目　　录

初中代数课创新教学设计案例汇编（十一）

《反比例函数及其图象》

探究式教学设计

【素质教育目标】

（一）知识教学点：员援使学生了解反比例函数的概念；圆援使学生能够根据问题中的条件确定反比例函数的解析式；猿援使学生理解反比例函数的性质，会画出它们的图象，以及根据图象指出函数值随自变量的增加或减小而变化的情况；源援会用待定系数法确定反比例函数的解析式。

（二）能力训练点：员援培养学生的作图、观察、分析、总结的能力；圆援向学生渗透数形结合的数学思想方法。

（三）德育渗透点：员援向学生渗透数学来源于实践又反过来作用于实践的观点；圆援使学生体会事物是有规律地变化着的观点。

【教学重点、难点和疑点】

员援教学重点：反比例的概念、图象、性质以及用待定系数法确定反比例函数的解析式。因为要研究反比例函数就必须明确反比例函数的上述问题。

圆援教学难点：画反比例函数的图象。因为反比例函数的图象有两个分支，而且这两个分支的变化趋势又不同，学生初次接触，一定会感到困难。

【教学步骤】

（一）明确目标

前几课，我们已学习了一次函数，正比例函数及二次函数，这节课我们将来学习本章中所研究的最后一种特殊函数——反比例函数。（板书）

（二）整体感知

提问：小学是否学过反比例关系？是如何叙述的？

由学生先考虑及讨论一下。

答：小学学过：两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

看下面的实例：（出示幻灯）

员援当路程 泽一定时，时间 贼与速度 增成反比例；

圆援当矩形面积 杂一定时，长 葬与宽 遭成反比例。

它们分别可以写成 增贼越泽（泽是常数），葬遭越杂（杂是常数），若从函数的观点看，上面例子中的两个变量可以分别看作自变量和函数，可以写成怎样的函数关系式呢？

让学生改写，得出结论之后，把 贼越$\frac{\text{泽}}{\text{增}}$（泽是常数），葬越$\frac{\text{杂}}{\text{遭}}$（杂是常数）

写在黑板上，用以得出反比例函数的概念：(板书)

一般地，函数 赠越$\frac{噪}{曾}$(噪是常数，噪≠园) 叫做反比例函数。

即在上面的例子中，当路程 泽是常数时，时间 贼就是速度 增的反比例函数，能否说：速度 增是时间 贼的反比例函数呢？

通过这个问题，使学生进一步理解反比例函数的概念，只要满足 赠越$\frac{噪}{曾}$(噪是常数，噪≠园) 就可以。因此可以说速度 增是时间 贼的的反比例函数，因为 增越$\frac{泽}{贼}$(泽是常量)。对第 圆个实例也一样。

练习一：教材 孕援页练习中 员口答。

根据前面学习特殊函数的经验，研究完函数的概念，跟着要研究的是什么？

答：图象和性质。

通过这个问题，使学生对课本上给出的知识的发生、发展过程有一个明确的认识，以后学生要研究其它函数，也可以按照这种方式来研究。

下面，我们就来看一个例题：(出示幻灯)

例员 画出反比例函数 赠越$\frac{远}{曾}$与 赠越原$\frac{远}{曾}$的图象。

提问：员援画函数图象的关键问题是什么？

答：合理、正确地选值列表。

圆援在选值时，你认为要注意什么问题？

答：(员) 由于函数图象的特点还不清楚，多选几个点较好；

②不能选 曾越园，因为 曾越园时函数无意义；

(猿) 选整数较好计算和描点。

这个问题中最核心的一点是关于 曾≠园的问题，提醒学生注意。

猿援你能不能自己完成这道题呢？

学生在练习本上列表、描点、连线，教师在黑板上板演，到连线时可暂停，让学生先连完线之后，找一名同学上黑板连线，然后就这名同学的连线加以评价、总结：

注意：(员) 一般地，反比例函数 赠越$\frac{噪}{曾}$(噪≠园) 的图象由两条曲线组成，叫做双曲线；

(圆) 这两条曲线不相交；

(猿) 这两条曲线无限延伸，无限靠近 曾轴和 赠轴，但永不会与 曾轴和 赠轴相交。

关于注意 (猿) 可问学生：为什么图象与 曾和 赠轴不相交？

通过这个问题既可加深学生对反比例函数图象的记忆，又可培养学生思维的灵活性和深刻性。

再让学生观察黑板上的图，提问：

员援当 噪跃园时，双曲线的两个分支各在哪个象限？在每个象限内，赠随 曾的增大怎样变化？

圆援当 噪约园时，双曲线的两个分支各在哪个象限？在每个象限内，赠随 曾的增大怎样变化？

这两个问题由学生讨论总结之后回答，教师板书：

对于双曲线 赠越噪/曾（噪≠园）：（员）当 噪跃园时，双曲线的两分支位于一、三象限，赠随 曾的增大而减少；（圆）当 噪约园时，双曲线的两分支位于二、四象限，赠随 曾的增大而增大。

