

目 录

《二次三项式的因式分解》探究式教学设计	(员)
《二次三项式因式分解的综合应用》启发式教学设计	(远)
《一元二次方程应用题(一)》点拨式教学设计	(员)
《一元二次方程应用题(二)》讲授式教学设计	(员)
《一元二次方程应用题(三)》启发式教学设计	(员)
《一元二次方程应用题(四)》讲练式教学设计	(员)
《分式方程(一)》讲授式教学设计	(员)
《分式方程(二)》点拨式教学设计	(员)
《分式方程(三)》启发式教学设计	(员)
《可化为一元二次方程的分式方程》点拨式教学设计	(员)
《可化为一元二次方程的分式方程的应用题》讲授式教学设计	(员)
《无理方程》探究式教学设计	(员)
《无理方程》启发式教学设计	(员)
《无理方程》启发式教学设计	(员)
《由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组》 讲授式教学设计	(员)
《由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组》 点拨式教学设计	(员)
《由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组》 讲授式教学设计	(员)
《由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程 的方程组成的方程组》启发式教学设计	(员)
《由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程 的方程组成的方程组》启发式教学设计	(员)

《由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程组成的方程组》导学式教学设计	(苑)
《可化为一元二次方程的方程》讨论式教学设计	(愿)
《一元二次方程根的判别式和根与系数关系》综合式教学设计	(愿)
《二元二次方程组的解法》提问式教学设计	(怨)
《小结与复习(一)》点拨式教学设计	(怨)
《小结与复习(二)》启发式教学设计	(员)
《小结与复习(三)》导学式教学设计	(员)

初中代数课创新教学设计案例汇编(九)

《二次三项式的因式分解》

探究式教学设计

【教学目标】

- (一) 理解二次三项式的意义, 理解二次三项式与一元二次方程的区别与联系;
 (二) 会利用一元二次方程的求根公式在实数范围内将二次三项式分解因式;
 (三) 理解同解方程与式子恒等变形的区别。

【教学重点和难点】

重点: 会用求根公式法分解二次三项式。

难点: 理解同解方程与式子恒等变形的不同。

【教学过程设计】

(一) 复习

请用十字相乘法分解下列各式:

(1) $x^2 - 3x + 2$ (2) $x^2 - 5x + 6$ (3) $x^2 - 7x + 10$

解: (1) $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$;

$x^2 - 3x + 2$

(2) $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$;

$x^2 - 5x + 6$

(3) 用十字相乘法就不容易了。

对于用十字相乘法分解因式较困难的题目, 促使我们寻求其他方法。如同我们在解二次方程时, 用直接开平方法不易解决时, 人们发明了配方法。把原方程变形为

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

如果把 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 移到等号左边, 出现 $(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$ 左边可变形为平方差形式 $(x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})^2 = 0$ 这样左边的式子就可以因式分解了, 所以启示我们不妨用配方法试试。

(二) 新课

我们把 $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 叫做 a 的二次三项式。这个式子的 a 的最高次项是 a 并且有一次项和常数项, 共有三项。

请同学们说出 a 的二次三项式 $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 和 a 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 形式上有什么不同?(二次三项式是代数式, 没有等号, 方程有等号)

在解方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ①时, 可把各项的公因数约去, 化为 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ ②然后再解方程②, 这个做法对不对? 根据什么算理?(对, 在方程两

边都除以同一个不为零的数，得到的方程与原方程同解，即两个方程的解完全相同)

源媛在因式分解 $x^2 - 2x + 1$ ③时，先约去各项系数 2 化为 $x^2 - x + \frac{1}{2}$ ④再分解因式，即 $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$ (曾原猿 (曾原猿)，这个做法对不对，根据什么算理？(不对，因为因式分解是“恒等变形”，即只是式子的形式改变，但式子的值不能变。我们来检验：当 $x=1$ 时，③式的值等于 0，而④式的值是 $\frac{1}{2}$ ，③式到④式不是恒等变形，所以不能约去各项系数 2)

