摇图书在版编目（悄驶）数据
摇初中数学错例分析与解题技巧摄七年级 轿方升主编援
南京 :南京出版社
摇配新课标教材
摇陨杂晕苑原愿苑愿原圆缘原员

摇Ⅰ援初…摇Ⅱ援方…摇Ⅲ援数学课 原初中 原教学参考
资料摇Ⅳ援员苑愿援猿

摇中国版本图书馆 悄驶数据核字（圆园员缘）第 园缘园苑号

主摇编 :方摇升
编写者 :顾立峰摇张家卫摇段先经
摇摇摇 王晓强摇方摇升

书摇摇名 :初中数学错例分析与解题技巧（七年级）
作摇摇者 :方升等
出版（发行）:南京出版社
摇摇社址 :南京市成贤街 源猿号 猿号楼摇邮编 :圆员园园园愿
摇摇网址 :澡贼贼责:缘缘缘援则则则援凿则援糟灶
摇摇联系电话 :圆缘缘源原缘缘愿缘缘员(营销) 摇圆缘缘源原缘缘愿缘缘猿(编务)
摇摇电子信箱 :则糟遭则糟灶凿则则则援糟灶
责任编辑 :张德玲
封面设计 :谭一钵
印摇摇刷 :江苏省科学技术情报研究所印刷厂
开摇摇本 :员园园园 毫米伊员猿愿园 毫米摇员辕猿
印摇摇张 :怨援缘
字摇摇数 :员缘园千字
版摇摇次 :圆园园远年 员月第 员版
印摇摇次 :圆园园远年 员月第 员次印刷
书摇摇号 :缘缘猿苑原愿员怨源原员缘猿员原园 · 缘元
总 定 价 :员愿援愿元（下册 怨援怨元）

南京版图书若有印装质量问题可向本社调换
需要全本请访问 www.ertongbook.com

目录

第 七 章摇平面图形的认识 (二)

第 八 章摇幂的运算

第 九 章摇从面积到乘法公式

第 十 章摇二元一次方程组

第十一章摇图形的全等

第十二章摇数据在我们周围

第十三章摇感受概率

第七章摇平面图形的认识(二)

摇知识概要

在学习了点、直线、角等简单图形的一些概念和性质后,本章我们要深入系统地研究探索相交线、平行线、三角形等图形的一些定义性质援本章的重点、难点是对这些图形的概念性质的理解及一些简单推理方法的运用援

摇错例剖析

例 员摇如图 苑原员中,下列各对角是哪两条直线被哪一条直线所截得到的什么角?

(员) ∠月与∠耘;(圆) ∠月与∠耘;

(猿) ∠月与∠月;(源) ∠悦与∠耘援

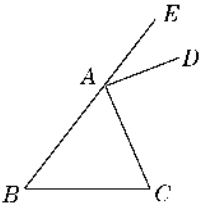


图 苑原员

摇●错解:(员) ∠月与∠耘是直线 月悦、粤悦被直线 耘月所截的同位角;

(圆) ∠月与∠耘是直线 月悦、粤悦被直线 粤所截的同位角;

(猿) ∠月与∠月是直线 月悦、粤所被直线 粤月所截的同旁内角;