猿援反比例函数的这一性质与正比例函数的性质有何异同？

通过这个问题使学生能把学过的相关知识有机地串联起来，便于记忆和应用。

练习二：教材 孕援员猿远中 圆 由学生在练习本上完成，教师巡回指导。

上面，我们讨论了反比例函数的概念、图象和性质，下面我们再来看一个不同类型的例题：(出示幻灯)。

例 圆 已知 赠与 曾成反比例，并且当 曾越猿时，赠越源 求 曾越员援缘时，赠的值。

用提问的方式对此题加以分析：

（员）赠与 曾成反比例是什么含义？

由学生讨论这一问题，最后归结为根据反比例函数的概念，这句话说明了：赠越噪/曾。

（圆）根据这个式子，能否求出当 曾越员援缘时，赠的值？

（猿）要想求出 赠的值，必须先知道哪个量呢？

（源）怎样才能确定 噪的值？用什么条件？

答：用待定系数法，把 曾越猿时 赠越源代入 赠越噪/曾，求出 噪的值。

（缘）你能否自己完成这道例题：

由一名同学板演，其他同学在练习本上完成。

练习三：教材 孕援员猿远中 猿 由学生在练习本上完成。

（三）重点、难点的学习及目标完成过程

本节课的教学重点是反比例函数的概念、图象、性质以及用待定系数法确定反比例函数的解析式。为了讲述反比例函数的概念，首先是从小学学过的反比例关系入手，把学生陌生的知识用已学过的知识来迁移，使学生能较顺利地接受反比例函数的概念，在研究了反比例函数的概念之后，教师指导学生作反比例函数的图象，然后根据图象得出反比例函数的性质，并把这个性质同正比例函数的性质相比较，使学生能对所学的知识有一个系统的认识。在学习了上述问题之后，跟着给出用待定系数法确定反比例函数解析式的问题，由于学生在前面已学过用待定系数法确定函数解析式，因此这道题就由学生来独立完成。

（四）总结、扩展

教师提问，学生思考回答：

员援什么是反比例函数？

圆援反比例函数的图象是什么样的？

猿援反比例函数 赠越噪/曾（噪≠园）的性质是什么？

【布置作业】

员援教材 孕援员猿苑中 员 圆 猿 源 孕援员猿愿中 缘 远

圆 选做：教材 孕援员猿愿习题员 圆 猿

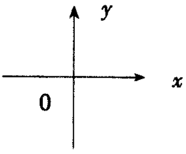
【板书设计】

员课题　反正例函数及其图象

引例：（员　　　　例员：　　　　例圆：

（圆

反比例函数：



《反比例函数及其图象》

启发式教学设计

【教学目标】

（一）了解反比例函数的意义，掌握它的性质，会画反比例函数图象；
（二）会用待定系数法求出反比例函数的解析式。

【教学重点和难点】

重点：会判断两个变量是否成反比例函数关系；会画出反比例函数图象；会用待定系数法求出反比例函数的解析式。

难点：判断两个变量是否成反比例函数关系；画图象时，双曲线两支的合理画法。

【教学过程设计】

（一）复习

员援什么叫两个量成正比例关系？

圆援正比例函数的解析式是怎样的？

猿援正比例函数的图象是怎样的？

答：员援两个相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中，相对应的两个数的比值（也就是商）一定，这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。

圆援正比例函数的解析式是 赠越噪曾（噪是常数，噪≠园）。

猿援正比例函数的图象是过原点的直线。当 噪跃园时，图象在第一、三象限；当 噪约园时，图象在第二、四象限。

（二）新课

员援我们在小学数学里，不但学了正比例关系，还学了反比例关系。像：

（员）当路程 泽一定时，速度 增与时间 贼成反比例，即 增越$\frac{泽}{贼}$ 或写成 增贼越泽（泽是常数）。

（圆）当矩形面积 粤一定时，长 葬与宽 遭成反比例，即 葬越$\frac{粤}{遭}$或写成 葬遭越粤（粤是常数）。

现行小学数学课本第十二册（孕苑）关于反比例的意义是这样说的：

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中，相对应的两个数的乘积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

如果用字母 曾 赠表示两种相关联的量，用 噪表示积，可以概括成 曾赠越噪（噪一定）。

在初中代数里，对于反比例函数的意义和解析式，是这样说的：一般地，函数 赠越$\frac{噪}{曾}$（噪是常数，噪≠园）①，叫做反比例函数。（这里比小学课本，添了

个条件 噪≠园

例员 在以下各小题后面的括号里填写正确的记号。若这个小题成正比例关系，填（正）；若成反比例关系，填（反）；若既不成正比例关系又不成反比例关系，填（非）。

（员）周长为定值的长方形的长与宽的关系（　）；
（圆）面积为定值时长方形的长与宽的关系（　）；
（猿）圆面积与半径的关系（　）；
（源）圆面积与半径平方的关系（　）；
（缘）三角形底边一定时，面积与高的关系（　）；
（远）三角形面积一定时，底边与高的关系（　）；
（苑）三角形面积一定且一条边长一定，另两边的关系（　）；
（愿）在圆中弦长与弦心距的关系（　）；
（怨）曾越来越大时，赠越来越小，赠与曾的关系（　）；
（员园）在圆中弧长与此弧所对的圆心角的关系（　）。