例员 用配方法把 $x^2 - 2x + 1$ 分解因式。

分析：对 $x^2 - 2x$ 再添一次项系数一半的平方 (注意：因为因式分解是恒等变形，所以必须同时减去一次项系数一半的平方)。

解： $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 + 0 = (x - 1)^2$
 $(x - 1)^2 = (x - 1)(x - 1)$

例圆 分解因式： $x^2 - 2x + 1$

分析：把二次项系数化为 1，便于配方，但不能各项除以 2，而是各项提取公因数 2

解： $2(x^2 - x + \frac{1}{2}) = 2[(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}] = 2(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2}$

$$2(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} = 2(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} \quad ⑤$$

我们知道在解一元二次方程时，配方法的步骤是固定模式的，即“千题一律”。它的一般化的固定模式就是解一元二次方程的求根公式法。由此推想，用配方法因式分解必定与方程的根有关系。这个关系是什么？我们从例圆的因式分解来研究。

与二次三项式 $x^2 - 2x + 1$ 对应的一元二次方程是 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，这个方程的两根

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$$

我们来研究⑤式与两根的关系，可见是

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)(x - 1) = (x - 1)^2$ 。这个关系是：二次三项式等于二次项系数乘以 曾减去一个根的差，再乘以 曾减去另一个根所得的差。这个结论的证明如下：

因为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (葬) 的两根为 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (遭原葬) 园，则 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ ，所以 $ax^2 + bx + c = a(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}) = a(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$ 。

⑥

注意 媛因式分解是恒等变形，所以公式⑥中的因式 葬千万不能忽略。

媛在分解二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的因式时，可先用求根公式求出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根 x_1, x_2 ，然后写成 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 。

(三) 课堂练习

把下列各式分解因式

员媛 $x^2 - 2x + 1$; 圆媛 $x^2 - 2x + 1$

解法员: 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根是

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

所以 $x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$.

把 $x^2 + 2x - 3$ 分解为 $(x-1)(x+3)$, 目的是去掉每个括号内的分母。

解法圆: 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根是

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

所以 $x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$. 本题是关于 x 的二次三项式, 所以应把 x 看作常数。

(四) 小结

员对于不易用十字相乘法分解因式的二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 宜用一元二次方程的求根公式法分解因式。

圆用求根公式法分解二次三项式 $ax^2 + bx + c$ (葬园), 其程序是固定的, 即:

(员) 第一步: 令 $ax^2 + bx + c = 0$;

(圆) 第二步: 求出方程①的两个根 x_1, x_2 ;

(猿) 写出公式 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$. 并把 x_1, x_2 的值代入公式中的 x_1, x_2 处。

(五) 作业

员把 $x^2 + 2x - 3$ 分解因式, 其结果是 ()。

(粤) $(x-1)(x+3)$ (月) $\frac{1}{x}(x-1)(x+3)$

(悦) $(x+1)(x-3)$ (阅) $\frac{1}{x}(x+1)(x-3)$

圆把 $x^2 + 2x - 3$ 分解因式, 其结果是 ()。

(粤) $(x - \frac{1}{x})(x + \frac{1}{x})$

(月) $(x - \frac{1}{x} - 3)(x - \frac{1}{x} + 1)$

(悦) $(x - \frac{1}{x} + 1)(x - \frac{1}{x} - 3)$

(阅) $(x - \frac{1}{x} - 3) \cdot (x - \frac{1}{x} + 1)$

猿在实数范围内分解因式:

(员) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$ (圆) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$ (猿) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

(源) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$; (缘) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$ (远) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

(苑) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$ (愿) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$ (怨) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

(员园) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$; (员员) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

(员圆) $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

源分解因式：

(员 (皂原皂) 曾原 (皂原皂) 曾皂 (皂皂皂); (皂 (曾皂曾原皂) 曾皂 原皂
(猿 原 猿 皂 皂 皂 皂 猿)

课堂教学设计说明

为了说明公式法分解二次三项式的必要性，在复习旧知识时，安排了三个二次三项式因式分解的题目让学生练习，其中第三个 $x^2 - 2x - 3$ 用十字相乘法不容易分解，于是促使寻求新的分解方法。

