

目 录

数学课业学习是模型学习	(员)
数学课业学习是数学语言的学习	(圆)
有意义内化数学学习	(猿)
数学接受学习	(缘)
数学发现学习	(苑)
数学学习的抽象性和逻辑性	(愿)
数学学习能力的涵义和类型	(怨)
数学学习能力的培养意义	(员园)
数学基本能力概述	(员员)
数学运算能力的培养和训练	(员圆)
数学逻辑思维能力的培养	(员圆)
空间想象能力的培养和训练	(员圆)
客观命题的题型	(员圆)
充分利用客观性题型的条件	(员圆)
口答客观题训练及其数学思想方法	(员圆)
数学客观题的求解与中学生模糊思维的培养	(猿)
综合题的类型、编拟和解题策略	(猿)
初中数学综合题的类型	(猿)
解数学综合题的两种不同策略	(源)
解数学综合题的综合法	(源)
中考综合题的解题策略	(源)
高考解几综合题的解题技巧	(源)
点列图形综合问题的解法	(缘)
开放题的功能	(缘)
开放型问题的类型及其解法	(缘)

开放型问题的解法教学	(25)
竞赛题的解题思路	(25)
数学竞赛中操作变换问题的解题策略(一)	(25)
数学竞赛中操作变换问题的解题策略(二)	(25)
数学竞赛题中的图论方法	(25)
带“.....”竞赛题的解法十种	(25)
含指数式竞赛题的解法技巧九则	(25)
数学竞赛中解方程(组)的常用技巧九则	(25)
利用奇偶数性质解竞赛题	(25)
数学竞赛命题失误的类型(一)	(25)
数学竞赛命题失误的类型(二)	(25)
存在性命题的解证方法(一).....	(25)
存在性命题的解证方法(二).....	(25)
存在性命题的解证方法(三).....	(25)
存在性命题的解证方法(四).....	(25)
存在性命题的解证方法(五).....	(25)

中学数学考试当用题型与解题技巧训练(一)

数学课业学习是模型学习

数学的研究对象是客观世界的纯关系、形式和结构,它毫无任何物质性和能量特征,是完全脱离了事物的物质内容的高度抽象物,即数学模型。因此,很自然地,数学学习的直接对象应当而且必须是数学模型。

中学数学就是一个为当代青少年基础教育服务的,具有基础性、综合性和发展性等诸多特点的较为复杂的数学模型,它是由经过精选和教法方面加工的若干相互关联的子模型构成的。每个子模型又由若干相互关联的模型块构成。这样形成的中学数学知识系统,具有确定的结构,可以发挥良好的教育功能,对中学生来说,有很高的学习价值。

因此也可以说,中学生数学学习的过程也就是在他们原有的认识结构的基础上建构数学模型的过程。必须循序渐进,要从小的简单的数学模型学起,如每个数学概念、表达式、公式、函数、方程式、不等式、几何图形和定理,都是较小的数学模型。然后逐步掌握较大的数学模型。大的模型并不是一些小的模型的简单凑合和堆砌,而是一种整合。在中学数学中,若干小模型总是被整合到一个更大更复杂的模型中,在小模型之间增加了更多的关系和联系,使得这些小模型比原来更充实和完善。例如,方程、不等式与函数的关联,就是一个极富有说服力的例子。

数学学习是数学模型的学习,意味着学习者要不断地对已掌握的数学模型进行建构,这些数学模型只是暂时地不变动。否则,知识就不确定,学习就无法进行。然而这里强调建构表明,不论是原结构还是新结构都不会和初学时保持一样,它们是不断地变化和发展的,不断地变得更加充实和完善。因此,数学学习者不能只谋求知识总量的增加,还要追求知识的质的变化。这就要求学习者在学习过程中不断地加强理解与沟通,扎扎实实,循序渐进。

因此,数学学习的对象首先应当是数学基础知识、基本理论。显然该特征对中学数学具有重要的指导作用。正如我们所看到的,如今的数学教育有许多值得强调的东西,比如,我们有时强调理论联系实际,有时强调问题解决,有时强调智能发展,有时强调素质培养等等。但是这些方面在数学学习中显然都不能脱离开数学基础知识、基本理论的掌握来实现。