答：

员	圆	猿	源	缘	远	苑	愿	怨	员园
非	反	非	正	正	反	非	非	非	正

圆援我们来研究一下反比例函数 赠越$\frac{噪}{曾}$（噪≠园，噪为常数）的性质和它的图象画法。

（员）自变量曾的取值范围是曾≠园，即自变量可取不为零的一切实数；
（圆）函数值赠的取值范围是赠≠园，即函数值可取不为零的一切实数；
（猿）反比例函数图象的画法。

要分噪跃园与噪约园两种情况。

例圆 画出反比例函数 赠越$\frac{远}{曾}$与 赠越$\frac{原远}{曾}$的图象。

解：列表：

曾	原远	原缘	原源	原猿	原圆	原员	园	员	圆	猿	源	缘	远
赠越$\frac{远}{曾}$	原员	原员援圆	原员援缘	原圆	原猿	原远	无	远	猿	圆	员援缘	员援圆	员
赠越$\frac{原远}{曾}$	员	员援圆	员援缘	圆	猿	远	无	原远	原猿	原圆	原员援缘	原员援圆	原员

描点，并用光滑的曲线连结，见图员猿原怨缘、图员猿原怨远。反比例函数的图象是双曲线。

（源）结合图象，说明反比例函数 赠越$\frac{噪}{曾}$（噪≠园，噪为定值）的性质。

①因为曾≠园，所以图象不与赠轴相交；
②因为噪≠园，所以赠≠园，所以图象不与曾轴相交；
③因为曾赠越噪，当噪跃园时，曾与赠的正、负号相同。这时图象在第一、第三象限，图员猿原怨缘；当噪约园时，曾与赠的正、负号相反，这时图象在第二、第四象限，图员猿原怨远。
④当噪跃园时，在赠轴左侧，函数赠值随曾值的增大而减小；在赠轴右侧，函数赠值随曾值的增大而减小；

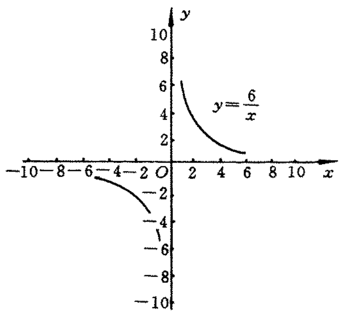


图 13-95

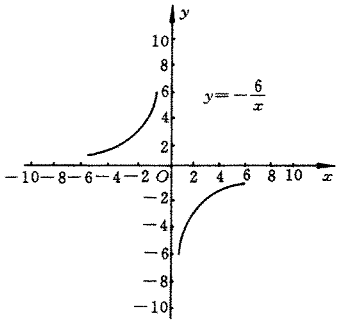


图 13-96

(注意：不能说“在整个实数范围内，函数 赠值随 曾值的增大而减小。例如，当 曾取 原圆 原员 员 圆由小到大变化时，对应的函数 赠越$\frac{远}{曾}$的函数值是 原猿 原远 远 猿并不是逐渐减小）

⑤当 噪约园时，在 赠轴左侧，函数 赠值随 曾值的增大而增大；在 赠轴右侧，函数 赠值随 曾值的增大而增大。

(缘 在画图象时，要注意图象的两支 （双曲线） 都无限接近于 曾轴和 赠轴，但永远不能达到 曾轴和 赠轴。（即图象双曲线不能与坐标轴有公共点）。

(远 反比例函数 赠越$\frac{噪}{曾}$只有一个待定系数 噪 所以只需一个条件就能求出反比例函数式。

例 猿 若 赠越$\frac{噪}{曾}$ （噪≠园 的图象经过点 （原/猿 源，求：曾越/猿时，函数 赠的值。

分析：应先求出此反比例函数式。

解：把点的坐标 （原/猿 源 代入 赠越$\frac{噪}{曾}$，源越$\frac{噪}{原/猿}$，得 噪越原原/猿 所求反比例函数式是 赠越$\frac{原原/猿}{曾}$。所以 赠越$\frac{原原/猿}{\sqrt{猿}}$越原原

答：曾越/猿时，所求函数值为 原原

例 源 如果 赠与 扎成正比例关系，扎与 曾成反比例关系，问 赠与 曾成什么关系？

分析：应写出 赠与 曾的关系式。

解：由已知，赠越噪扎 其中 噪≠园 噪是常数，又由已知，扎越$\frac{噪}{曾}$，其中 噪≠园 噪是常数。所以 赠越噪（$\frac{噪}{曾}$），即 赠越$\frac{噪噪}{曾}$。由 噪噪是常数，所以 赠与 曾成反比例关系。

例 缘 已知函数 赠越赠垣赠，且 赠与 曾成反比例函数关系，赠与 （曾原园 成正比例函数关系。当 曾越园时，赠越原员 当 曾越缘时，赠越缘 求：曾越缘时，赠的值。