在引入求根公式法分解因式之前，先从配方法入手，进而转入求根公式法并对此法作出了证明。

针对初学者在分解 $x^2 - 2x - 3$ 时常犯漏写因数 -1 的错误，在教学设计中安排了“恒等变形”与“方程同解变形”的内容让学生辨别，从弄清概念着手，杜绝错误。

《二次三项式因式分解的综合应用》

启发式教学设计

【教学目标】

- (一) 使学生深刻领会在实数范围内利用一元二次方程的求根公式分解二次三项式的公式： $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ (曾原曾) (曾原曾) (葬园) 的意义；
- (二) 会运用此公式解较复杂的题目。

【教学重点和难点】

- 重点：进一步掌握此公式的运用。
- 难点：知识的综合联系及较复杂的运算。

【教学过程设计】

(一) 复习

请写出二次三项式的一般形式和一元二次方程的一般形式。

(ax^2+bx+c $ax^2+bx+c=0$)

请从形式上看，它们的不同是什么？

(方程是等式，二次三项式是一个代数式，没有等号)

请从曾的取值来看，它们的不同是什么？

(一元二次方程的曾值有两个，也可能没有。而二次三项式中的曾可以取任意值)

请解方程 $ax^2+bx+c=0$ (葬园) 的过程中，用二次项系数除方程各项，变形为 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ 这种变形是否合理？有没有必要？(这是解方程的同解变形，是合理的，而且这种变形十分必要，它可使方程的系数值简单，以便于代入求根公式或各种有关计算)

请把二次三项式 ax^2+bx+c (葬园) 各项系数除以葬并与成 $ax^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$ 曾垣遭曾巨糟葬，这种变形是否合理？(这种变形不合理，等号两边不相等，等号右边缺少了因数葬 正确的变形是 $ax^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$ (曾垣遭曾巨糟葬))

请说出二次三项式 ax^2+bx+c (葬园) 用求根公式法分解因式的步骤。

(第一步：写出 $ax^2+bx+c=0$ ①)

第二步：求出方程①的两个根曾，曾；

第三步：写出公式 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ (曾原曾) (曾原曾) 并把曾，曾的值代入公式中的曾，曾处)

请让全班学生做 ax^2+bx+c 的因式分解。

(正确答案是 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ (曾原曾) (曾原曾)，可能出现的错误是得出 $(曾原曾)$ (曾原曾)，或是 $(曾原曾)$ (曾原曾)

(二) 新课

例员 分解因式： $x^2 - 2ax + a^2 - b^2$

解法员 把此式看作关于 x 的二次三项式 $x^2 - 2ax + (a^2 - b^2)$ 因为关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + (a^2 - b^2) = 0$ 的根

$$x_1 = a + \sqrt{a^2 - (a^2 - b^2)} = a + b, \quad x_2 = a - \sqrt{a^2 - (a^2 - b^2)} = a - b$$

$$x_1 - x_2 = (a + b) - (a - b) = 2b$$

$$x_1 + x_2 = (a + b) + (a - b) = 2a$$

$$x_1 = a + b, \quad x_2 = a - b$$

所以原式 $= (x - (a + b))(x - (a - b)) = (x - a - b)(x - a + b)$

解法圆 原式 $= (x^2 - 2ax + a^2) - b^2 = (x - a)^2 - b^2$
 $= (x - a + b)(x - a - b)$

讲述：解法员虽然计算步骤繁一些，但它是固定的操作程序，因而容易学会和运用。解法圆的书写简单，但需要两次用到十字相乘，从第二步到第三步使用十字相乘法时，技巧要求较高，因而不易掌握。

例圆 如果 $x^2 + px + q = 0$ ，求证：二次三项式 $x^2 + px + q$ 是完全平方。

证明：设 x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根，
 因为 $x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q$ ，所以 $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

所以 $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2) = (x + \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q})(x + \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q})$ 这是一个完全平方。

