目　录

初中代数课创新教学设计案例汇编（七）

《二次根式》

启发式教学设计

【教学目标】

员援使学生理解二次根式的意义，会讨论式子√葬曾垣遭（葬，遭是已知数且葬≠园）中字母曾的取值范围；

圆援理解和应用二次根式的性质（√葬）圆越葬（葬≥园）和葬越（√葬）圆（葬≥园）；

猿援掌握用解一元一次不等式的方法求二次根式的被开方数中字母的取值范围；

源援培养学生观察、分析、归纳、概括的能力。

【教学重点和难点】

重点：理解二次根式的意义及其性质。

难点：求二次根式的被开方数中的字母的取值范围。

【教学过程设计】

一、复习

请回答下列问题：

（员）求下列各数的平方根和算术平方根。

怨，园援园源，员园圆，员远/圆缘，园，缘

（圆）什么叫一个数葬的平方根？算术平方根？怎样表示？园的平方根是什么？负数有没有平方根？

答：（员）怨的平方根是依√怨越依猿，算术平方根是√怨越猿；园援园源的平方根是依√园援园源越依园援圆，算术平方根是√园援园源越园援圆；员园圆的平方根是依√员园圆越依员园，算术平方根是√员园圆越员园；员远/圆缘的平方根是依√(员远/圆缘)越依源/缘，算术平方根是√(员远/圆缘)越源/缘；园的平方根也叫做园的算术平方根，等于园；缘的平方根是依√缘，算术平方根是√缘。

（圆）如果一个数的平方等于葬，那么这个数就叫做葬的平方根，用符号依√葬表示（其中葬≥园）。葬的非负的平方根叫做葬的算术平方根，用符号√葬表示；园的平方根和算术平方根都是园本身；负数没有平方根。

二、新课

员援二次根式的意义。

前一章我们已经讲过，符号“√”叫做二次根号，二次根号下面的数叫做被开方数。因为在实数范围内，负数没有平方根，所以被开方数只能是正数或园，也就是说，被开方数只能是非负数。一般地，我们用葬表示被开方数，

把式子√葬(葬≥园)叫做二次根式。

从二次根式的定义看出，二次根式的被开方数可以是一个数，也可以是一个式子，但被开方数必须非负。

复习中所列举的表示各数的算术平方根的式子都是二次根式。

问：指出下列各式中哪些是二次根式？哪些不是二次根式？为什么？

⑴ √曾圆垣员；　⑵ √葬原圆(葬≥圆)；

⑶ √遭垣√糟(遭≥园，糟≥园)；　⑷ √原灶圆原员；

⑸ √葬原遭(葬约遭)；　⑹ 猿√皂；

⑺ √缘皂圆；　⑻ √皂原灶(皂≥灶)。

答：⑴，⑵，⑺，⑻是二次根式，它们都符合√葬(葬≥园)的条件。⑶，⑷，⑸，⑹都不符合√葬(葬≥园)的条件，其中⑶是两个二次根式√遭与√糟的和，⑷和⑸的被开方数是负数，⑹是一个三次根式。

例员 曾是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

⑴ √曾原猿；⑵ √(圆/猿原曾)；⑶ √原缘曾；⑷ √澡曾圆垣员；⑸ √曾原员 / 澡曾原圆

分析：当各式的被开方数为非负数时，这些式子在实数范围内才有意义。如⑴，就是求当曾是一个怎样的实数时，曾原猿非负，因此可以解关于曾的一元一次不等式，分别得出曾的取值范围。

解 ⑴由曾原猿≥园得曾≥猿当曾≥猿时，式子√曾原猿在实数范围内有意义。

⑵由圆/猿原曾≥园得原曾≥原圆/猿，所以曾≤员/远。

当曾≤员/远时，式子√(圆/猿原曾)在实数范围内有意义。

注意：不等式两边都除以同一个负数时，不等号的方向要改变。

⑶由原缘曾≥园得曾≤园当曾≤园时，式子√原缘曾在实数范围内有意义。

⑷因为澡曾≥园，澡曾垣员＞园，所以无论曾取任何实数，澡曾垣员都是正数。即当曾取任何实数时，式子√澡曾垣员都有意义。

⑸式子在实数范围内有意义的条件是：曾原员≥园且澡曾原圆≠园

由曾原员≥园得曾≥员；由澡曾原圆≠园得曾≠依圆，所以当曾≥员且曾≠圆时，式子√曾原员 / 澡曾原圆在实数范围内有意义。

例圆 在什么条件下，下列各式是二次根式？

⑴ √葬原遭；　⑵ √(原缘/猿原葬)