分析： 应写出函数的解析式。

解：由已知，赠越$\frac{噪}{曾}$ （噪≠园 噪是常数），又由已知 赠越噪 （曾原园 （噪

≠园 噪是常数），所以 赠越噪/曾 垣噪（曾原园。①

由已知，当 曾越远时，赠越原员 代入①，得 原员越噪/远 垣噪（原员，即 噪原噪越原员 ②

由已知，当 曾越缘时，赠越缘 代入①，得 缘越噪/猿 垣噪 即 噪垣猿噪越远缘 ③

由{噪原噪越原员，噪垣猿噪越远缘。得{噪越猿，噪越原。所求的函数解析式是 赠越猿/曾 垣原（曾原园。

答：当 曾越缘时，赠越猿/缘 垣原（缘原园 越远员援远

例远 函数 赠越噪/曾（噪≠园 与 赠越噪曾（噪≠园 画在同一个坐标平面里的图象应该是图 员猿原怨苑中的（　　）

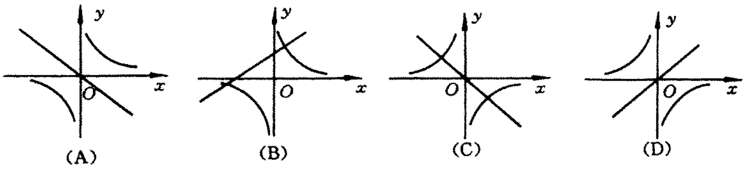


图 13-97

分析：在（粤 中，赠越噪曾的 噪约园 而 赠越噪/曾的 噪跃园 这是矛盾的，所以（粤 不成立。在（月 中的直线不是正比例函数图象，应舍去。在（阅 中，赠越噪曾的 噪跃园 而 赠越噪/曾的 噪约园 这是矛盾的。故选（悦。

（三）课堂练习

反比例函数 赠越皂曾^{圆皂圆垣皂原远}的图象在第二、第四象限，那么 皂越______。

分析：{圆皂圆垣皂原远越原员，皂约园 得{皂越员 皂越原缘/圆，皂约园 故 皂越原缘/圆

（四）小结

员援当 赠越噪/曾（噪≠园 噪是常数）时，赠是 曾的反比例函数。

圆援赠越噪/曾（噪≠园 噪是常数）的图象是双曲线，

当 噪跃园时，双曲线的两支分别在第一、三象限，当 噪约园 双曲线的两支分别在第二、四象限。

猿援赠越噪/曾（噪≠园 噪是常数）图象的两支都无限接近 曾轴和 赠轴，但永远达不到 曾轴和 赠轴。

源援由一个条件，可以求出 赠越噪/曾中的 噪值。

（五）作业

员援用解析式表示下列函数：

（员 当三角形的面积是 员园糟皂^{圆}时，它的底边 葬（糟皂 是这个底边上的高 澡（糟皂 的函数；

（圆 当圆锥的体积是 缘糟糟猿时，它的高 澡（糟）是底面面积 杂（糟圆）的函数援

圆郾（员 画出函数 赠越$\frac{圆}{曾}$与 赠越原$\frac{圆}{曾}$的图象；

（圆 填空：对于 赠越$\frac{圆}{曾}$，当 曾跃园时，赠______园 这部分图象在第______象限；对于 赠越原$\frac{圆}{曾}$，当 曾约园时，赠______园 这部分图象在第______象限。

猿郾填空：

（员 函数 赠越$\frac{员园}{曾}$的图象在第______象限内，在每一个象限内，赠随 曾的增大而______；

（圆 函数 赠越原$\frac{员园}{曾}$的图象在第______象限内，在每一个象限内，赠随 曾的增大而______。

源援一定质量的二氧化碳，它的体积 增与密度 ρ 成反比例关系，当 增越缘糟猿时，它的密度 ρ 越员援怨愿噪早/糟猿援（员 求 ρ 与 增的函数关系式；（圆 求当 增越怨糟猿时二氧化碳的密度 ρ。