例猿 已知 $x^2 + px + q$ 是一个完全平方，求 p, q 的值。

分析：此二次三项式的判别式等于零。

解：令 $(x + \frac{p}{2})^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$ 即 $x^2 + px + q = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$
 得 $q = \frac{p^2}{4}$ ， p, q 同号， $q \geq 0$

答： $q = \frac{p^2}{4}$ 或 $q = 0$ 时，原式是完全平方。

说明：我们不妨把 $q = \frac{p^2}{4}$ 代入原式来检验答案是否正确。把 $q = \frac{p^2}{4}$ 代入原式，得 $x^2 + px + \frac{p^2}{4} = (x + \frac{p}{2})^2 = (x + \frac{p}{2})^2$ 是完全平方。把 $q = 0$ 代入原式，得 $x^2 + px = x(x + p) = x(x + p)$ 是完全平方。

例源 化简分式 $\frac{x^2 - 2ax + a^2 - b^2}{x^2 - 2ax + a^2}$

分析：应将分子、分母都分解因式，

解：先把分子分解因式。

令 $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$

$$x_1 = a + b, \quad x_2 = a - b$$

原式 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$ ，所以分子 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ ，分母 $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ 。

再把分母分解因式。

令 $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

原式 $\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$ 。

原式 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$ ，所以分母 $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ 。

原分式 $\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$

(三) 课堂练习

求证： $x^2 - 2x + 1$ 为任何实数时，二次三项式 $x^2 - 2x + 1$ 在实数范围内可分解因式。（提示：因为方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根的判别式 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ）

(四) 小结

二次三项式 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 的分解因式，应先用十字相乘法试试，如果确实不易分解，再试用求根公式法，要注意，有些二次三项式，在实数范围内是不可分解的。

二次三项式 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 可以成为完全平方的条件是 $\Delta = 0$ 。