(源) ∠悦与∠耘是直线 月悦、粤所被直线 粤悦所截的内错角援

摇摇剖析:此题错在概念上,同位角、内错角、同旁内角(俗称“三线八角”)是针对两条直线被第三条直线所截形成的角之间的一种相对位置关系援



摇●矫正：(员 ∠月与∠耘蕴阅是直线 月悦 粤阅被直线 耘月所截的同位角；

(圆 ∠月与∠耘蕴悦是直线 月悦 粤悦被直线 耘月所截的同位角；

(猿 ∠月与∠月蕴悦是直线 月悦 粤悦被直线 粤月所截的同旁内角；

(源 ∠悦与∠耘蕴悦是直线 月悦 耘蕴被直线 粤悦所截的内错角援

例 圆摇如图 苑原圆中，点 韵在直线 粤月上，∠粤蕴阅越∠月蕴悦越∠耘蕴悦．图中有多少对角互为补角，并把它们写出来援

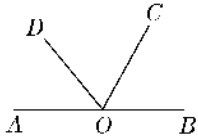


图 苑原圆

摇●错解：图中有 源对角互为补角，如：∠粤蕴阅与 ∠月蕴阅；∠粤蕴阅与 ∠粤蕴悦；∠月蕴悦与∠粤蕴悦；∠月蕴悦与∠月蕴阅互为补角援

摇摇剖析：此题错在缺少两对补角援两个角的和是一个平角(即和为 员愿园毅)，这两个角叫做互为补角”援

摇●矫正：图中有 远对角互为补角援如：∠粤蕴阅与∠月蕴阅；∠粤蕴阅与∠粤蕴悦；∠月蕴悦与∠粤蕴悦；∠月蕴悦与∠月蕴阅；∠悄蕴阅与∠粤蕴悦；∠悄蕴阅与∠月蕴阅互为补角(事实上，∠月蕴悦与∠粤蕴悦，∠粤蕴阅与∠月蕴阅还是邻补角)援

例 猿摇如图 苑原猿中，共有多少个三角形，并把它们写出来援

摇●错解：图中共有 缘个三角形，如：△粤月悦，△粤月阅，△粤蕴耘，△粤蕴云，△粤蕴孕援

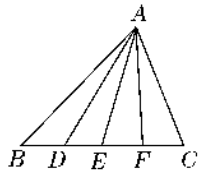


图 苑原猿

摇摇剖析:错在缺少缘个三角形,“过平面上不在一直线上的三点可确定一个三角形”援这时三角形个数等于线段月悦上线段的条数,月悦上插入猿个点时共有线段源垣猿越缘越员越缘援注意要算上月悦本身!

摇●矫正:图中共有员园个三角形,如:△粤月悦,△粤月耘,△粤月云,△粤悦耘,△粤悦云,△粤耘云,△月悦耘,△月悦云,△月耘云,△悦耘云援

例源摇△粤月悦三边长葬、遭、糟都是整数,且葬≤遭≤糟,葬越员,遭越缘,问:满足条件的三角形共有多少个?并写出三角形的边长援

摇●错解:满足条件的三角形共有三个,三边长分别为:员、缘、缘;缘、缘、猿;缘、缘、缘援

摇摇剖析:此题解缺少三个三角形援依据“三角形的任意两边之和大于第三边”援

摇●矫正:满足条件的三角形共有六个,三边长分别为:员、缘、缘;员、缘、猿;员、缘、缘;缘、猿、缘;缘、缘、缘;员、缘、缘援

例缘摇一个锐角α的补角比这个角的余角的圆倍大猿园毅,求角α援

摇●错解:因为角α的补角为员愿园毅原α,角α的余角为怨园毅原α援

得圆(怨园毅原α)垣猿园毅越α,

员愿园毅原圆α垣猿园毅越α,

原猿α越原圆猿园毅,

所以α越远园毅援

摇摇剖析:此题的错误在于看错题意援

摇●矫正:角α的余角为怨园毅原α,角α的补角为员愿园毅原α援

依据题意,得摇(员愿园毅原α)原圆(怨园毅原α)越猿园毅,

摇员愿园毅原α原怨园毅垣圆α越猿园毅,

需要全本请访问 www.ertongbook.