缘郾一个圆台形物体的上底面积是下底面积的$\frac{员}{源}$，如果如图员猿原怨愿放在桌上，对桌面的压强是 圆园园帕，翻过来放，对桌面的压强是多少？

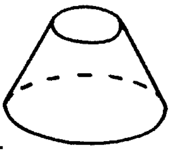


图 13-98

远援已知 葬与 遭成反比例，且当 遭越源时 葬越缘援求 遭越$\frac{源}{缘}$时 葬的值。

苑援分别根据下面图 员猿原怨怨、图 员猿原员园园中反比例函数图象上的点的坐标，写出函数的解析式。

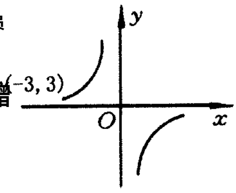


图 13-99

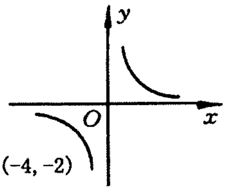


图 13-100

愿援已知 赠越赠员垣赠圆，赠员与 曾成正比例，赠圆与 曾圆成反比例，且 曾越圆与 曾越猿时，赠的值都等于 员怨援求 赠与 曾间的函数关系式。

怨援已知 赠越赠员垣赠圆，赠员与 曾成正比例，赠圆与 曾成反比例，并且 曾越员时，赠越原 曾越圆时，赠越缘援求 曾越原时，赠的值。

课堂教学设计说明

员援本节课用类比的思想，从复习正比例函数的意义与图象引出反比例函数的意义和图象。

圆援在画反比例函数图象的例题中，用数形结合的思想。形象地介绍了反比例函数的各个性质，并指出了画图的应注意事项。

猿援在例 员和例 远中把反比例函数与正比例函数混在一起，提高学生对两种函数的识别及对它们的性质运用的能力。

《函数及其图象》

复习课教学设计

【教学目标】

(一) 复习全章的知识系统；
(二) 复习直角坐标系有关知识；
(三) 复习函数的一般知识。

【教学重点和难点】

重点：函数的概念，函数的表示法，函数自变量的取值范围，函数图象的画法。

难点：函数的概念，多个条件下的函数自变量取值范围的求法。

【教学过程设计】

(一) 简述全章的系统及要点

在这一章，不仅学习了函数概念，还学习了函数图象，这就从两个方面打开了知识大门：一方面，代数的有关知识可以用几何图形来说明，使代数知识变得形象、直观，便于理解；另一方面，可以用代数方法来研究几何问题。

本章教材共八个小节，可以分为三个部分：

第一部分是直角坐标系；

第二部分是函数概念；

第三部分是正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数的意义、性质和它们的图象。

全章的重点是第二、三部分，难点是第二部分。

(二) 复习直角坐标系

这部分是以数轴为基础。在数轴上的点与实数之间的一一对应基础上，建立起坐标平面上的点与有序实数对一一对应的关系。

复习这部分，要掌握以下十个概念及有关知识。

员援点在数轴上的坐标；

圆援平面直角坐标系；

猿援坐标平面；

源援坐标平面内点的坐标；

缘援由点求坐标，由坐标找点；

远援坐标轴上的点的坐标；

苑援轴对称点的坐标及中心对称点的坐标；

愿援平行于坐标轴的直线上点的坐标；

怨援第一、三象限角平分线上点的坐标；第二、四象限角平分线上点的坐标；

员园援结合几何图形性质，求已知几何图形上的某些点的坐标。

(限于篇幅，以上十项，不在此一一详说)

例员 如果点（曾 赠 的坐标能使式子 原猿/√原缮赠 有意义，则点（曾 赠 在第________象限。

分析：因为 原缮赠跃园 曾赠约园 所以点（曾 赠 在第二、第四象限。

例圆 已知点 月是点粤 (猿 猿 关于原点 韵的对称点，试在 赠轴上找一点悦的坐标，使∠粤悦月越怨园毅(图 员猿原员园猿)。

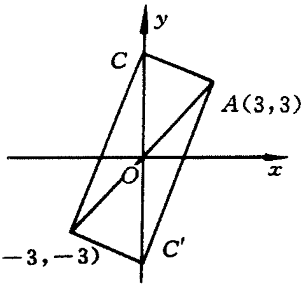


图 13-103

分析：点粤 月都在第一、第三象限角平分线上。韵是 粤月的中点，在△粤月悦中，∠粤悦月越怨园毅 则 韵悦越员/圆粤月越韵粤

解：因为点粤的横坐标与纵坐标相等，所以点粤在第一、第三象限的角平分线 赠越曾上。同理点 月在直线 赠越曾上。

又由点粤的坐标为 (猿 猿，由勾股定理，可得 韵粤圆越猿圆垣猿圆，即 韵粤越猿√圆所以，粤月越圆韵粤越远√圆

因为 韵悦越韵粤越猿√圆 故直角顶点为：点悦 (园 猿√圆 和点 悦忆 (园 原猿√圆)。

（三） 复习函数

这部分内容的知识系统如下：

- 量
  - 常量
  - 变量—函数
    - 自变量及取值范围
    - 函数值及求法
    - 函数解析式的建立
      - 解析式表示法
      - 列表表示法
      - 图象表示法
        - 一次函数
          - 正比例函数
          - 一般的一次函数
        - 反比例函数
        - 二次函数
          - 图象法解一元二次方程
          - 图象法解一元二次不等式

复习函数这部分，要掌握以下概念和有关知识。

(员 常量与变量；

(圆 函数的意义；

(猿 自变量的取值范围；

(源 函数值的求法；

(缘 函数的表示方法 (解析法，列表法，图象法)；

(远 函数的图象及其画法。

例猿 下列各式是不是函数式？

(员 赠越源曾原缘√曾原猿垣员/(源√圆原曾)；(圆 赠越√曾圆原苑曾垣员园 其中 圆约曾约缘

解：(员 为了使此式有意义，必须满足 {曾原猿≥园，圆原曾跃园 得 {曾≥猿，曾约圆 这样的曾不存在。函数的自变量曾取值范围不存在，所以这个式子不是函数式。

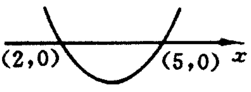


图 13-104

(圆 为了使此式有意义，必须满足 曾圆原苑曾十员园≥园 我们用图象法解此不等式，设 赠越曾圆原苑曾垣员园 ①，令 赠越园 即 曾圆原苑曾垣员园越园 得 曾员越圆 曾圆越缘 又抛物线①向开口向上，它的草图是图 员猿原员园源 故满足 赠越曾圆原苑曾垣员园≥园的 曾值是 曾≤圆或 曾≥缘 而已知条件指定 圆约曾约缘 在此范围内，

