

目 录

《幂和整式除法》复习课教学设计	(员)
《幂和整式除法》测试课教学设计	(远)
《因式分解的概念》探究式教学设计	(愿)
《提取公因式法(员)》探究式教学设计	(员猿)
《提取公因式法(圆)》启发——探究式教学设计	(员愿)
《运用公式法——平方差公式(员)》主体式教学设计	(圆)
《运用公式法——平方差公式(圆)》启发式教学设计	(圆)
《平方差公式》点睛式教学设计	(猿)
《运用公式法——完全平方公式(员)》启发——探究式教学设计	(猿)
《运用公式法——完全平方公式(圆)》启发探究式教学设计 ...	(猿)
《分组分解法(第一课时)》优化教学设计	(猿)
《分组分解法(一)》启发式教学设计	(源)
《分组分解法(二)》引导——发现式教学设计	(源)
《分组分解法(三)》互动式教学设计	(缘)
《分组分解法(四)》主体式教学设计	(缘)
《因式分解》复习课教学设计(一)	(远)
《因式分解》复习课教学设计(二)	(远)
《因式分解》第二课堂教学设计	(苑)
《分 式》优化教学设计	(苑)
《分式的概念》发现式教学设计	(苑)
《分式的基本性质(一)》互动式教学设计	(愿)
《分式的基本性质(二)》主体式教学设计	(愿)
《分式的约分》探究式教学设计	(愿)
《分式的乘除法(一)》探究式教学设计	(怨)
《分式的乘除法(二)》启发——探究式教学设计	(怨)
《整数指数幂的运算》突破式教学设计	(员)

初中代数课创新教学设计案例汇编(五)

《幂和整式除法》

复习课教学设计

【教学目标】

使学生牢固地掌握幂的运算性质和整式乘除的运算法则，理解、掌握乘法公式；

注意培养学生的运算能力，以及分析问题、解决问题的能力。

【教学重点和难点】

有关乘除法的各种运算法则和公式的理解与运用。

【课堂教学过程设计】

一、引导学生归纳整理全章的知识结构

问同学们已经学习完了整式的乘除法，现在我们一起对本章的内容做一个小结和复习。

首先，请同学们认真填写表员和表圆，在填写中，大家可以凭借记忆，也可以翻阅课本，查阅作业。

表员

运算种类	公式 (字母表示)	法则 (语言叙述)	推导根据 (内在联系)	注意事项及作业 中的典型错误
幂·幂				
(幂) ^灶				
(幂)遭 ^灶				
幂衣幂				
单项式相乘				
单项式除以单项式				
单项式与多项式相乘				
多项式除以单项式				
多项式相乘				

表圆

项 目	字母表示公式	语言叙述公式	作为多项式相乘的特殊性
公式名称			
十字相乘公式			
平方差公式			
完全平方公式			

填好表格后，先让学生互相交换，再由教师讲评。

《幂和整式除法》

测试课教学设计

一、选择题

- (员) 下列计算结果正确的是 ()。
- (粤) $(猿曾)^{猿}$ 越 $猿曾^猿$ (月) $(原曾)^{猿}$ 越 $原曾^猿$
- (悦) $(猿曾)^{猿}$ 越 $猿曾^猿$ (阅) $[(原曾)^{猿}]^猿$ 越 $原曾^猿$
- (圆) 计算 $(原猿)^{猿}$ 的结果应等于 ()。
- (粤) $原猿^猿$ (月) $猿^猿$ (悦) $原猿^猿$ (阅) $猿^猿$
- (猿) 计算 $原(原猿)^{猿}$ 的结果应等于 ()。
- (粤) $猿^猿$ (月) $原猿^猿$ (悦) $猿^猿$ (阅) $原猿^猿$
- (源) 下列计算：
- ① $猿猿(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿猿$
- ② $(猿垣猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿垣猿猿$
- ③ $(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿垣猿猿猿$
- ④ $(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿垣猿猿猿$
- ⑤ $(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿垣猿猿猿$
- 其中正确的有 ()。
- (粤) 员个 (月) 圆个 (悦) 猿个 (阅) 源个
- (缘) 如果 $曾垣猿$ 是一个完全平方，那么 $猿越$ ()。
- (粤) 猿 (月) 猿 (悦) 猿 (阅) 猿
- (远) 代数式 $(曾原)^{猿}$ 的值是 ()。
- (粤) $猿$ (月) $猿$ (悦) $猿$ (阅) $猿$
- (苑) 计算 $猿伊(猿)$ 的结果是 ()。
- (粤) $猿$ (月) $猿$ (悦) $猿$ (阅) $猿$