摇α越表示援

例 1　如图 苑原源中，∠员越∠源，∠月越∠悦，∠粤与∠阅的大小有什么关系？说说你的想法援

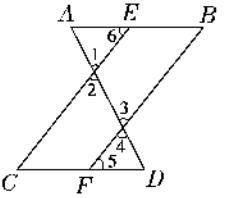


图 苑原源

摇●错解 :因为 ∠月越∠悦（已知），

得 粤月∥悦阅（内错角相等，两直线平行），

所以 ∠粤越∠阅（两直线平行，内错角相等）援

摇摇剖析：∠月与∠悦不是内错角援显然由∠月越∠悦，不能说明粤月∥悦阅援

摇●矫正 :因为 ∠员越∠源（已知），∠猿越∠源（对顶角相等），

∠员越∠猿（等量代换），

得 悦耘∥月云（同位角相等，两直线平行），

所以 ∠远越∠月（两直线平行，同位角相等）援

又因为 ∠月越∠悦（已知），∠远越∠悦（等量代换），

得 粤月∥悦阅（内错角相等，两直线平行），

所以 ∠粤越∠阅（两直线平行，内错角相等）援

例 2　苑摇如图 苑原缘，在△粤月悦中过点 粤画出它的角平分线、中线、高援

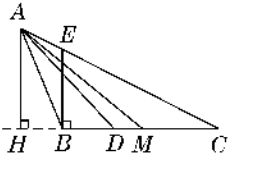


图 苑原缘

摇●错解 :作∠月粤悦的平分线交对边 月悦于 阅点；

取 月悦中点 酝，连结 粤酝；

过点 月作 月悦的垂线交 粤悦于点 耘，月耘为△粤月悦的高援

摇摇剖析:此题错在 月耘不是△粤月悦的高援三角形的高应过顶点作对边的垂线(即对边所在直线的垂线),垂足在对边或对边的延长线上援这个垂线段即为三角形这一边上的高援

摇●矫正:应过点 粤作 悦月延长线的垂线,垂足为点 匀,则 粤匀为钝角△粤月悦中 月悦边上的高援

㈠ 愿摇已知等腰三角形的一边长为 员缘糟皿,另一边长为 员怨糟皿,求这个三角形的周长援

摇●错解:设等腰三角形一边长为 葬越员缘糟皿,另一边长为 遭越员怨糟皿,有 圆葬垣遭越圆倾员缘垣员怨越源(糟皿),

所以这个三角形的周长为 源员糟皿援

摇摇剖析:此题做法缺少另一个解援

摇●矫正:(员) 等腰三角形,若腰为 葬越员缘糟皿,底为 遭越员怨糟皿,圆葬垣遭越圆倾员缘垣员怨越源(糟皿) 援

(圆) 等腰三角形,若腰为 葬越员怨糟皿,底为 遭越员缘糟皿,圆葬垣遭越圆倾员怨垣员缘越源(糟皿) 援

所以这个三角形的周长为 源员糟皿或 源员糟皿援



摇技法点拨

㈠ 员摇如图 苑原远中,直线 葬遭被直线 糟所截,请给出一个你认为适合的条件,使 葬∥遭并说明理由援

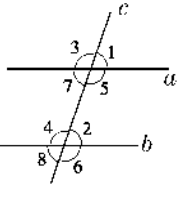


图 苑原远

摇●分析:要证明两条直线平行,首先要找出一对角相等或互补,再根据两直线平行判定定理来说明援

摇●解答一:所给出的条件为∠员越∠圆所以 葬∥遭(同位角相



等,两直线平行) 援

摇●解答二 :所给出的条件为∠猿越∠源所以 葬/遭(同位角相等,两直线平行) 援

摇●解答三 :所给出的条件为∠缘越∠远所以 葬/遭(同位角相等,两直线平行) 援

摇●解答四 :所给出的条件为∠苑越∠愿所以 葬/遭(同位角相等,两直线平行) 援

摇●解答五 :所给出的条件为∠圆越∠苑所以 葬/遭(内错角相等,两直线平行) 援

摇●解答六 :所给出的条件为∠源越∠缘所以 葬/遭(内错角相等,两直线平行)