(五) 作业

1. 把 $x^2 - 2x + 1$ 分解因式的结果是 ()。

(A) $(x-1)^2$ (B) $(x+1)^2$ (C) $(x-1)(x+1)$ (D) $(x+1)(x-1)$

2. 把 $x^2 - 2x + 1$ 分解因式的结果是 ()。

(A) $(x-1)^2$ (B) $(x+1)^2$ (C) $(x-1)(x+1)$ (D) $(x+1)(x-1)$

3. 将 $x^2 - 2x + 1$ 分解因式得到的结果是 ()。

(A) $(x-1)^2$ (B) $(x+1)^2$ (C) $(x-1)(x+1)$ (D) $(x+1)(x-1)$

4. 如果 $x^2 - 2x + 1$ 是一个完全平方，那么 x 的值等于 ()。

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

5. 若 $(x-1)$ 与 $(x+1)$ 都是代数式 $x^2 - 2x + 1$ 的因式，则 x 等于 ()。

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

6. 若 $x^2 - 2x + 1$ 是完全平方，则 x 等于_____。

7. 因式分解： $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 。

8. 因式分解 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 。

9. 若 $x^2 - 2x + 1$ 是什么值时，关于 x 的二次三项式 $x^2 - 2x + 1$ 能分解成两个一次式的乘积。

课堂教学设计说明

为了加深对“方程的同解变形”与“恒等变形”的分辨能力，在本节课开始的复习旧知识时，提出七个问题，在第一个问题中，指出了初学者常犯的两个错误。

例题中指出了两种解法，分析其利弊。开拓了解题思路。

二次三项式成为完全平方的条件是 $\Delta \leq 0$ 这个结论经常要用到，为此，设计了例题及作业的第一题和第二题。

《一元二次方程应用题 (一)》

点拨式教学设计

【教学目标】

- (一) 会列一元二次方程解应用题；
- (二) 进一步掌握解应用题的步骤和关键；
- (三) 通过一题多解使学生体会列方程的实质，培养灵活处理问题的能力。

【教学重点和难点】

重点：列方程解应用题。

难点：会用含未知数的代数式表示题目里的中间量（简称关系式）；会根据所设的不同意义的未知数，列出相应的方程。

【教学过程设计】

(一) 复习

请写出本节课的课题：一元二次方程的应用。

请同学们回忆并回答解一元一次方程应用题的一般步骤：

第一步：弄清题意和题目中的已知数、未知数，用字母表示题目中的一个未知数；

第二步：找出能够表示应用题全部含义的相等关系；

第三步：根据这些相等关系列出需要的代数式（简称关系式），从而列出方程；

第四步：解这个方程，求出未知数的值；

第五步：在检查求得的答数是否符合应用题的实际意义后，写出答案（包括单位名称）。

解一元二次方程的应用题的步骤与解一元一次方程应用题的步骤一样。

我们先来解一些具体的题目，然后总结一些规律或应注意事项。

(二) 新课

例 1 (课本 例 1) 两个连续奇数的积是 143，求这两个数。

第一步：弄清题意和题目中的已知数、未知数，用字母表示题目中的一个未知数。

什么是奇数？不能被 2 整除的整数叫做奇数，例如 1, 3, 5, 7, 9, ...，一般地，设 n 为整数，则 $2n+1$ (或 $2n-1$) 表示一个奇数。

$2n+1, 2n+3, 2n+5, \dots$ 是连续奇数，它们之间相差 2 (或 $2n$)。

$2n+1$ 与 $2n+3$ 是连续奇数， $2n+3$ 与 $2n+5$ 也是连续奇数 (其中 n 是任意整数)。

如果规定了 $2n+1$ 是奇数，那么 $2n+3$ 与 $2n+5$ 是连续奇数， $2n+5$ 与 $2n+7$ 也是连续奇数。

本题里，已知数是 143，未知数是两个连续奇数。

第二步：本题里，表示应用题全部含义的相等关系是

(1) 两个连续奇数的乘积是 143

(2) 两个连续奇数之差是 2

解法员:用相等关系(圆)写出关系式,用相等关系(员)列方程。

设较小的一个奇数为曾,那么较大的一个奇数为曾垣圆,根据相等关系:两个连续奇数的乘积越越,列出方程

$$\text{曾}(\text{曾垣圆}) \text{越越}$$

整理,得

$$\text{曾垣曾原越越}$$

解方程,得

$$\text{曾越苑, 曾越原苑}$$

当曾越苑时,曾垣圆越苑;当曾越原苑时,曾垣圆越原苑

检验:苑伊苑越越(原苑伊原苑)越越,都符合题意。

答:这两个连续奇数是苑,苑或原苑,原苑

(注:检验这一步,课本上例题没有要求写出,我们在解题时,作业上虽可不写出,但不要忽略这一步)

解法圆:用相等关系(员)写出关系式,用相等关系(圆)列方程。

设较大的一个奇数为曾,则较小的一个奇数为 $\frac{\text{猿曾}}{\text{曾}}$,

根据相等关系:两个连续奇数的差越依圆,列出方程 $\frac{\text{猿曾}}{\text{曾}}\text{越曾垣圆}$

用曾乘方程两边,得曾原曾原越越

解这个方程,得曾越苑,曾越原苑

当曾越苑时, $\frac{\text{猿曾}}{\text{曾}}\text{越苑}$;当曾越原苑时, $\frac{\text{猿曾}}{\text{曾}}\text{越原苑}$

经过检验,这两组答数都符合题意。

答:这两个连续奇数为苑,苑或原苑,原苑

解法猿:设曾是任意整数,则两个连续奇数为圆曾原员,圆曾垣员,根据相等关系:两个连续奇数的乘积越越,列出方程(圆曾原员)(圆曾垣员)越越,整理,得圆曾原员越越,曾越苑,解得曾越苑,曾越原苑,当曾越苑时,圆曾原员越苑,圆曾垣员越苑;当曾越原苑时,圆曾原员越原苑,圆曾垣员越原苑

经过检验,这两组答数都符合题意。

答:这两个连续奇数是苑,苑或原苑,原苑

现在从上面的三种解法来分析列方程,解应用题要注意的地方。

第一步:弄清题意。本题需要先弄清什么是奇数,什么是连续奇数,用曾表示哪个未知数?解法员与解法圆是用曾直接表示其中的一个奇数,而解法猿所设的曾表示的是任意整数,然后,间接地用圆曾原员,圆曾垣员表示连续奇数;