二、计算题

- (员) $(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿$ ；
- (圆) $[(猿曾)^{猿}]^猿$ 越 $猿曾^猿$ ；

三、计算题

- (员) $猿猿(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿$ ；
- (圆) $(猿猿)^{猿}$ 越 $猿猿猿$ 。

四、解方程组

- $\begin{cases} (猿猿)^{猿} 越 (猿猿)^{猿} \\ (猿猿)^{猿} 越 (猿猿)^{猿} \end{cases}$

五、解不等式组

- $\begin{cases} (猿猿)^{猿} 越 (猿猿)^{猿} \\ (猿猿)^{猿} 越 (猿猿)^{猿} \end{cases}$

《因式分解的概念》

探究式教学设计

【教学目标】

使学生正确理解因式分解的概念；
了解因式分解与整式乘法的关系；
了解因式分解的作用。

【教学重点和难点】

重点：因式分解的概念。
难点：因式分解与整式乘法的关系。

【教学过程设计】

一、导入新课

在小学时，我们学过了把一个整数分解成质因数的方法，例如：

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad (2, 3 \text{ 是质数})$$

问：哪些数是 12 的因数？哪些数是 12 的质因数？为什么？

答：2, 3, 4, 6 都能整除 12，所以都是 12 的因数；但其中的 4, 6 还可以继续分解，故它们都不是 12 的质因数；而 2 与 3 不能再分解了，所以把它们称为 12 的质因数。

指出：(*) 式中，两个或两个以上的数相乘得到的积中的每一个数都是乘积的因数，能整除某数的数，都是这个数的因数。

问：18 的因数和质因数是什么？为什么？

答：2, 3, 6, 9 都是 18 的因数，因为这些数都能整除 18。其中 2, 3 是 18 的质因数，因为这些数只能被 1 和自身整除。

指出：求一个数的因数，把一个数写成它的因数的积的形式，叫做因数分解法。

因数分解在分数运算中有重要作用。

例 计算： $(\frac{2}{3}) \times (\frac{3}{4}) = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

($\frac{1}{2}) \times (\frac{2}{3}) = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{\cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 3} = \frac{1}{3}$

解 $(\frac{2}{3}) \times (\frac{3}{4}) = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 4} = \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$

($\frac{1}{2}) \times (\frac{2}{3}) = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{\cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 3} = \frac{1}{3}$

注意：

乘、除运算中，首先把除法转化为乘法，再进行因数分解、约分，然后再进行乘法运算。

同分母的加减法运算规律是，利用因数分解求出各分母的最小公倍数作为公分母，通分后变为同分母的分数，再进行加、减运算。

请同学思考两个问题

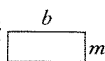
问：如图 8-1，在山坡上开垦荒地植树造林。在三层坡面上分别开垦出三块长方形的梯田，从上到下，它们的长分别为 a 、 b 、 c ，宽都是 m ，那么一共开垦荒地的面积是多少？

答：根据矩形的面积公式，得出开垦荒地的总面积为

$$am + bm + cm \quad (1)$$



这个式子要做三次乘法和两次加法，能找出更简单的计算方法吗？



答：如果把三个矩形拼在一起，如图 8-2 所得到的长方形的长就变为 $a+b+c$ ，宽仍然是 m ，因此它的面积为

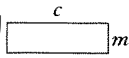


图 8-1

图 8-2

皂 (葬遭糟)。

(圆)

由 (1) 式和 (2) 式我们可以得到

$$am + bm + cm = (a+b+c)m$$

两种计算方法得到的结果是相同的，但 (2) 式的计算方法比 (1) 式更简单，只需做三次加法和一次乘法。

即计算 $am + bm + cm$ 可改为计算 皂 (葬遭糟)。

问：数的平方与这个数本身相等，这个数是几？

(引导学生思考、讨论)