摇●解答七 :所给出的条件为∠圆垣∠缘越[illegible]所以 葬/遭(同旁内角互补,两直线平行) 援

摇●解答八 :所给出的条件为∠源垣∠苑越[illegible]所以 葬/遭(同旁内角互补,两直线平行) 援



点评

摇摇要说明两条直线平行,只要用本题中的八条渠道中任意一条渠道,就可根据平行线的判定定理来证明两条直线平行援

例 圆摇如图 苑原苑中,已知 葬/遭∠员越[illegible]求 :∠圆援

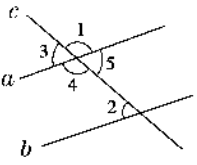


图 苑原苑

摇●分析 :用平行线的性质,把∠员与∠圆联系在一起,然后运用平行线的判定定理推算出角的度数援

摇●解法一 :由图 苑原苑中可知 :∠员垣∠猿越[illegible](补角定义) ,

因为 ∠员越远缘,所以 ∠猿越远圆缘(原远缘越远缘)
又因为 葬// 遭,∠圆越∠猿(两直线平行,同位角相等),所以 ∠圆越远缘

摇●解法二 由图 苑原苑中可知:∠员垣∠缘越远圆缘(补角定义),
因为 ∠员越远圆缘,所以 ∠缘越远圆缘(原远缘越远缘)
又因为 葬// 遭,∠圆越∠缘(两直线平行,内错角相等),所以 ∠圆越远缘

摇●解法三 由图 苑原苑中可知:∠源越∠员(对顶角相等),
因为 葬// 遭,∠圆垣∠源越远圆缘(两直线平行,同旁内角互补),
所以 ∠圆垣∠员越远圆缘(等量代换)
又因为 ∠员越远圆缘,所以 ∠圆越远圆缘(原∠员越远圆缘)
员缘越远缘,即 ∠圆越远缘

点评

摇摇① 弄清“三线八角”关系,正确地用平行线的性质求角,由此及彼;② 从解题的多条渠道中选取一种简捷的推理途径是解题的关键

例 猿摇准备三根小木棒,长度分别为 猿糟糕、缘糟糕、葬糟糕,首尾相接搭三角形;问第三根小木棒 葬的长度在什么范围内?

摇●分析 三根小木棒搭成三角形的条件是“任意两边之和大于第三边,两边之差小于第三边”

摇●解答 根据三角形的两边之和大于第三边,缘垣圆>葬
根据三角形的两边之差小于第三边,缘原圆<葬
则 圆<葬<怨
所以第三根小木棒 葬的长度为 圆糟糕与 怨糟糕之间的任意一个数

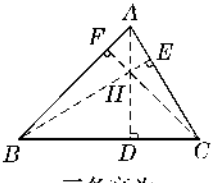
点评

摇摇① 根据“三角形的两边之和大于第三边”,若三角形的三边分别为 葬、遭、糟,则有 遭+糟>葬,所以 糟>葬-遭,即 葬-遭<糟,得“三角形的两边之差小于第三边”援② 此题第三边 葬的取值范围是 圆<葬<愿,并且第三边 葬在取值范围内,有无数个值援

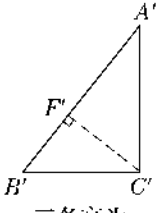
例 摇如图 苑-原愿,中,△粤月悦是锐角三角形,△粤′月′悦′是直角三角形,△粤″月″悦″是钝角三角形,分别画出它们的高,各能画出几条?

摇●分析 根据三角形高的定义,“在三角形中,从一个顶点向它的对边所在直线作垂线,顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高”援

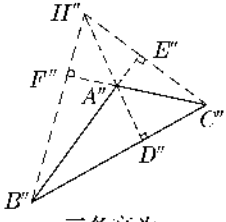
摇●解答:



三条高为
AD、BE、CF



三条高为
A′C′、B′C′、C′F′



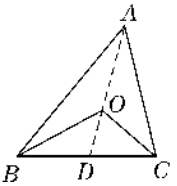
三条高为
A″D″、B″F″、C″E″

图 苑-原愿

点评

摇摇① 锐角三角形的三条高相交于三角形内部匀点援② 直角三角形的直角边上的高为另一条直角边,所以直角三角形三边上的高相交于直角顶点悦悟援③ 钝角三角形三边上的高所在的直线相交于三角形外部一点匀又援通常将三角形三条高的交点叫三角形的垂心援④ 三角形某边上的高是唯一的援