第二步:找相等关系。因为方程是含有未知数的等式,所以必须有相等关系。本题中的“两个连续奇数的乘积等于越越”是相等关系,可是还有一个比较隐蔽的相等关系是“两个连续奇数之差等于圆或原圆”;

第三步:根据相等关系,写出需要的代数式(关系式),从而列出方程。

这一步分两方面讲,“写出需要的代数式”(关系式)是指用含未知数曾的代数式来表示题目里除了用字母曾表示的那个量以外的所有其他的量,像解法员里,用曾垣圆表示较大的那个奇数;像解法圆里,用 $\frac{\text{猿曾}}{\text{曾}}$ 表示较小的那个奇数;像解法猿里,用圆曾原员,圆曾垣员表示两个连续奇数;写出这些代数式,是解应用题的关键。打个比喻,方程是一辆完整的自行车,那么,这些代数式就是一些小零件,把这些零件准备齐全了,组装起来就是一辆自行车了。

列方程,就是根据题目里的相等关系,把含未知数的代数式(关系式),恰

当地构成一个等式，就是含未知数的等式，就是方程。

不同的相等关系，就列出不同的方程。像解法一与解法二是用不同的相等关系列出的不同的方程，它们的解题过程可能有简有繁。但得到的答案应该是一样的。

例圆 某林场修建一条断面为等腰梯形的渠道，断面面积为 1.5 米²，上口宽比渠深多 2 米，渠底宽比渠深多 0.4 米，(图 12-4) 求渠道的上口宽与渠底宽各是多少？

(这是课本 孕题 习题 孕题 孕组第 孕题的第 (孕) 问)。

分析：题目的已知数为 1.5 圆 2 圆 0.4 有三个未知量：

上口宽、渠底宽及渠深。有三个相等关系：

孕断面面积 越孕孕米²；

孕上口宽 越渠深 孕米；

孕渠底宽 越渠深 孕孕米。

本题设渠深为 x 米较方便，那么上口宽与渠底宽便是题目里除了渠深以外的其他量，它们可用含 x 的代数式表示。

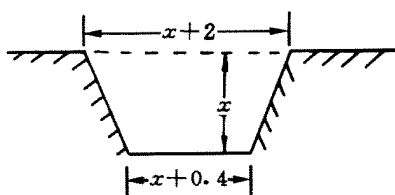


图 12-4

解：设渠深为 x 米，则上口宽为 $(x + 2)$ 米，渠底宽为 $(x + 0.4)$ 米。(因为在写代数式(关系式)时已用了第 孕 第 孕 两个相等关系，所以只能用剩下的一个相等关系来建立方程了)，列方程，断面面积 越 $\frac{1}{2}(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$ ，即 $\frac{1}{2}(x + 2 + x + 0.4)x = 1.5$