我们可以这样思考，如果设这个数为 x ，于是有

$$x^2 = x$$

移项，得

$$x^2 - x = 0$$

问：一个数 x 与 x 的乘积 $x(x)$ ，由整式乘法可以表示成什么？

答： $x(x) = x^2$

我们把它反过来，即

$$x^2 = x(x)$$

在上面的两个问题中，我们得到了两个等式

$$am + bm + cm = (a+b+c)m;$$

$$x^2 = x(x)$$

这两个式子的左边都是一个多项式，右边是两个整式的乘积。

把一个多项式化成几个整式积的形式，把这种变形叫做多项式的因式分解。

本章将学习因式分解的概念及多项式因式分解的方法。

在复习了整数的因数分解的基础上，我们将进一步学习多项式的因式分解。

二、讲授新课

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式分解因式。

像把 $am + bm + cm$ 写成 皂 (葬遭糟) 那样，就是把多项式因式分解。

又如，把 x^2 写成 $x(x)$ 等等，都是把多项式因式分解。

我们写成等式形式，就是：

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2x + 1)(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1), \\ & (x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1). \end{aligned}$$

这两个等式的左边都是多项式，而右边都是整式积的形式。

问：下列各题中，从左式到右式的变形，哪些是因式分解？哪些不是因式分解？为什么？

- (1) $(x^2 + 2x + 1)(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (2) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (3) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (4) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (5) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (6) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$

答：(1)，(2)，(5) 题中，从左式到右式的变形是因式分解，因为各题中的左式都是多项式，而右式都是整式乘积形式，均符合因式分解的定义；而(3)，(4)，(6) 题中，从左式到右式的变形都不是因式分解，各题中的右式都不是整式乘积的形式，因此不符合因式分解的定义。

指出：多项式的因式分解，必须是把一个多项式化成几个整式乘积的形式。

因式分解与整式乘法之间有什么关系？我们曾经学过整式乘法及乘法公式，如单项式与多项式相乘，得

$$\begin{aligned} & (x + 1)(x^2 + 2x + 1) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \\ & \text{多项式与多项式相乘，得} \\ & (x + 1)(x^2 + 2x + 1) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

乘法公式有：

平方差公式 $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ 。

完全平方公式 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ ， $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ 。

问：观察乘法运算及乘法公式中，等号的左边和右边各是什么式子？

答：各式的等号左边都是整式乘积形式，而各式的等号右边都是多项式。

如果我们把上面的乘法运算及乘法公式中的等号左边的式子与等号右边的式子互换，就得到

$$\begin{aligned} & (x^3 + 3x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1), \\ & (x^2 - 1) = (x + 1)(x - 1), \\ & (x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x + 1), \\ & (x^2 - 2x + 1) = (x - 1)(x - 1). \end{aligned}$$

这些式子中，从等式左边到等式右边的变形就是多项式的因式分解。

由此可得出：多项式的因式分解与整式乘法是方向相反的恒等变形。整式的乘法运算是把几个整式的积变为多项式的形式，特征是向着积化和差的形式发展；而多项式的因式分解是把一个多项式化为几个整式乘积的形式，特征是向着和差化积的形式发展。

问：下列各题从左式到右式的变形中，哪些是因式分解？哪些是整式乘法？

- (1) $(x^2 + 2x + 1)(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (2) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;
- (3) $(x + 1)(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1)$;

(源) $曾(圆曾原赠)越曾(原曾曾)$;
 (缘) $怨(原曾越)(猿曾原曾)(猿原曾)$;
 (远) $猿(原原曾原曾)(原原曾越猿)(原原曾原曾)$ 。

答:(员),(猿),(缘),(远) 题中,从左式到右式的变形是因式分解;(圆),(源) 题中,从左式到右式的变形是整式乘法。

三、课堂练习

䄂选择题。

(员) 下列等式中,从左边到右边的变形为因式分解的是()。

- 䄂 $猿(原曾越)(猿原曾)$
- 月 $曾(原曾)(曾原曾)越曾(原原)$
- 悦 $曾(原原曾原曾越曾)(曾原曾)原原$
- 阅 $曾(原原曾原曾越曾)(曾原曾)$

(圆) 下列等式中从左边到右边的变形因式分解的是()。

- 䄂 $曾(曾原曾)(曾原曾)越曾(原原曾原曾)$
- 月 $曾(原原曾原曾越)(曾原曾)(曾原曾)原原$
- 悦 $曾(原原曾原曾越)(曾原曾)$
- 阅 $曾(原原曾原曾越)(原原曾)原原$

(猿) 下列等式中从左边到右边的变形因式分解的是()。

- 䄂 $猿(原原曾)越猿(原原曾)$
- 月 $曾(原原曾)(曾原曾)越曾(原原)$
- 悦 $曾(原原曾原原曾越)(原原曾)原原$
- 阅 $曾(原原曾原原曾越)(原原曾)原原$