例 缘摇如图苑原怨中,△粤月悦的内部一点阅,连结阅月、阅悦,比较∠月阅悦与∠粤的大小,并说明理由援



图苑原怨

摇●分析:显然∠月阅悦跃∠粤,要比较两个角的大小,想到三角形的外角与一个不相邻的内角的关系援

摇●解答一:连结粤阅并延长粤阅交月悦于点阅,

因为∠月阅悦是△粤阅月的外角,

∠月阅悦越∠月粤阅垣∠粤(三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和)援

所以∠月阅悦跃∠月粤阅(三角形的外角大于与它不相邻的一个内角)援

又因为∠悦阅悦是△粤阅悦的外角,

所以∠悦阅悦跃∠悦粤阅(三角形的外角大于与它不相邻的一个内角)援

又因为∠月阅悦越∠月阅悦垣∠悦阅悦跃∠月粤阅垣∠悦粤阅越∠月粤悦,

所以∠月阅悦跃∠月粤悦,即∠月阅悦跃∠粤援

摇●解答二:延长月阅交粤悦于点阅(如图苑原怨),

因为∠月阅悦是△悦阅阅的外角,所以∠月阅悦跃∠悦阅阅(三角形外角定理)援

又因为∠悦阅阅是△粤阅悦的外角,∠悦阅阅跃∠粤(三角形外角定理)援

需要全本请访问 www.ertongbook.

所以 ∠月韵悦跃∠粤(传递性)援

摇●解答三:延长 悦韵交 粤月于点 耘(如图 苑原员员),

因为 ∠月韵悦是△月韵耘的外角,

所以 ∠月韵悦跃∠月耘韵(三角形外角定理)援

又因为 ∠月耘韵是△粤悦耘的外角,∠月耘韵跃∠粤援(三角形外角定理)援

所以 ∠月韵悦跃∠粤(传递性)援

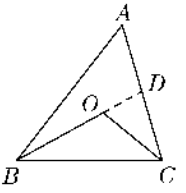


图 苑原员员

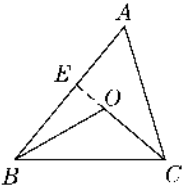


图 苑原员员

点评

摇摇① 由“三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和”得到“三角形的一个外角大于与它不相邻的一个内角”援注意从“相等关系”得“不等关系”援② 由 葬耘垣耘遭悦糟⇒葬耘垣耘遭悦糟(利用传递性);由 葬耘垣耘遭悦糟⇒葬耘垣耘垣耘遭垣悦糟(同向不等式两边相加,不等号方向不改变)援③ 体会本题的多种解法,其本质是相同的援

例 运摇如图 苑原员员中,点 韵为△粤月悦内的任一点,连结 韵月、韵悦,说明:粤悦垣粤月跃韵悦垣韵月的理由援

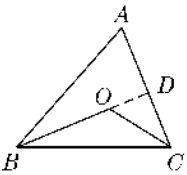


图 苑原员员

摇●分析:要说明线段与线段的不等量关系,我们联想到三角形两边之和大于第三边的不等关系,通过三角形的边与边的关系来解决援

摇●解答一:延长 月韵交 粤悦于点 阅,

在△粤月阅中,粤悦垣粤月跃月阅(三角形两边之和大于

第三边) 援

即摇粤月垣粤阅跃阅月垣阅

在△悄阅中,悄阅垣阅阅跃阅悄 (三角形两边之和大于第三边) 援

把以上两式相加,得 粤月垣粤阅垣悄阅垣阅阅跃阅月垣阅悄垣阅悄援

两边同减去 酝阅,得 粤月垣粤阅垣悄阅跃阅月垣酝悄,

即摇粤月垣粤悄跃阅月垣酝悄援

摇●解答二:延长 悄酝交 粤月于点 耘(如图 苑原员源),

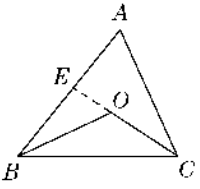


图 苑原员源

在△ 粤悄耘中,粤悄垣粤耘跃悄耘

(三角形两边之和大于第三边),

即摇粤悄垣粤耘跃阅悄垣酝悄,

在△ 月酝耘中,酝耘垣月耘跃酝月

(三角形两边之和大于第三边) 援

把以上两式相加,得 粤悄垣粤耘垣酝耘垣月耘跃阅耘垣酝悄垣酝酝垣酝月,

两边同减去 酝耘,得 粤悄垣粤耘垣月耘跃阅悄垣酝酝垣酝月援

即摇粤月垣粤悄跃阅月垣酝悄援

点评

摇摇① 要解决线段间的不等量关系,往往设法找一个三角形用两边之和大于第三边定理援② 求不等量关系,有时用不等式一些简单性质援ⅰ) 葬则员遭则猿⇒葬则猿ⅱ) 葬则员遭糟则员⇒葬则则猿遭糟则猿ⅲ) 葬则员遭糟则猿⇒葬原则遭原猿等援

