（规律），后者主要是从数、式或图形出发，展开丰富多彩的联想（包括扩充、压缩变换想象，数—式—形协调变换想象等），在想象中逼近问题的核心，在运动中逼近数学本质，发现规律。

小学生在实际数学活动中，往往不是靠单一的某种数学思维技巧来完成的，而是靠上述诸多技巧的灵活选取与转换，并在其上反映出不同的掌握水平，而良好的数学思维技巧灵活选取意识是更高掌握水平的标志。

由上所述，可以看到小学生数学能力结构同样是以概括为基础的开放性动态系统，是与数学思维技巧及其意识紧密相关的三种数学能力与五种数学思维品质相互交叉构成的统一整体。

（谭　瑞　李　汉）

小学生运算思维品质培养的实验研究

一、实验问题的提出

小学生的数学能力应包括哪些结构，又如何发展的，这在教育界和心理学界纷说不一。我认为，对于小学儿童数学能力发展特点的研究，必须使研究方式处于“动态”之中，即充分考虑到教育的主导作用，才能使研究获得可靠的、科学的结论。小学生在运算过程中其思维品质是相当重要的，研究思维品质，可以作为研究数学能力的突破点。

思维品质，是在个体的思维活动中智力特征的表现。思维品质又可叫做思维的智力品质，也就是人与人之间的个体思维差异。在小学生数学运算中，突出的思维品质是敏捷性、灵活性、深刻性和独创性。思维的敏捷性就是思维过程的速度；思维灵活性是指思维活动的灵活程度；思维的深刻性也就是逻辑性，这是思维活动中抽象水平的表现，即抓住问题的本质和规律，开展系统的理性活动；思维的独创性是指独立思考创造出有一定新颖性成分的智力品质。这四个品质是区分儿童智力、才能的重要指标之一，也是提高儿童数学学习成绩的关键。

我们的研究是密切结合学校第一线教学工作进行的，其目的就在于探讨小学生在数学运算过程中，如何通过有效的教学途径来培养上述的思维品质和提高教学质量、减轻学生的负担，并以我们的研究结果来讨论小学生数学能力的结构和提出一些小学数学教学的建议。

二、实验步骤与方法

我们在实验中，横断方法与纵向方法相结合，教育与心理发展相促进，使整个研究处于“动态”，即以发展变化的观点，围绕着小学儿童运算过程中思维的敏捷性、灵活性、深刻性和独创性等四个品质的培养，展开全面的实验研究。

（一）实验班与控制班的确定

实验的被试北京市幸福村学区二至五年级八个班学生，每个年级两个班（一个实验班，一个控制班）。为了便于统计，随机取样，每班定三十五名，共有被试二百八十名。

实验班与控制班的被试，均系就近入学。其中二、五年级实验班，都是儿童一入学就开始追踪研究，三、四两个年级追踪仅一年时间。研究前通过智力检查及语文与算术两科考试，成绩都无显著的差异（经过 x^2 考验，$p>0.1$），组成一一对立等组。使用料材相同（都是全国通用教材）；在校上课、自习及所留作业量相同；学生家长职业、成分大致相似；没有发现任何特殊的家庭辅导，或增加练习量的现象。

实验班教师系统地学习了儿童思维心理学知识与思维品质的培养方法（以科学出版社出版的拙著《智力发展与数学学习》为教材），定期集体备课，统一实验指导思想与具体措施。定期按实验措施搞“培养思维品质教学观摩课”，不断改进培养计划。

（二）实验措施的贯彻

我们按照思维品质的内容，并总结了北京市十余位先进数学教师的经验，制定了小学儿童在运算中思维品质的培养措施，内容如下：

1. 培养思维的敏捷性，主要是培养正确迅速的运算能力。具体的措施有两条：

（1）在正确的基础上始终有速度的要求。

我们强调敏捷运算思维的前提是正确。对于低年级，教师狠抓儿童的计算正确率，要求百分之百正确。落实到儿童身上，一是认真审题，划出重点词，二是题题有验算（如逆运算），三是错题当日更正；落实到教师身上，做到“及时强化”，每天当堂批改作业，对的打“√”，错的不表态，让儿童在运算中及时地获得肯定与否定的信息，从记忆到思维，有一个及时刺激，增强正确的“条件联系”。在正确的基础上抓速度练习：