数学课业学习是数学语言的学习

数学学习活动基本上是数学思维活动,而数学语言是数学思维的工具,所以掌握数学语言是顺利地、有成效地进行数学学习活动的重要基础之一。学习者应当把数学语言的掌握同数学知识的学习紧密地结合起来,将其视为数学学习的重要组成部分。

学习者应当从语义和语法两方面去学习数学语言,既要明确符号的意义,又要掌握使用它的方法和规则。还要在书面上、口头上学会运用有关的数学语言,经常注意运用它表述、阐释和回答数学问题,并正确运用它认真完成数学作业。

对于中小学学生而言,学习数学语言、学习数学的形式化,应当是适度的、渐近的。中学阶段数学语言的学习应当是形式化与非形式化的有机结合。

有意义内化数学学习

学生在课堂里所学到的书面知识,是由语言文字或其它符号表示的。学生的学习任务实际上是双重的,既要掌握一整套符号体系,又要掌握符号所代表的实际内容。如果学生把这两方面的任务都完成了,这就是有意义的学习;如学生只记住符号本身,而不了解或不完全了解符号所代表的实际内容,那就是机械的学习。

数学非常尊重逻辑并运用逻辑来组织,使得数学高度严谨,有很强的系统性。此外,在一个数学知识系统中,各知识点、块之间有着确定的内在实质性关联。这些特点决定了数学学习应当而且必须是注重知识内在关联的系统化的学习。这恰好与进行有意义学习所必须的外部条件相符合。数学有意义学习可以是接受学习也可以是发现学习,不论进行何种有意义学习,都需要学习者具有有意义学习的心向,积极主动地思考,在知识的实质性关联中加深理解,把握知识的来龙去脉,只有这样,学习者才能形成良好的数学认识结构。

有意义内化的心理过程:

数学理论的有意义内化要经历两个阶段。第一阶段,学生首先意识到数学理论的内容,即数学理论在认知结构中进行“登记”,然后开始考虑它的逻辑依据,这样新理论与原有的有关内容就开始发生联系,最后要寻求得到这一理论的思维过程,这意味着,新理论要转化为个人参照系,使得与本人的数学认知结构趋于和谐。第二阶段乃是数学理论的应用和保持,即在不同具体情景中应用数学理论,获得反馈信息,以加深对它的理解。在理解了抽象的意义之后,把它“转移”到自己熟悉的、联系密切的、浅显直观的事物中去,即由抽象到直观(这种直观是数学的抽象直观)。正是通过这一阶段,才能实现数学理论抽象意义的直觉性保持。与有意义内化相对的是数学理论的机械内化,即新理论与认知结构的原有理论建立起一种任意的、逐字逐句的联想。

在意内化学习应该具备两个先决条件:

一是学习材料本身必须具有潜在的意义。“潜在的意义”是相对具体学习者而言的。比如“心理学”这个词,对我们来说,是有意义的,但对学龄前儿童来说,却是无意义的。也就是说,任何有意义的学习材料,如果学习者不具备理解它的生理或心理条件,那它对这个学习者而言,仍然是一个无意义的东西。从这个意义上讲,任何学习材料所具有的意义,都是潜在的,只有被学习者所真正理解,才能转换为现实的意义。

二是学习者必须具备进行意义学习的心理意向。也就是说,学习者进行有意义学习时,必须有一种积极主动地思维状态,积极努力地把新知识同自己的原认知结构融为一体。

对教材进行有意义的学习,应该注意以下几点:

首先要注意分析寻找新知识与学生原有知识基础的联系点

前面说过,任何学习材料都具有“潜在意义”,只有当具备能够理解它的条件时,才具有实质性的意义。如果不具备这个条件,那么就要变成机械的学习。这个条件就是学生能否把新知识同自己的原有知识基础联系起来,寻找这种联系点

或联系办法。例如幼儿学乘法口诀,如果不只是使幼儿记住“三七二十一”这个口诀,而是摆三堆水果糖,每一堆都是 7 个,再告诉他这三堆水果糖加起来一共有 21 个,这就是“三七二十一”。那他对“三七二十一”的学习就可能是有意义的学习了。