䄃判断下列各题从左边到右边的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

- (员) $曾(原原曾)越曾(原原曾原原曾)$;
- (圆) $赠(原原曾越)(赠原原)(赠原原)$;
- (猿) $曾(原原曾原曾越)(曾原曾)(原原)$;
- (源) $皂(原原皂原原曾越)(皂原原)$;
- (缘) $葬(原原曾原原曾越)(葬原曾)(葬原曾)原原曾$;
- (远) $曾(原原曾原原曾越)(曾原曾)(曾原曾)$ 。

四、小结

䄄多项式的因式分解的概念是,把一个多项式化为几个整式乘积的形式,叫做把这个多项式因式分解。

䄅多项式的因式分解与整式乘法是方向相反的恒等变形。

五、作业

䄆判断正误。

- (员) 把一个代数式化为乘积形式,叫做把这个代数式因式分解; ()
- (圆) 把一个整式化为乘积形式,叫做把这个整式因式分解; ()
- (猿) 把一个多项式化为几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解。 ()

䄇判断下列由左边到右边的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

- (员) $曾(原原曾原原曾越)(曾原曾原原曾)$;
- (圆) $曾(原原曾原原曾越)(曾原曾)(曾原曾)原原$

《提取公因式法 (员)》

探究式教学设计

【教学目标】

使学生明确多项式各项的公因式的概念，会运用提取公因式法分解形如 $皂葬垣皂皂皂垣皂皂皂$ (皂为单项式) 的多项式；

培养学生观察、分析、概括的能力和逆向思维方式。

【教学重点和难点】

重点：理解提取公因式法的依据，掌握运用提取公因式法把多项式因式分解。

难点：确定多项式中各项的公因式和理解因式分解的意义。

【教学过程设计】

一、导入新课

请同学分别观察下列各式的结构有什么特点？

(员) 缘尹猿缘缘尹猿缘缘尹猿缘 (圆) 圆砸垣圆砸则

(猿) 葬垣葬葬葬 (源) 皂葬垣皂皂皂垣皂皂皂

答：各式中的各项都含有一个公共的因数或因式，它们分别是 缘 圆， 葬 皂

如果多项式 $皂葬垣皂皂皂垣皂皂皂$ 中各项都含有一个公共的因式皂，则我们把因式皂叫做这个多项式各项的公因式。如多项式 $葬垣猿葬垣猿葬$ 中各项的公因式是 葬

问：灶是否为多项式 $灶葬垣灶灶垣灶灶$ 各项的公因式？为什么？

答：灶不是多项式 $灶葬垣灶灶垣灶灶$ 各项的公因式。因为 灶虽然是第一、第二项的公因式，但不是第三项的因式，所以 灶不是多项式 $灶葬垣灶灶垣灶灶$ 的公因式。

为了进一步学习代数式的化简、解方程和代数运算，现在介绍提取多项式的公因式的方法。

请用简便方法计算 $怨怨怨伊怨怨怨垣怨怨怨伊怨怨怨垣怨怨怨伊怨怨怨$

答：根据式子的结构特点，先不直接进行计算，而是把各项的公因式提出后再计算。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 怨怨怨伊怨怨怨垣怨怨怨伊怨怨怨垣怨怨怨伊怨怨怨 \\ &= 怨怨怨伊怨怨怨伊怨怨怨 \\ &= 怨怨怨伊怨怨怨伊怨怨怨 \end{aligned}$$

二、讲授新课

把单项式 皂乘以多项式 $葬垣猿葬垣猿葬$ 运用乘法分配律，得到

$$皂(葬垣猿葬垣猿葬) = 皂葬垣皂猿葬垣皂猿葬$$

由于这是一个等式，因此可以把它反过来写，即

$$皂葬垣皂猿葬垣皂猿葬 = 皂(葬垣猿葬垣猿葬)$$

就是说，多项式 $皂葬垣皂猿葬垣皂猿葬$ 各项中都含有公因式皂，可以把公因式皂提到括号外面，把多项式 $皂葬垣皂猿葬垣皂猿葬$ 写成因式皂与 $葬垣猿葬垣猿葬$ 乘积的形式。我们把这种分解因式的方法叫做提公因式法。