①低年级，将正确而迅速的计算要求作为学习常规的重要内容。在速算练习时，不使用公开发行的固定的“速算卡片”，因为时间一长，儿童就背熟了卡片中的习题与答案，而是教师每天换新习题，用黑板或写在纸上一道道出示，使儿童进行运算思维的速度练习，而不是机械记忆的训练。

②在形成一定学习“常规”的基础上，每天坚持五分钟左右的速算练习。具体内容有：一口算。每人一题，一人计算，全班注视，发现错误，立刻更正。这样一人接一人回答，十分紧张。二速算比赛。有给时间，比正确、迅速完成计算的数量；有给练习题，看完成时间。儿童在比赛中产生兴趣和“好胜”心理，逐步形成正确迅速的运算习惯。三接力完成一个复杂题。例如，应用题类型复习，一人说类型特征，另一人接着说解题方法，第三人出一道这类的应用题，第四人说出答案。全班儿童注意力高度集中，人人练习正确迅速地思考问题。

③到中、高年级，强调在数学运算中能把正确、迅速与合理、灵活结合起来。我们认为，思维结构是在法则支配下有一定方向、材料和形式的系统。速算的合理、灵活性，很重要的一点在于运用算术法则。于是我们鼓励儿童开动脑筋，充分运用速算方法和交换律、结合律、分配律等算术法则，合理而迅速地运算。例如，对［60＋（357×

375－375×356）÷25］×12，只要运用分配律，提出375，很快就能获得答案而不需按部就班地演算了。

（2）教给儿童一定的速算要领与方法。

速算方法有上百种，我们按照不同年级儿童所学不同的数学内容，分别交给他们不同的方法，如：几个数相加，中间有互补的，可以先加；连续数的加法，可以归纳为首项加上末项，再乘以项数的一半；某数（0除外）乘以或除以5、25、125、625……可以用五一倍作二计算，等等。这样使他们能提高运算的速度。心理学认为，重复练习是形成习惯的重要条件。教会速算方法，反复的练习，儿童就能从领会这些方法到应用这些方法，“熟能生巧”。一旦变成习惯——“生巧”，不仅可以丰富数学知识，而且可以促进思维敏捷性品质的发展。

2. 培养思维的灵活性，主要是培养儿童“一题多解”、“一题多变”的运算能力。

一题多解和一题多变是一种发散式的灵活的思维方式，它们不仅是培养思维品质灵活性的好方法，而且还是一个提高教学质量的老方法。衡量一个儿童的智力高低，主要是看解决题目的难易程度和灵活程度，而不只是看解题的多寡。一题多解和一题多变的教学与练习的步骤与方法是：

（1）抓儿童知识之间的“渗透”和迁移。心理学认为，迁移的实质是概括，迁移是灵活地运用知识的基础。实验中的措施是“运用旧知识，学习新知识”，做到“新课不新”，使每个旧知识都是新知识的基础，而每个新知识又是在旧知识基础上获得发展。这就为知识之间的“渗透”和迁移，提供了可能性。