圆要重视对教材整体关系的了解和掌握

教材的编排是以“课”为单位组成“单元”的,又以“单元”为单位组成全册教材的。课与课之间,单元与单元之间存在着种种知识联系。不清楚各课和各单元之间的联系究竟在什么地方,每学一种新知识,就不容易找到与旧知识的联系点,势必加强了机械的学习倾向。因此,要注意弄清楚每一课之间的内在联系,能真正把前课作为后课的基础,新旧知识能充分地衔接起来,这样才能促进有意义的学习,提高学习和记忆效果。

猿要调动进行有意义学习的心理意向

有没有进行有意义学习的心理意向,是促进有意义的学习防止机械的学习的关键因素之一。事实上,确有很多学生并不是没有能力掌握知识,而是不善于思考,只想逐字逐句地记住它能应付考试就行了。

数学接受学习

谈数学接受学习的概念

根据奥苏伯尔的观点,一般认为,接受学习的特点是:要学习的全部内容是以定论形式呈现给学习者的。这种学习任务不涉及学习者方面的任何独立的发现,只需要他们将材料如一首诗或一条公理那样加以内化,以便日后的某个时刻可以再现并运用。

(旁)这里所说的“内容”:按一般的理解,所谓“内容”,是指现成的结论性知识。例如,一个概念的定义,一个定理的文字叙述,一个方法的程序等。这种理解对于数学学习来说是不全面的。事实上,在课堂教学中,对学生而言,数学知识内容具有两方面的含义:

①结论性的数学知识(称之为数学理论)——概念的定义、定理的文字叙述和逻辑证明的文字表达、方法规则的程序等;

②围绕着数学理论而进行的一切数学活动(称之为数学活动)。在接受学习中,数学理论总是通过一定的数学活动而呈现在课堂上,这种活动对教师来说未必是客观的,但对学生来说,就完全是客观的知识性的东西了,而且也是学生应当接受的。

(圆)“定论形式”:对于数学理论来说,如何理解“定论”形式呢?比如,对于定理“三角形内角和等于 180° ”,所谓以定论形式呈现给学习者,是不是意味着,直接把这个定理告诉学生就完事了呢?

在数学接受学习中,所谓把数学理论以定论形式呈现给学生,意味着从总体上说,数学理论不是以学生自己的发现为主要方式而获得的。但“呈现”绝不仅仅是孤立地呈现“结论”。数学理论必然处于一定的系统中,呈现就是要把数学理论连同它的来龙去脉呈现出来。

在呈现数学理论的同时,呈现者的行为本身就构成了一种数学活动,这便是数学活动的呈现。

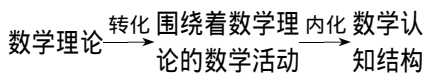
(猿)“不涉及学习者方面的任何独立的发现”:这里的发现是指一种活动,因而就有内外之分,即内部发现活动与外部发现活动。在数学接受学习中,所谓“不涉及学习者方面任何独立的发现”,实际上是指不涉及学生方面的外部发现活动。事实上,在接受学习中,学生不是外部活动的主体,但这并不意味着学生的内部活动也不存在任何发现过程。实际上,第一,学生在接受学习过程中,内部的思维活动可能是紧随着呈现者的外部活动而进行的,因而就有可能有发现的过程;第二,学生在有意义的接受学习中,其内化过程必然要经历一个自我发现的过程。

(源)“内化”:一般认为:“所谓内化,就是新旧学习材料的内容有机地结合。”(邵瑞珍等编著的《教育心理学——学与教的原理》)。所谓“有机”,是指事物构成的各部分互相关联协调,而具有不可分的统一性,就像一个生物体那样。既然这里用了有机,那就意味着建立起非人为的实质性联系。如果是这样,那接受学习必定是有意义的。因此,把接受学习划分成机械的和有意义的就没有什么意义了。因此,可以说,内化就是一种过渡(转化),通过这种过渡,新旧材料在认知