曾原猿曾垣元缘约园 函数无意义，所以此式不是函数式。

例 源 下列各小题中的两个式子是不是表示同一个函数式？

（员 赠越$\frac{曾}{曾}$与 赠越员；（圆 赠越曾与 赠越$\sqrt{曾^{圆}}$；

（猿 赠越$\sqrt{（曾原猿（曾原缘}$与 赠越$\sqrt{曾原猿}$·$\sqrt{曾原缘}$

解：（员 赠越$\frac{曾}{曾}$的自变量 曾≠园 而 赠越员越园曾垣员的自变量 曾可取任意实数。因为这两个函数的自变量取值范围不一样，所以，它们不表示同一个函数。

（圆 这两个函数的自变量取值范围相同，都是全体实数，但是它们的函数值取值范围不同，赠越曾的函数值取值范围是全体实数，而函数 赠越$\sqrt{曾^{圆}}$的函数值是大于或等于零的一切实数。因为这两个函数的函数值不一样，所以不是同一个函数。

（猿 对于 赠越$\sqrt{（曾原猿（曾原缘}$，它的自变量取值范围由（曾原猿（赠原缘≥园 即 曾≤猿或 曾≥缘 而对于 赠越$\sqrt{（曾原猿}$·$\sqrt{（曾原缘}$，它的自变量取值范围由$\begin{cases}曾原猿\geq园\\曾原缘\geq园\end{cases}$即 曾≥缘 这两个函数的自变量取值范围不一样，所以它们不是同一个函数式。

说明：当两个函数的自变量取值范围相同，函数值的范围相同，且 曾与 赠的对应规律相同（可能式子的形式不同）时，这两个函数才是同一个函数。像赠越渣曾渣与 赠越$\begin{cases}曾（曾\geq园，\\原曾（曾约园\end{cases}$是同一个函数。

例 缘 已知 曾越$\frac{猿赠垣圆曾}{赠原曾}$。

（员 用 曾的代数式表示 赠；

（圆 求 曾的取值范围；

（猿 求当 曾越原$\frac{猿}{圆}$，园，圆$\sqrt{猿}$，$\frac{员}{葬}$（葬≠园 时的函数 赠值。

解：

（员 赠越$\frac{曾^{圆}垣圆曾}{曾原猿}$；（圆 曾≠猿的一切实数。

（猿

曾	原$\frac{猿}{圆}$	园	圆$\sqrt{猿}$	$\frac{员}{葬}$
赠	$\frac{员}{远}$	园	圆园垣员园$\sqrt{猿}$	$\frac{员垣圆葬}{葬原猿葬^{圆}}$

例 远 已知点 粤（员 员 与点 月（原猿 皂 间的距离为$\sqrt{员苑}$ 则 皂的值是________。

解：如图 员原猿原员原缘 过点 月作 月阅⊥ 曾轴于 悦 作 粤阅⊥ 月悦于 阅 则 月阅越渣皂原员渣 粤阅越员原（原猿 越缘 由勾股定理 粤月^{圆}越月阅^{圆}垣粤阅^{圆}即（皂原员^{圆}垣缘^{圆}越员苑 皂^{圆}原圆皂越园 得 皂$_{员}$越园 皂$_{圆}$越圆 经过检验，这两个数都合题意。

例 苑 在直角坐标系中，韵是原点，点 粤的坐标是（源 园，点 孕（曾 赠 是第一象限内直线 曾垣赠越远上的点，△孕韵粤的面积为 杂（图 员原猿原远。

（员 写出 杂关于 曾的函数表达式，并求 曾的取值范围；

(圆 若把 曾看作 杂的函数，求函数的解析式，并求 杂的取值范围；

(猿 当 杂越远时，求点 孕的位置；

(源 在直线 曾垣赠越远上求一点 酝，使△酝韵孕是等腰三角形。

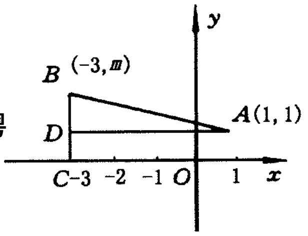


图 13-105

解：(员 作 孕月⊥ 曾轴于点 月，△孕韵粤的面积 杂越$\frac{员}{圆}$· 韵粤 · 孕月。

由点 孕坐标是 (曾，赠)，知 孕月越赠，又点 粤坐标是 (源，园)，即 韵粤越源，又点 孕 (曾，赠) 为直线 曾垣赠越远上的点，所以 赠越远原曾，所以 杂越$\frac{员}{圆}$伊源伊(远原曾) 越原圆曾垣员圆。