（2）引导儿童“发散式”的思考。思维有发散式的，也有辐合式的。前者求多解，后者求一解；前者求异，后者求同。这两者是统一的，后者是前者的基础，前者是后者的发展。对儿童进行发散式思维训练，分三步进行：第一步，通过儿童认识数量关系来培养。例如，任何一道试题，都能有“一加二减”三道题，或有“一乘二除”三道题。第二步，让儿童根据题中两个已知数量之间的关系，思考能提出哪些问题来。例如，对“甲班种树15棵，乙班种树30棵”，儿童经过发散式思考，可以从提出两三个问题逐步发展到十个左右的问题，最后个别儿童竟提出二十三个问题。这样训练，象滚雪球一样，越滚越大，使儿童根据题中的数量关系，经过“发散”，找到众多的新的数量关系。第三步，进行应用题的发散思维训练。儿童可以把一道应用题，通过改变条件或问题，从一步应用题，发散成五步、六步，甚至七步应用题；也可以把多步应用题，最后辐合为一道一步题。这一点，现时教学大纲并不提倡。但我们认为，思维是对事物内在关系的反映，步数多数量关系多要找出多步的关系，才能有力地锻炼儿童的思维不断地从具体的向抽象的过渡，逐步灵活地把握数量之间内在的关系及变化，提高思维的抽象逻辑程度。

（3）教师的一个重要做法是每堂课都有精选例题，按类型、深度编选适量的习题，再按深度分成几套，儿童通过一题多解，一题多变，灵活运用，他们的思维灵活性品质就会有所发展。

3. 培养思维的深刻性，即逻辑性。

小学儿童数学逻辑思维能力，应包括数学概括能力、空间想象能力、数学命题能

力、逻辑推理能力和运用法则能力等五种。数学概括能力是一切能力的基础。实验中，培养儿童思维深刻性，着重点放在提高他们的概括能力上。

（1）小学阶段，数的概括能力含义是什么？心理学已经指出，主要包括：（1）认识数的实际意义（例如，“10”代表十个，“$\frac{1}{2}$”是指半个，等等）；（2）对各类数的顺序和大小的理解（例如，89 在 98 之前，98 在 89 之后，89＜98，98＞89）；（3）数的分解组合的能力和归类能力（例如，100 由 50＋50 组成，或由 10 个 10 组成，或由 100 个 1 组成等）。其中数的分解组合能力是数的概括能力的核心。因此，在实验教学中，突出抓数的分解组合的培养。例如，一年级上学期的重点是 20 以内的进位加法和退位减法，正常进度用 53 课时，一位实验班教师，并没有按照教科书那样对 20 以内的数一个一个分别讲解，而是引导儿童对 20 以内的数比较实际意义，认识大小和顺序，进行组成与分解的练习，一共只用了 10 课时，就出色完成了教学任务（用市里的试题考试，全班仅一人错了一道小题）。

（2）在培养儿童数学概括能力的基础上，逐步培养儿童逻辑推理的能力。具体抓了两条：一是在应用题教学中，紧紧扣住简单应用题的十一种类型的教学，使儿童从类型出发，领会每种类型的解题原理，并以此为大前提，进行演绎，掌握各类应用题的解答方法，体现出应用题教学中“一步是基础，两步是关键”的特点。十一类简单应用题的教学，按教学进度，要跨二年半到三年的时间，但考虑到应用题的教学中类型起演绎推理大前提作用，一位实验班教师全面分析了十一类应用题的特点，按四种基本数量的关系，引导儿童加以归类，结果只用一年时间就完成了十一类应用题教学任务。之后，儿童充分获得运算演绎推理式有关习题的时间和机会。二是引导儿童在同类习题的运算中，善于归纳出一般性的算术原理来。例如，通过儿童计算 $\frac{1}{4}=0.25$，$\frac{1\times2}{4\times2}=0.25$，$\frac{1\times10}{4\times10}=0.25$，$\frac{8}{32}=0.25$，$\frac{8\div8}{32\div8}=0.25$，$\frac{8\div4}{32\div4}=0.25$，$\frac{8\div2}{32\div2}=0.25$，$\frac{1\times0}{4\times0}=?$，$\frac{4\div0}{32\div0}=?$，获得分数性质。这样，不仅又快又好地使儿童领会分数性质，而且也使他们学到了归纳法。演绎和归纳是逻辑推理的重要形式，通过训练，实验班儿童较快地学会了自己提出假设、验证假设，进行算术学范围内的逻辑推理了。