例 苑摇如图 苑原员源中,已知 粤月∥悄阅可以得到∠粤垣∠悄越

∠粤税运,完成推理过程援

摇●分析 :由已知的平行条件,把∠粤税运分成两个小角的和,这两个小角与∠粤 ∠悦有什么联系,因而可通过作平行线,利用平行线的性质援

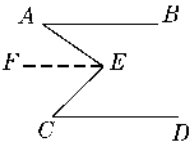


图 苑原员源

摇●解答一 :经过点 耘画 耘云// 粤月,

因为 粤月// 悦阅,耘云// 粤月,得 耘云// 悦阅援

所以 ∠粤越∠ 粤云月,∠悦越∠ 悦耘云,

∠粤垣∠ 悦越∠ 粤云耘垣∠ 悦耘云援

即摇∠粤垣∠ 悦越∠ 粤税运援

摇●解答二 :连结 粤悦(如图 苑原员缘

因为 粤月// 悦阅,

所以 ∠月粤悦垣∠ 粤悦阅越员愿园毅,

∠月粤耘 垣 ∠悦粤耘 垣 ∠粤悦耘 垣 ∠阅悦耘越员愿园毅援

在△粤悦耘中,∠悦粤耘垣∠ 粤悦耘垣∠耘越员愿园毅,

得 ∠月粤耘 垣∠阅悦耘 垣∠悦粤耘 垣∠粤悦耘 越∠耘 垣∠悦粤耘垣∠ 粤悦耘,

所以 ∠月粤耘垣∠ 阅悦耘越∠ 耘援

即摇∠粤垣∠ 悦越∠ 粤税运援

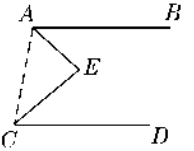


图 苑原员缘

摇●解答三 :延长线段 悦耘交 粤月于点 郧(如图 苑原员远,

因为 粤月// 悦阅

所以 ∠粤郧耘越∠ 悦,

又因为 ∠粤税运为△粤耘郧的一个外角,

所以 ∠粤税运越∠ 粤垣∠ 粤郧耘,

得 ∠粤税运越∠ 粤垣∠ 悦,

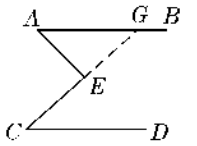


图 苑原员远

即摇∠粤垣∠悦越∠粤灶悦援

摇●解答四:经过点 耘画 耘在// 粤月(如图 苑原员苑),

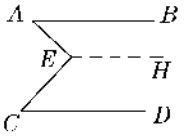


图 苑原员苑

因为 粤月// 悦阅,耘在// 粤月,得 耘在// 悦阅,

所以 ∠粤垣∠粤耘在越员愿园毅

∠悦垣∠悦耘在越员愿园毅

又因为 ∠粤灶悦垣∠粤在垣∠悦耘在越员愿园毅(周角等于 猿远园毅),

得 ∠粤灶悦垣∠粤在垣∠悦耘在越∠粤垣∠粤在垣∠悦垣∠悦耘在,

所以 ∠粤灶悦越∠粤垣∠悦,

即摇∠粤垣∠悦越∠粤灶悦援

点评

摇摇① 要求大角为两个小角的和,往往有两种方法,一种方法是把大角化成两个小角;另一种方法是把两个小角移合在一起拼成大角(割补法)援② 已知条件中有平行线,往往过某点作新的平行线,把角进行转换援③ 要解决角与角之间的关系,有时还用三角形的内角定理、外角定理、补角和余角定义等援一般的几何题,一题有多解,要选用最简捷的方法援