结构中建立起某种联系,并得以贮存下来。这样,内化才有机械和有意义之分。

圆数学接受学习的心理过程

在接受学习中,数学理论首先被转化成一定的数学活动而呈现出来,比如由教师讲解或者由课本书面描述等。学生把这些呈现的内容加以内化。



有意义接受学习的条件是:

(员)数学理论有潜在意义,即数学理论本身具有逻辑意义,并且学习者认知结构中又具备适当的知识基础。

(圆)学生具备有意义学习的心向,即学生有积极主动地把新材料与认知结构中原有的适当内容加以联系的倾向性。

(猿)内化过程是有意义的。接受学习中,数学理论和数学技能的有意义内化仅仅限于有意义内化的第一阶段。

数学发现学习

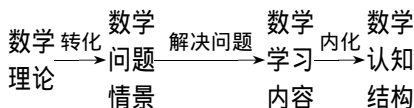
发现学习的概念

发现学习从提出至今已有很长的历史了,其中经历了蓬勃发展的时期,虽有不少心理学工作者对它作了广泛、深入的研究,又有很多学校在实际课堂教学中加以运用和推广。但是究竟什么是发现学习,却向来歧义纷呈,连发现法的倡导者布鲁纳本人所下的定义也几度变迁,而且他所指出的发现学习的内涵也不够清楚。布鲁纳曾列述了发现学习的若干特征,但其中有些特征其实是发现学习和接受学习两种方式所共有的。

现在一般认为,发现学习的主要特点是不把学习的主要内容提供给学习者,而是由学习者独立发现,然后内化。换言之,在发现学习中,学习者的优先任务是有所发现。

数学发现学习的心理过程

发现学习的心理过程是一个极为复杂的过程,在课堂学习中,学习内容首先被转化为一种问题情景,然后学生通过解决问题而获得学习内容,并加以内化。



有意义发现学习的条件是:

(一)问题具有潜在意义,即数学认知结构中的理论知识对解决的问题是充分的。

(二)学生具有有意义学习的心向。

(三)解决问题的过程是有意义的。由于解决问题的心理过程是很复杂的,因此,如何确定解决问题的过程是有意义的,这是一个尚待解决的问题。但是,可以肯定地说,并非一切解决问题的过程都是有意义的。例如,在许多情况下,学生对解决问题过程中所涉及的概念法则和定理没有理解,只要记住问题的类型就可以完成这一过程。难怪许多学生对一些涉及基础知识的题解决不了,但对有些难题却解得很顺手。这和在物理学中可以不懂有关概念和原理只要按照操作程序进行操作,同样可以解决某些高难问题一样。总之,要使解决问题的过程成为有意义的,首先必须建立在真正理解概念、原理、原则的基础上,必须使构成操作的各部分成为有意义的。

(四)内化过程是有意义的。在发现学习中,有意义内化包括两个方面:

①对发现学习中所涉及的所有已知的数学理论、技能和活动经验的继续内化。

②对在发现学习过程中得到的新的数学理论、技能和数学活动经验的有意义内化。这一内化过程与接受学习中的有意义内化类似。

应当指出,在发现学习中,部分内容的内化过程是伴随着发现的进行而进行的,并非一切内容都是等到发现完成以后再内化。

数学学习的抽象性和逻辑性

抽象性是任何一门科学均具有的共性。然而 数学的抽象和其他自然科学不一样 在数学的抽象中 仅仅保留了对对象的量的特征 而完全舍弃了它们的质的内容。而且其抽象程度远远超过了自然科学中的一般抽象。例如对于自然数的认识：

员圆猿... 员圆猿员圆猿... 员圆猿员圆猿员圆猿... 无限制地继续下去时 相应的数距我们越来越远 很远很远的大数是决不可能由真实事物中直接抽象出来的 而只能依靠人的想象。这种想象的数 实际上是人的思维的产物 把它看成是一种“理想元素”。类似地直线的无限性 极限 有理数的稠密性 实数的连续性等概念 也都是理想思维的结果 不可能直接为人们所感知。