（3）数学命题（判断）能力和空间想象能力的培养不是我们这次实验的重点，但我们也加以注意了，尤其是儿童判断能力。实验班教师重视这样一条措施：在数学教学过程中，凡是遇到需要判断的机会，一定要启发学生进行判断，教师不代替，以发展学生的命题（判断）能力。所以实验班的课堂教学气氛是十分活跃的。

4．培养思维的独创性，发展创造性思维。

创造性思维的特点具有独立性、发散性和新颖性。我们围绕这些特点采取如下措施：

（1）加强培养学生独立思考的自觉性，把独立思考的要求作为低年级学习“常规”加以训练。

（2）提倡“新颖性”，在解题中运用的方法越多越好，越独特越好，让学生去挖掘

解题的各种新方法。

（3）突出地抓学生自编应用题，以此突破难点，使学生进一步理解数量间的相依关系。我们教会实验班学生十一种编题的方法：①根据实物演示或操作编题，②根据调查访问编题，③根据儿童生活实践编题，④根据图画编题，⑤根据图解编题，⑥根据实际的数字材料编题，⑦根据算术式题编题，⑧仿照课本的应用题编题，⑨改编应用题，⑩根据应用题的问题编题，⑪补充题目缺少的条件或问题。这十一种编题的方法，大致分为两大类：①至⑦为一类，反映编题过程要求抽象概括的程度的差异性（从直觉编题——→形象编题——→语词或数字编题）；⑨至⑪为另一类，反应编题的过程，从模仿，经过半独立的过渡，最后发展为独立性编题的趋势。自编应用题，体现了独立性、发散性（每个学生几乎编的题都有差异）和新颖性（每个学生都在按照自己的思路对新异和困难的刺激提出决策）等思维独创性的特点。我们按照不同难易程度的编题方法，从一年级开始练习，随着年级的递增，不断增加编题的难度，以培养学生的运算过程的独创性。

（三）数学能力的测定

数学能力的测定，有无客观的指标？我们在自己的研究中作了肯定的回答。

1. 测定思维敏捷性。

以速度与正确度为指标，求出时间与正确率，确定正确——迅速，正确——不迅速，不正确——迅速，不正确——不迅速的四种类型。

时间统计是一项较难的工作，我们计时的方法是：（1）给一定数量的习题，记下每个被试完成的时间，求出不同班次（实验班或控制班）的平均时间；（2）给一定时间，统计完成率；（3）给一定数量的习题，规定几个计分段，例如，4 分钟以内完成，4.5 分钟、5 分钟、5.5 分钟、6 分钟……最慢的是几分钟，记下每个时间内完成者的人次，算出百分数，以便比较。

2. 测定思维灵活性。

以一题多解的解数，一题多变的变化数为客观指标。从四个方面来进行测定：

（1）多解或“发散”的程度，例如，一解为一分（这是在量上统计）。

（2）伸缩与精细的程度，例如“1＝?”，加、减、乘、除、四则运算、分数等，可能出现不同的类型，反映了“质”的区别，要求统计类型、等级（这是在质上统计）。

（3）迁移的水平，例如运用法则达到多解的程度。

（4）组合分析的水平，对较复杂的习题，求出另解、二解、三解，每解一题，必须找出一个新的“交结点”，进行重新组合分析。

3. 测定思维深刻性。

以完成下列五个方面逻辑抽象试题的成绩（原则上满分为 100 分，每个方面各 20 分）为指标。在小学生运算范围内，确定具体的指标是：

（1）数学概括能力（规定不超过有理数的范围）的测定有三项指标：①对数的实际意义的认识；②数的顺序和大小的理解；③进行数的分解组合的能力（见上述的例子）。

（2）空间想象能力的测定也有三项指标：①正确地画出图形（例如，要求正确画出

需要全本请访问 www.ertongbook.com