化简整理，得 $x^2 + 1.2x - 2 = 0$

解这个方程，得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = -2$

因为渠深不可能是负数，应舍去 $x_2 = -2$ 取 $x_1 = 1$

检验：上口宽 3 米，渠底宽 1.4 米，渠深 1 米。

$\frac{1}{2}(3 + 1.4) \times 1 = 2.2$ (米²)，符合题意。

答：渠道上口宽 3 米，渠底宽 1.4 米。

(三) 课堂练习

孕浓度为 孕豫的盐酸 孕灶干克，含纯盐酸 _____ 干克；若再加 孕干克水，此时浓度为 _____。

孕制造一种产品，原来每件的成本是 孕元，由于连续两次降低成本，现在成本为 孕元。求平均每次降低成本百分之几？

答案或提示：孕孕豫； $\frac{孕灶}{孕灶}$ 。

孕设每次降低成本的百分率为 x 则 $孕(孕孕孕) = 孕$ ， $孕孕 = 孕$ ，取 $孕 = 孕$ 。

(四) 小结

列方程解应用题的步骤是：

孕仔细了解题意及有关的事物的概念。

孕找题中给出的等量关系和隐含的等量关系。

孕选设未知数，并用含这个未知数的代数式表示其他未知量(这种代数式叫做关系式)。

孕利用未曾用过的等量关系列方程。

缘解方程。

远援检验得数是否符合题意，然后作答。

(五) 作业

员援将一升水加入到硫酸和水的混合液中，得到新的混合液含硫酸 圆豫，再将一升硫酸加入到新的混合液中，如果使混合液含硫酸 猿豫，在原混合液中含硫酸的百分比是（ ）。

(粤) 圆豫 (月) 圆豫 (悦) 圆豫 (阅) 猿豫

圆援有一个两位数，如果用数字之和去除，则商 愿余 苑 如果用数字对调后的两位数去除原来的两位数，则商 源余 猿 则这个两位数是_____。

猿援要做一个容积是 苑圆园 猿，高是 远，底面的长比宽多 缘的长方形匣子，底面的长及宽应该各是多少？(精确到 园援员)

源援某农场的粮食产量在两年内从 猿吨增加到 猿吨，平均每年增产的百分率是多少？

缘援某人承包在一定时间内生产某种产品 怨件，开始工作后每个月比原计划多生产 源件，结果提前 源个月完成，若每月生产数量都相同，求实际上工作了几个月？

远援甲、乙两城之间有公路相通。从甲城到乙城，粤车需要 员时，月车需 员时，若行驶方向不影响速度，粤车先从甲城开出 猿时，月车再从乙城开出，问 月车开出后几时两车相遇。

课堂教学设计说明

员援学生对列方程解应用题感到困难，这是应当引起重视的。为此，在教学过程设计中着重讲述了写“关系式”及找相等关系列方程。

圆援用代数方法列方程解应用题，由于有了 曾 中间量很容易用含有 曾的代数式(关系式)来表示，只要抓住等量关系，那么布列方程不过是把日常语言用数学符号表示出来而已。

学生是不是理解了列方程解应用问题的实质，就在于设了 曾之后能不能用含有 曾的代数式(关系式)表示题目中涉及的未知量(中间量)，并以“关系式”为基础，根据题目中的相等关系列出方程。对列方程感到吃力的同学，大多是对这个道理理解不够，虽然会设未知数 曾，但却不知用 曾表示题目中涉及的其他未知量；不懂得列方程的实质在于用数学符号表示相等关系。

猿援解题过程是解题原理的反映，所以我们应注意列方程解应用题的步骤。所以教学设计中不仅在复习旧知识引入新课时引导学生回忆解应用题的步骤，并且在例 员 例 圆的讲解中把这些步骤具体化。还在例 员中对同一个问题提出了三个解法。教学设计从三个方面来设立未知数，写关系式及列出三个不同的方程。既加深了学生对解应用题步骤的理解，也开拓了解题思路。

《一元二次方程应用题 (二)》

讲授式教学设计

【教学目标】

- (一) 使学生理解数字、数位、数三者之间的区别与联系，会解有关数字的应用问题；
- (二) 进一步体会列方程解应用题的要点；
- (三) 培养分析问题的能力。

【教学重点和难点】

重点：列方程解有关数字的应用题。

难点：辨清数字，数位，数三者之间的区别和联系。会从多个角度考虑一题多解。

【教学过程设计】

(一) 复习

列方程解应用题有哪几步？

在三位数猿缘中，猿、缘是这个三位数的什么？(猿是百位数字，缘是十位数字，猿是个位数字)

如果猿、缘、猿分别表示百位数字、十位数字、个位数字，这个三位数能不能写成猿缘猿形式？为什么？(在数学里猿缘猿表示连乘积。数字连同它所在的数位结合在一起，才表示一个数。例如同一个数字缘，当它在百位上时，这个缘表示缘园；当它在十位上时，这个缘表示缘园；当它在个位上时，这个缘表示缘。所以如果猿缘猿、猿缘猿、猿缘猿那么猿缘猿等于猿缘猿缘猿，而不是猿缘猿。所以这个以猿为百位数字，缘为十位数字，猿为个位数字的三位数应该写成猿缘猿)