然而 实践是检验真理的标准。随着科学的发展和人们认识的深入 到了 愿世纪 高斯给出了复数(虚数)的几何表示 帮助人们直观地理解了它的真实意义 随后又在流体力学中得到了应用。在数学和其他科学中复数日益起着不可估量的作用 在 愿世纪中叶以后遂发展成一个庞大的数学分支——复变函数论。由此可见 理想元素对数学及科学实践所起的积极作用。一般说来 随着数学的发展 理想元素在数学中占据着越来越重要的位置。正如数学史学家 酝 克莱因所指出 员圆世纪以后 越来越多的、更远离自然界的 从人的脑子中源源不断地涌出的概念 进入了数学 它们逐渐取代了那些“直接观念性”的概念 并在数学中占据了主导地位。列宁曾指出 幻想是极其可贵的品质 有人认为 只有诗人才需要幻想 这是没有理由的 这是愚蠢的偏见！在数学上也需要幻想 没有它就不可能发明微积分。

由于数学研究对象的抽象性 就决定了数学学习的抽象思维特征 这种抽象性 当尚未熟悉它的思维方法时 似乎感到很难把握 甚至产生畏惧的心理 其实并非如此。入门并不难 把握这种思维特征也是可以办到的 只要我们通过初等数学、高等数学课程的认真学习 仔细体会它的概念和论证方法的抽象特征 自觉学习、运用这种思维方法来分析问题 经过一段时间的训练 便可逐步培养起这种抽象思维能力。

借助于逻辑学的帮助而建立起来的数学体系 具有一个突出的特点 就是它在逻辑上的严密性。无论是在高等数学还是初等数学中 严密性都是至关重要的。虽然严密性是相对而言的 它随着科学及数学的发展在变化着。过去被大数学家认为是严密的证明 今天却因其不完美而被抛弃的情形也屡见不鲜。然而 严密性的要求毕竟在始终不断推进着数学研究的向前发展 它使数学(特别是在数学基础方面)在实质上 and 面貌上发生了很大的变化。基于这种意义 可以认为 现今以一组不证明的命题、一组不定义的术语为基础的公理数学 才是最严格最广泛最抽象的科学体系。

今天 我们在大学或中学中学习数学 虽然没有必要过分强调演绎论证的训练 但必要的逻辑推理训练是不可少的 因为它是创造性数学思维中不可少的工具。

数学学习能力的涵义和类型

能力是保证人们进行实际活动的较为稳固的心理特征的综合,它是与活动要求相适应,保证活动顺利进行的基本条件。一个人有了某种能力,就具有了某种活动的能量,在与之相适应的活动中就处于主动地位,就能顺利地完成某种活动。能力是与活动紧密联系的,能力体现在活动中,并只有在活动中能力才能得到培养和发展,离开了活动就无法对之考察和测定,离开了活动就难以进行能力的培养。

能力可分为两类,一类是一般能力,它是在各种活动中表现出来的基本能力。例如,观察能力、思维能力、记忆能力、想象能力、注意能力、探究能力、动手能力等,它们是保证各项活动能顺利完成的心理条件。另一类是特殊能力,它是在某种专业活动中表现出来的能力。数学学习能力就是一种特殊能力,它是与数学学习活动相适应的,保证数学学习活动顺利完成的心理条件。一般能力与特殊能力是相互联系、互相影响的,前者是后者发展的基础,后者又能促进前者的发展。

数学学习能力是在各人的素质(即先天“禀赋”)基础上,通过数学学习活动形成起来的,因而它必然要和数学知识、技能的掌握包括数学问题的解决相密切联系。

无知必然无能,数学知识是发展数学能力所必需具备的条件。由于数学学习能力的发展是在掌握和运用数学知识、技能的过程中形成的,而数学学习能力总是以数学知识、技能为中介的,这是因为数学知识是长期数学经验的总结和概括,我们在学习数学过程中不断地掌握这些已有的数学经验,使之转化为主观世界的东西,并在完成数学学习活动中发生作用。总之,数学知识的获得、数学技能的掌握正是数学学习获得的主干,脱离了数学知识的学习和技能的训练,数学学习能力是得不到发展的。

数学学习应培养哪些数学学习能力较为恰当呢?这既要从我国中小学生的培养目标出发,又要根据数学学科本身的特点来考虑。

数学学习能力究竟由哪些成分组成?它的结构如何?对于这些问题国内外的数学家、教育心理学家和数学教育工作者都给予极大的关注,发表了许多有益的见解,但至今尚无统一的看法。学者们正在从不同的角度继续进行深入的探讨。