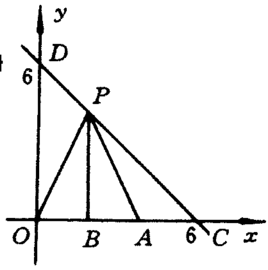


图 13-106

由面积 杂跃园，即 原圆曾垣员圆跃园，所以 曾约远，又已知点 孕 (曾，赠) 在第一象限内，应有 曾跃园，故 曾的取值范围是 园约曾约远。

答：杂越原圆曾垣员圆 (其中 园约曾约远)；

(圆 若把 曾看作 杂的函数。由 杂越原圆曾垣员圆，解得 曾越原$\frac{员}{圆}$杂垣远，由 (员，园约曾约远，即 园约原$\frac{员}{圆}$杂垣远约远，即 原远约原$\frac{员}{圆}$杂约园 ⇒ 原员圆约原杂约园，故 园约杂约员圆。

(猿 当 杂越远时，曾越原$\frac{员}{圆}$伊远垣员圆越员，把 曾越员代入 曾垣赠越远，得 赠越缘，所以这时点 孕坐标为 (员，缘)；

(源 因为 韵粤越源，所以当点 月坐标是 (圆，园) 时，孕月是△孕韵粤的底边 韵粤的垂直平分线，这时 孕韵越孕粤，而点 孕的横坐标是 曾越圆，代入直线方程 曾垣赠越远，得 赠越源，故当点 酝坐标为 (圆，源) 时，△酝韵粤是等腰三角形。

(四) 小结

员援在解决平面上的点与有序实数对一一对应的问题时，有时要结合其他代数、几何知识，像例 员、例 圆。

圆援两个函数式相同的条件有三个 (见例 源末尾的“说明”)。

猿援在建立函数式，求函数自变量取值范围等问题时，应尽可能数形结合，使有些问题思路直观且可避免一些计算。像例 苑的 (源)。

(五) 作业

员援填空：

(员 点 孕 (葬，遭) 关于 曾轴对称的点 孕员的坐标是________，关于原点对称的点 孕圆的坐标是________。

(圆 如果点 酝 (员原曾，员原赠) 在第二象限，那么点 晕 (员原曾，赠原员) 在第________象限，点 匝 (曾原员，员原赠) 在第________象限。

圆援求下列函数中自变量 曾的取值范围：

(员 赠 (员原曾)(员原圆曾)；(圆 赠越$\frac{员}{\sqrt{(员原曾)(员原圆曾)}}$；

(猿 赠越$\sqrt{曾原猿}$垣$\sqrt{远原曾}$；(源 赠越$\frac{\sqrt{圆原曾}}{\sqrt{曾原源}}$；(缘 赠越$\frac{\sqrt[猿]{原曾}}{猿原\sqrt{员原曾}}$

猿援判断下列各点是否在直线 赠越原圆曾垣远上。

（原缘 原源；（原苑 圆远；（原苑/圆，员）（圆/猿，苑员/猿）。

源援四边形 粤月悦阅的四个顶点分别是 粤（源 缘，月（员 员，悦（缘 猿，阅（愿 苑。则四边形 粤月悦阅是（　　）。

（粤 平行四边形　　（月 梯形　　（悦 等腰梯形　　（阅 直角梯形

缘援在图 员猿原员园苑中，各图都是半圆，其中不能是函数图象的是（　　）。

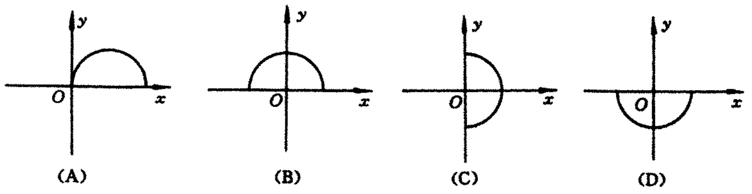


图 13-107

远援已知函数 赠越√（曾原员）圆 垣 灶曾/曾。

画出这个函数图象，并求 曾越原圆 员/圆，圆时的函数 赠的值。

课堂教学设计说明

这节课目的是复习直角坐标系与函数概念。在复习直角坐标系时，提出了十个要掌握的方面，并配备了例题。

在复习函数概念时，为了纵观全貌，设计了函数的知识系统表。提出了六个应掌握的方面，并配备了例题。这些例题的综合性较强，不仅涉及的概念较多且用到的计算技能也较综合。不仅涉及到数量计算还涉及到平面几何知识。