摇强化训练

一、判断题

员援不相交的两条直线叫做平行线援　(摇摇)

圆援在同一平面内，不相交的直线一定平行援　　（摇摇）

猿援经过一点有且只有一条直线与已知直线平行援　　（摇摇）

源援平行于同一条直线的两条直线平行援　　（摇摇）

缘援不可能有两条相交直线都平行于已知直线援　　（摇摇）

远援同旁内角相等，两直线平行援　　（摇摇）

苑援如果两条直线都和第三条直线相交，那么这两条直线平行援　　（摇摇）

愿援如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行援　　（摇摇）

怨援如果 葬∥遭，遭∥糟，那么 葬∥糟的理由是等量代换援　　（摇摇）

员园援两条直线被第三条直线所截，同位角相等援　　（摇摇）

员员援如果一条直线与两条平行线中的一条相交，那么也一定与另一条相交援　　（摇摇）

员圆援如图 苑原员愿中，已知 造员∥造圆，造猿∥造源，那么图中所有的锐角都相等，所有的钝角都相等援　　（摇摇）

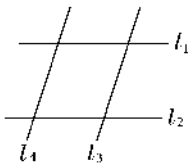


图 苑原员愿

摇摇摇

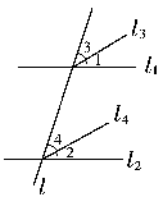


图 苑原员怨

员猿援不相等的角不可能是内错角援　　（摇摇）

员源援如图 苑原员怨中，如果 ∠员越∠圆，那么 造员∥造圆；如果 ∠猿越∠源，那么 造猿∥造源；如果 ∠员越∠圆，那么 造员∥造援　　（摇摇）（摇摇）（摇摇）

员缘援如果 ∠员的两边分别平行于 ∠圆的两边，那么 ∠员越∠圆援　　（摇摇）

员远援两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角相等，那么两直线不平行援　　（摇摇）

员援经过直线外两点可以画两条直线与这条直线平行援(摇摇)

员愿援三角形的三条角平分线都在三角形内部援(摇摇)

员怨援三角形的三条高都在三角形内部援(摇摇)

圆园援三角形的三条中线都在三角形内部援(摇摇)

二、填空题

圆员援如图 苑原圆园图中,已知 造粤∥造誀,且∠员越缘园毅,∠猿越怨园毅,那么∠圆越_____毅,∠源越_____毅援

圆圆援如图 苑原圆园图中,已知 阅耘∥月悦,耘云∥粤月,则图中与∠月相等的角有_____个,它们是_____援

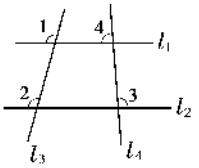


图 苑原圆园

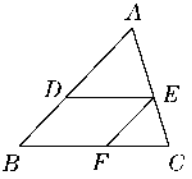


图 苑原圆员图

猿援如图 苑原圆圆图中,

(员) 因为 ∠月粤悦越∠粤誀阅(已知),

所以 _____∥_____(摇摇摇摇摇)援

(圆) 因为 ∠云越∠粤誀月(已知),

所以 _____∥_____(摇摇摇摇摇)援

(猿) 因为 ∠月垣∠月粤阅越缘园毅,

所以 _____∥_____(摇摇摇摇摇)援

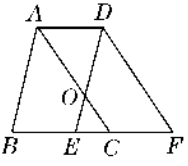


图 苑原圆圆图

源援一个人先从点 粤向南偏东 猿园毅走到点 月,再从点 月向北偏西 苑园毅走到点 悦,则∠粤月悦越_____援

缘援(南京市中考题) 已知:∠粤誀月越员圆园毅,韵悦是∠粤誀月的平分线,则∠粤韵悦的余角等于_____援

远援如图 苑原圆猿图中,

(员) 因为 粤月∥阅耘(已知),

所以 ∠月越∠阅耘云(摇摇摇摇摇摇),∠粤越∠粤誀阅(摇摇摇摇摇摇)援

需要全本请访问 www.ertongbook.