在我国现行中小学教学大纲中明确提出数学的三种基本能力:运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力。这三种能力是我国著名数学家华罗庚和关肇直于1956年提出来的。此后,国内数学教育工作者虽然提出过几十种数学能力的名称,但迄今为止,我国数学教育界一般仍将这三种能力看成是数学能力(对中小学生学习来说就是数学学习能力)的基本成分。

数学学习能力的培养意义

学习者获得数学知识、掌握数学技能、发展数学能力以及养成良好的数学心理品质都是在不断的数学学习过程中逐步完成的。本世纪最伟大的数学教育思想家乔治·波利亚认为,任何学问都包括知识和能力这两个方面,对于数学学习能力比起仅仅具有一些知识来说要重要得多。因此,学习数学的目的应该是发展学习者本身的内蕴能力,而不仅仅是学习知识。

数学学习能力的培养不仅是数学学习的必要组成部分,而且也是学习者这种特殊能力发展必然要求;不仅是进一步学习数学的必然要求,而且也是进一步学习其它学科和深入研究科学的必备素质,同时也是基础教育阶段数学学习的主要目的。

数学基本能力概述

所谓能力,是指人们顺利完成某种活动的一种必需的个性心理特征。数学基本能力是顺利完成数学活动的个性心理特征。这个定义包含了这样的几个意思:其一,数学能力必须与数学活动(包括数学学习活动)密切联系在一起,它只有在数学活动中表现出来,通过数学活动才能培养数学能力;对于中小學生来说主要是通过数学学习活动来培养数学能力。其二,数学能力是一种个性心理特征,因人而异,但它是完成数学活动时所必需具备的心理特征。其三,数学活动因有层次之分,所以数学能力也有水平高低之别。按照我国数学教育界传统的看法,数学的基本能力大致包括:数学运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力。数学的这三种能力的发展是学习数学的最终目标。下面就谈谈这三个方面能力的培养和训练。

数学运算能力的培养和训练

数学运算通常是指数值计算和数式变换这两个方面而言的。在中小学教材里运算的对象有数、式、方程、不等式、函数的运算,也有集合、对应、变换、向量、命题等运算。整个运算的对象由简单到复杂,由具体到抽象,一步一步地向前发展。从运算的级次来看,由加、减、乘、除、乘方、开方等代数运算,发展到指数、对数、三角、反三角等超越运算;由有限运算发展到极限、微分、积分等无限运算。

由此可见,数学运算能力,一是指对具体数字进行运算的能力;二是对于数式进行变换的能力。以其实质而言,就是运用数学概念、公式、法则及运算律进行推理的过程。

由于运算过程中要涉及观察、分析、概括等感知、思维诸因素,因此,运算能力对于智力的发展有直接的影响。

运算能力的强弱,主要表现在运算的正确与否和速度快慢上。其中正确又是迅速的前提,如果是错误的运算,再快也没有实际意义。按照题目的特点进行灵活的运算,不仅可以使运算迅速,而且能提高数学思维品质。因此,培养数学运算能力应着重培养运算的正确性和运算的迅速性。

员掌握运算依据,培养运算的正确性

(员理解和掌握有关运算所需要的概念、性质、公式和法则。数学理论是数学运算的基础,只有切实掌握有关知识,才能使运算明确方向、开拓思路,为运算提供依据,这是正确进行运算的前提。从下面一些例子可看出其重要性

例如,求函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 的极小值。

错解: $f(x) = x^2 - 2x + 1 > 0$

$$x^2 - 2x + 1 > 0$$

亦即: 源

因此函数 $f(x)$ 的极小值是 源

此解法的致错原因在于,这些同学认为只要 $x \geq 1$ (常数),那么 $f(x)$ 便是 x 的极小值,却忽视了使 $x \geq 1$ 的 x 是否存在,从本质上说,这是由于极值概念模糊所造成的。因此教师应引导学生首先搞清“极值”这个重要概念,再深入地分析错误所在:

当且仅当

$$x \geq 1 \text{ 时, } x^2 - 2x + 1 > 0 \text{ 取等号。}$$

此时 $x = 1$ 依 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ (噪: 在);

当且仅当

$$x \geq 1 \text{ 时, } x^2 - 2x + 1 > 0 \text{ 取等号。}$$

此时 $x = 1$ 依 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ (噪: 在)。

显然,使两个不等式同时取等号的 α 的值不存在,也即函数值等于 α 的 x 不存在,因此 α 不是函数的极小值。

(圆)运算要做到步步有据,理由充分。实际上运算是逻辑推理,运算过程是应用三段论法的过程,只是三段论法的省略形式而已。提高学生的运算能力,重要的是要提高其推理能力,在教学时既要使学生了解“怎样运算”,而且要明确“为什么要这样运算”,这样就能保证运算的正确性。

例如,学生好把解方程的做法照搬到解不等式来,以致在解不等式时,出现 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 亦 $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ 。如果养成“步步有据”的良好习惯,便会问:由 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 求得 $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ 是由两边乘以 $\frac{1}{bd}$ 而得来的,这样做能保持和原不等式同解吗?其依据何在呢?这样做对于确保运算的正确性是非常重要的。

(猿)在运算时要细致观察、深入分析。通常,我们在运算时常处于一种急于求成的心理状态,因草率而失误,为了提高运算的准确程度,我们必须明白“准在先”“快在后”,懂得慢中求快的辩证道理,在拿到题目时,首先要细致观察,领会题意,全面理解题目要求,分析题目特点,然后确定运算方向,有目的地进行运算,才能有条不紊,正确无误,且少走弯路,而做到“形慢实快”。

圆掌握运算方法,熟练运算技能,培养运算的迅速性

(员)注意运算的多解性和合理性。从某种意义上来说,运算能力的培养实际上是对合理进行运算的能力的培养。因为合理进行运算即是正确的运算而又是迅速的运算。实质上合理运算是选择一种好的方法进行运算。这要求学生具有相当的知识基础,并在敏锐的观察力以及良好分析能力的基础上所形成的一种运算概括能力。可以通过“一题多解”,从多种解法去分析、比较,来培养这种选择性的运算概括能力。

从认知角度来看,运算的多解性是感生阶段,而合理运算则是运算的理性阶段。由多解性通过分析、比较来培养学生运算概括能力,从而进入合理性的阶段,这是一个由量变到质变的过程。

(圆)明确运算的层次性和顺序性。

①数学运算具有层次性这个特点,从运算内容上体现得十分清楚。运算能力的发展也总是从低级到高级,从简单到复杂,有层次地发展起来的。简单、低级的运算没有过关,功夫不扎实,要发展到复杂的、较高级的运算是很困难的。要求学生在运算上一步一个脚印地扎扎实实地走,切不可轻视那些简单的、低级的运算。

②数学运算是有序性的,没有掌握运算程序,是不能合理完成运算的。

一般而言,每一种基本运算,都是具有程序性的,即第一步做什么,第二步又做什么,第三步再做什么,有一定的规律可循。

例如,求任意角的三角函数值是按照



的程序进行的。

因多项变换；

猿互逆变换 例如 $\frac{葬原葬}{葬垣葬} \cdot \frac{葬垣葬}{葬原葬} = 1$ 葬越葬·葬

源分解变换 例如 $\frac{员}{灶垣灶} = \frac{员}{灶} - \frac{员}{灶}$ 越灶^原灶^员·

缘配方变换 例如 $\frac{曾垣曾}{曾垣曾} = \frac{曾垣曾}{曾垣曾}$

透形态变换 例如 葬越葬^原葬^员·

月掌握运算顺序通则：

员先高级后低级；

圆先内层后外层；

猿先局部后整体；

源先化简后代值。

悦掌握近似计算法则。

阅掌握运算的基本思路 如求解多元问题的基本思路是“减元”，求解高次问题的基本思路是“降次”，求解多项问题的基本思路是“消项”等。

②熟晓一些口算、心算及速算的方法。

③要熟记一些常用数据。

④养成验算的习惯。