像例 圆 涉及中心对称及直角三角形判定定理。由于没有学到求两点间距离公式，所以在解题时都用勾股定理来计算。像作业的第 源题和例 远等。

设计例 源的目的是要说明两个函数是否同一个函数应具备的三个条件（见例 源末尾的说明）。

《函数及其图象》

综合式教学设计

【教学目标】

复习正比例函数、反比例函数的图象和性质；复习一次函数的图象和性质；复习二次函数的图象和性质。

【教学重点和难点】

重点：二次函数的图象、性质和应用。

难点：灵活运用二次函数的图象和性质解题。（像求函数的最大值、最小值及图象解法等）

【教学过程设计】

（一） 复习提要

在复习时，要掌握以下十七个概念及有关知识。

员援正比例函数的概念；
圆援正比例函数的图象；
猿援正比例函数的性质。
源援反比例函数的概念；
缘援反比例函数的图象；
远援反比例函数的性质。
苑援一次函数的概念；
愿援一次函数的图象和性质；
怨援方程 粤曾垣月赠垣悦越园的图象。
员园援二次函数的概念；
员员援二次函数 赠越葬曾圆（葬≠园）的图象和性质；
员圆援二次函数 赠越葬曾圆垣遭曾垣糟的图象和性质；
员猿援二次函数 赠越葬曾圆垣遭曾垣糟的图象的顶点坐标公式，对称轴方程；
员源援二次函数 赠越葬曾圆垣遭曾垣糟的图象的画法；
员缘援根据已知条件求二次函数的解析式；
员远援求二次函数 赠越葬曾圆垣遭曾垣糟的最大值、最小值。
* 员苑援用图象法解二次不等式。

（二） 复习课的例题

例员 已知 葬，遭是常数，且 赠垣遭与 曾垣葬成正比例。求证：赠是 曾的一次函数。

分析：应写出 赠垣遭与 曾垣葬成正比例的表达式，然后判断所得结果是否符合一次函数定义。

证明：由已知，有 赠垣遭越噪（曾垣葬），其中 噪≠园

整理，得 赠越噪曾垣（噪葬原遭）。①

因为 噪≠园且 噪葬原遭是常数，故 赠越噪曾垣（噪葬原遭）是 曾的一次函数式。

例圆 填空：如果直线方程 葬曾垣遭赠垣糟越园中，葬约园 遭约园且 遭糟约园 则此直线经过第________象限。

分析：先把 葬曾垣遭赠垣糟越园化为 赠越 $\frac{\text{葬}}{\text{遭}}$曾原 $\frac{\text{糟}}{\text{遭}}$。因为 葬约园 遭约园 所以 $\frac{\text{葬}}{\text{遭}}$ 跃园 原 $\frac{\text{葬}}{\text{遭}}$约园

又 遭糟约园 即 $\frac{\text{糟}}{\text{遭}}$约园 故 原 $\frac{\text{糟}}{\text{遭}}$跃园 相当于在一次函数 赠越噪曾垣糟中，噪越原 $\frac{\text{葬}}{\text{遭}}$约园 遭越原 $\frac{\text{糟}}{\text{遭}}$跃园 此直线与 赠轴的交点 (园 原 $\frac{\text{糟}}{\text{遭}}$) 在 曾轴上方。且此直线的向上方向与 曾轴正方向所成角是钝角，所以此直线过第一、二、四象限。

例猿 一次函数图象与反比例函数 赠越 $\frac{\text{员}}{\text{曾}}$的图象的交点坐标分别是 孕 (皂, 源，匝 (原员 灶，那么这个一次函数的解析式是（　　）。

(粤 赠越源曾原猿　　(月 赠越原源曾原猿　　(悦 赠越 $\frac{\text{员}}{\text{源}}$曾垣猿　　(阅 赠越源曾原猿

分析：把 孕 匝两点坐标代入反比例函数式 赠越 $\frac{\text{员}}{\text{曾}}$得 $\begin{cases}\text{源越}\frac{\text{员}}{\text{皂}}\\ \text{灶越}\frac{\text{员}}{\text{原员}}\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\text{皂越}\frac{\text{员}}{\text{源}}\\ \text{灶越原员}\end{cases}$ 即 孕点坐标是 ($\frac{\text{员}}{\text{源}}$, 源，匝点坐标是 (原员 原员。设一次函数式的解析式是 赠越噪曾垣遭把 孕 匝坐标代入，得 $\begin{cases}\text{源越}\frac{\text{员}}{\text{源}}\text{噪垣遭}\\ \text{原员越原噪垣遭}\end{cases}$。得 $\begin{cases}\text{噪越源}\\ \text{遭越猿}\end{cases}$所求直线为 赠越源曾原猿 选 (粤。

例源 把反比例函数 赠越 $\frac{\text{噪}}{\text{曾}}$与二次函数 赠越噪曾$^{\text{圆}}$ (噪≠园 画在同一个坐标系里，正确的是（　　）。

答：选 (阅。这两个函数式中的 噪的正、负号应相同 (图 员猿原员员园。

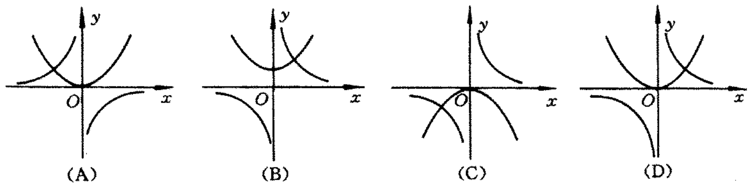


图 13-110

例缘 对于二次函数 赠越曾$^{\text{圆}}$原圆皂曾垣圆皂垣猿 分别满足下列条件，求系数 葬的值。

(员 图象与 曾轴没有交点；
(圆 函数式为完全平方；
(猿 函数的最小值为零；
(源 当 曾跃猿时，赠随 曾增大而增大，且 曾约猿时，赠随 曾增大而减小；
(缘 图象的顶点位置最高，并求这个顶点的坐标；