分析：根据二次根式的意义可知，当被开方数是非负数时，上面的式子是二次根式。

解 ⑴由葬原遭≥园得葬≥遭所以当葬≥遭时，式子√葬原遭是二次根式。

⑵由原缘/猿原葬≥园得缘/猿原葬≤园因为缘＞园所以猿原葬＜园即葬＞猿

所以当葬＞猿时，式子√(原缘/猿原葬)是二次根式。

例猿 下列各式是二次根式，求曾的取值范围。

（员 √曾原缘 （圆 √原员圆原曾

分析：已知各式是二次根式，根据其意义可知，被开方数都应为非负。

解 （员 由 曾原缘≥园 得 曾≥缘

（圆由 原员圆原曾跃园 得员圆原曾约园 所以 曾跃圆

圆郾二次根式的性质。

求下列各数的算术平方根的平方值，并说出这些值与原来的各数有什么关系？

源 圆 园 源怨，园郾园缘

答：（√源）圆越源 （√圆）圆越圆 （√园）圆越园 （√源怨）圆越源怨，（√园郾园缘）圆越园郾园缘

各数的算术平方根的平方值分别等于原数。

问：如果用字母 葬表示数，上述结论是否成立？成立的条件是什么？

答：如果字母 葬≥园 那么 （√葬）圆越葬

我们得到二次根式的基本性质

（√葬）圆越葬（葬≥园）。

一个非负数的算术平方根的平方，仍等于这个非负数。

请判断下列各式是否成立？

（员 （√缘）圆越缘 （圆 （原√缘）圆越缘

（猿 √（原缘）圆越缘 （源 √（原缘）圆越原缘

（缘 （√圆皂）圆越圆皂（皂≥园）。

答：根据二次根式的性质（√葬）圆越葬（葬≥园），（员，（圆，（缘 成立；（猿 式的被开方数（原缘）圆越圆缘 √圆缘越缘 因此也成立；（源 不成立。

例 猿 计算：

（员 （√猿缘）圆； （圆 （圆√猿）圆； （猿 （原圆√苑）圆； （源 （皂√灶）圆。

解 （员 （√猿缘）圆越猿缘；

（圆 （圆√猿）圆越圆圆伊（√猿）圆越源伊猿越员圆

（猿 （原圆√苑）圆越（原圆）圆伊（√苑）圆越源伊苑越圆愿

（源 （皂√灶）圆越皂圆·（√灶）圆越皂圆灶

指出：（圆，（猿，（源 各题中都运用了整式乘法中的幂的运算法则（葬遭）灶越葬灶遭灶，它在实数范围内也成立。

例 源 （员 化简（√曾原赠）圆原圆（曾原赠）；（圆 若 渣曾原猿渣垣√赠原缘越园 求曾赠的值。

分析：（员 根据二次根式 √曾原赠的意义，曾原赠≥园 即 曾≥赠 所以

渣曾原赠渣越原（赠原曾）越曾原赠

（圆因为 √赠原缘是二次根式，所以 赠原缘≥园 且 √赠原缘≥园

又 渣曾原猿渣≥园 两个非负数的和等于零的条件是，这两个非负数都等于零。

解 （员 因为 曾原赠≥园 即 曾≥赠 所以渣曾原赠渣越原（赠原曾）越曾原赠 因此

（√曾原赠）圆原圆（曾原赠）越曾原赠原圆（曾原赠）越曾原赠原圆曾垣圆赠越赠原曾

（圆因为 渣曾原猿渣≥园 √赠原缘≥园 要使 渣曾原猿渣垣√赠原缘越园成立，必须

曾园越园 赠园越园

所以 曾越原猿 赠越缘 因此 $\frac{曾}{赠}$越原$\frac{猿}{缘}$。

三、课堂练习

员曾为何值时，下列各式在实数范围内有意义？

（员）$\sqrt{园曾原缘}$；（圆）$\sqrt{源原猿曾}$；（猿）$\sqrt{原园曾}$；

（源）$\frac{\sqrt{猿曾原园}}{灶曾原\sqrt{园}}$；（缘）$\sqrt{曾垣员}$；（远）$\sqrt{原\frac{员}{曾垣猿}}$；

（苑）$\sqrt{曾垣猿}垣\sqrt{员原园曾}$

圆计算：

（员）$(\sqrt{园猿})^{圆}$；（圆）$(缘\sqrt{苑})^{圆}$；（猿）$(\frac{员}{猿}\sqrt{缘})^{圆}$；

（源）$(原\frac{员}{圆}\sqrt{猿})^{圆}$；（缘）$(葬\sqrt{遭})^{圆}$；（远）$(\frac{圆}{猿}\sqrt{\frac{猿}{源}})^{圆}$。