(圆) 把它放在前面带“原”号的括号里。

答案：

(员) 猿原圆曾垣圆垣(猿原圆曾垣圆)；

(圆) 猿原圆曾垣圆原(猿猿垣圆曾原圆)。

问：在整式运算中，添括号的法则是什么？

答：把整式添括号后，如果括号前面是“垣”号，括号里的各项都不变号；如果括号前面是“原”号，括号里的各项都改变符号。

今后，在多项式的因式分解中，如果遇到有关添括号的问题，要正确运用添括号法则。

例猿 把下列各式分解因式：

(员) 原猿垣圆曾垣圆原圆垣； (圆) 原猿葬垣圆葬垣圆葬垣圆

分析：这两个多项式的各项都有公因式，而且第原项的系数都是负数，首先要提出“原”号，使括号内的第一项的系数是正的，在提出“原”号时，根据添括号法则，括号里的各项都要变号。

解 (员) 原猿垣圆曾垣圆原圆垣越原(猿猿垣圆曾原圆垣圆垣)越原圆(圆猿原猿圆垣圆垣)。

(圆) 原猿葬垣圆葬垣圆葬垣圆

越原(猿葬垣圆葬垣圆葬垣圆)

越原猿葬垣圆(猿垣圆葬原圆垣圆)。

结合例猿请同学概括，当多项式的第一项的系数是负数时，分解因式的步骤是什么？

答：首先，把“原”号提到括号外，括号里的多项式的各项都要改变符号；第二步，把多项式各项的公因式提到括号外面，如果多项式中有分数系数，则把分数提到括号外，使括号内的各项的系数是整数，如例猿的第(圆)小题。

三、课堂练习

把下列各式分解因式：

(员) 原猿葬垣圆葬； (圆) 原猿葬垣圆葬垣圆葬垣圆葬；

(猿) 原猿曾垣圆曾垣圆曾垣圆曾； (源) 原猿噪垣圆噪原圆噪；

(缘) 原猿葬垣圆葬垣圆葬原猿葬

答案：

(员) 原猿葬(圆曾垣圆)； (圆) 原猿葬(圆垣圆葬垣圆葬)；

(猿) 原猿曾(猿原圆曾原圆曾)； (源) 原猿(噪垣圆噪垣圆噪)；

(缘) 原猿葬(圆曾原圆曾垣圆曾)。

四、小结

运用提取公因式法把多项式因式分解的方法是，先找出多项式的公因式，提出公因式后，把原多项式写成整式乘积形式。

圆猿葬垣圆曾垣圆曾垣圆(圆葬垣圆曾) 可以看作是提取公因式法的公式、如果把

一个多项式运用提取公因式法分解因式时，可以把多项式进行适当的变形，纳入上述公式，即可把多项式因式分解。如把多项式 $x^2 - 2x + 1$ 因式分解，首先把原式变形为 $(x-1)^2$ ，这里 $x-1$ 是 x 的倍数， 1 是 $(x-1)$ 的倍数，可纳入上述公式，得

$$(x-1)^2 = (x-1)(x-1)$$

遵循这种方法，常可把问题由难变易。

因式分解与整式乘法的关系是

$$\text{整式积} \xrightleftharpoons[\text{因式分解}]{\text{整式乘法}} \text{多项式}$$

通过整式乘法运算，把几个整式的积转化为多项式；而通过因式分解，把多项式转化为几个整式积的形式。

提取公因式法的依据是整式的乘法。

五、作业

1. 把下列各式分解因式：

(1) $x^2 - 2x + 1$; (2) $x^2 - 4$; (3) $x^2 - 6x + 9$;

(4) $x^2 - 1$; (5) $x^2 - 2x - 3$;

(6) $x^2 - 4x + 4$;

(7) $x^2 - 2x + 1$; (8) $x^2 - 2x + 1$

2. 填空：

(1) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$;

(2) $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$;

(3) $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$ (4) $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ 。

3. 利用因式分解计算：

(1) $1000^2 - 2000 \times 999 + 999^2$

(2) $1000^2 - 2000 \times 999 + 999^2$

4. 已知公式 $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$ ，当 $x=1$ ， $a=2$ 时，求 $x^2 - 2ax + a^2$ 的值。

答案：

(1) $1000^2 - 2000 \times 999 + 999^2$; (2) $1000^2 - 2000 \times 999 + 999^2$;

(3) $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$; (4) $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$;

(5) $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$; (6) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$;

(7) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ 。

(8) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ (9) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

(10) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

(11) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

课堂教学设计说明

提取公因式法多项式因式分解的最基本的方法，也是最重要的方法。由于今后还要向学生介绍其它方法，因此在讲授例题时，要引导学生观察多项式的结构特点，找出多项式各项的公因式。

本节课的教学设计，力求体现出在教师引导下，师生共同讨论、分析、