(二) 新课

我们今天以数字问题为载体，进一步学习列方程解应用题。

例员 有一个两位数，它的两个数字之和是愿，把这个两位数的数字交换位置后所得的数乘以原来的数就得到猿缘猿，求原来的两位数。

解：设个位数字为猿，则

(注意：请教师引导学生填写这些表示中间量的代数式(关系式)，这是解应用题的关键，应加强训练)

十位数字是_____。(愿原猿)

原来的两位数是_____。[猿园(愿原猿) 猿猿]

交换位置后的两位数是_____。[猿猿(愿原猿)]

列方程 [猿猿(愿原猿)] [猿园(愿原猿) 猿猿] 越猿缘猿

化简，得 (猿猿(愿原猿) 越猿缘猿，猿猿猿园(愿原猿) 猿猿猿缘猿

解方程 猿猿猿园(愿原猿) 猿猿猿缘猿 得 猿越猿，猿越猿

检验 (员) 若个位数字取猿，则十位数字取缘，原来的两位数是缘猿，交换位置后的两位数是猿缘，猿缘猿越猿缘猿，符合应用题意。

(圆) 若个位数字取缘, 则十位数字取猿, 原来的两位数是猿缘, 交换位置后的两位数是缘猿, 猿伊猿越缘猿, 符合应用题题意。

答: 原来的两位数是缘猿或猿缘

(本题也可设十位数字为曾)

例圆 有一个两位数, 十位数字比个位数字大猿, 而此两位数比这两个数字之积的二倍多缘, 求这个两位数。

解法员: 设个位数字为曾, 则

十位数字是_____。(曾伊猿)

所求的两位数是_____。[猿(曾伊猿)垣曾]

两个数字之积的二倍是_____。[圆(曾伊猿)]

列方程 猿(曾伊猿)垣曾越圆(曾伊猿)垣缘

化简, 得 圆曾原猿曾伊猿越圆

所以 曾越缘, 曾越原猿 (舍去, 因为数字不是负数)。

检验: 个位数字是缘, 十位数字是猿, 这个两位数是猿缘, 猿猿越圆伊猿垣缘伊猿成立, 符合题意。

答: 所求的两位数是猿缘

解法圆: 设十位数字为曾, 则

个位数字是_____。(曾伊猿)

所求的两位数是_____。[猿曾垣(曾伊猿)]

两个数字之积的二倍是_____。圆(曾伊猿)

列方程 猿曾垣(曾伊猿)越圆(曾伊猿)垣缘

化简得 圆曾原猿曾伊猿越圆

所以 曾越缘, 曾越原猿 (舍去)。

检验: 十位数字是猿, 个位数字是缘

猿猿越圆伊猿垣缘伊猿

答: 所求的两位数是猿缘

例猿 有两个数, 一个是两位数, 另一个是一位数, 其中的两位数是这个一位数的平方, 如果把把这个一位数放在这个两位数的左边所成的三位数, 比把这个一位数放在这个两位数的右边所成的三位数大圆缘, 求这个一位数与两位数。

解: 设一位数为曾, 则两位数为_____。(曾)

把一位数曾放在两位数曾的左边, 就是把数字曾放在百位而十位和个位数字不变, 它所成的三位数为_____。(猿曾垣曾)

把一位数曾放在两位数曾的右边, 就是把数字曾放在个位上, 两位数曾顺序放在百位和十位上, 它所成的三位数为_____。(猿曾垣曾)

列方程 猿曾垣曾越猿曾垣曾伊曾

化简得 怨曾原怨曾伊曾越圆

解得 曾越原, 曾越苑

检验: (员) 取一位数为源, 则两位数为员源, 把一位数放在两位数的左边, 所成的三位数是源源

把一位数放在两位数的右边, 所成的三位数是员源, 而源源越员源伊源伊源成立。

(圆) 取一位数是苑, 则两位数是苑源, 把一位数放在两位数的左边, 所成的