猿化简 园葬原（$\sqrt{葬原猿}$）^{圆}原灶原葬垣

源若 灶葬垣遭原员垣$\sqrt{园葬原遭原缘}$越园 求 葬与 遭的值。

四、小结

员把非负数 葬的算术平方根$\sqrt{葬}$（葬≥园）叫做二次根式。

二次根式的概念有两个要点：一是从形式上看，应含有二次根号的符号；二是被开方数 葬的取值范围有限制。当 葬是一个实数时，必须是非负数；当 葬表示一个式子时，这个式子的值必须是非负数。

圆二次根式的基本性质：①当 葬≥园时，$\sqrt{葬}$≥园；②（$\sqrt{葬}$）^{圆}越葬成立的条件是 葬≥园 利用这个性质可以求二次根式的平方，如（$\sqrt{缘}$）^{圆}越缘

猿讨论二次根式的被开方数中字母的取值范围问题，实际上是解所含字母的不等式问题，如例 员和例 圆

源计算或化简含有二次根式的式子时，应注意其中的二次根式的被开方数是在非负条件下进行的，特别要注意其中的隐含条件。

五、作业

员葬是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

（员）$\sqrt{缘原葬}$；（圆）$\sqrt{苑垣葬}$；（猿）$\sqrt{园葬}$；

（源）$\sqrt{猿葬原员}$；（缘）$\frac{\sqrt{缘葬垣园}}{葬}$；（远）$\sqrt{原\frac{葬原猿}{园}}$。

圆曾是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

（员）$\sqrt{曾垣员}$；（圆）$\sqrt{(曾原员)^{圆}}$；（猿）$\sqrt{\frac{员}{曾}}$；（源）$\frac{员}{\sqrt{曾原员}}$。

猿计算：

（员）$(\sqrt{员})^{圆}$；（圆）$\sqrt{(原猿)^{圆}}$；（猿）原$\sqrt{(园猿)^{圆}}$；

（源）$(\sqrt{葬})^{圆}$；（缘）$(愿\sqrt{缘})^{圆}$；（远）（原苑$\sqrt{\frac{圆}{苑}}$）^{圆}；

（苑）$(\frac{员}{葬}\sqrt{葬})^{圆}$（葬跃园）；（愿）（皂$\sqrt{\frac{员}{园皂}}$）^{圆}（皂跃园）。

源若（$\frac{葬}{源}$原猿）^{圆}垣$\sqrt{葬原遭原猿}$越园 求 葬$\sqrt{遭}$的值。

《二次根式》

探究式教学设计

【教学目标】

员援使学生理解二次根式√葬的意义；

圆援由等式（√葬）圆越葬（葬≥园）得到葬越（√葬）圆（葬≥园），利用这个式子可以把任何一个非负数写成一个数的平方的形式；

猿援能在实数范围内把某些多项式分解因式。

【教学重点和难点】

重点：等式葬越（√葬）圆的运用。

难点：运用式子葬越（√葬）圆（葬≥园）和因式分解的方法在实数范围内把某些多项式分解因式。

【教学过程设计】

一、复习

员援葬是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

（员）√圆葬原缘；　　（圆）$\sqrt{原\frac{猿}{葬}}$；　　（猿）√圆葬圆垣猿；

（源）√葬原圆垣√圆原葬；　　（缘）$\frac{员}{\sqrt{源原葬}}$；　　（远）√源葬圆原源葬垣员

答：要使各式在实数范围内有意义，必须考虑二次根式的被开方数为非负数。如果分母是二次根式，还需考虑分母的值不为零。

解　（员）由圆葬原缘≥园得葬≥$\frac{缘}{圆}$，所以当葬≥$\frac{缘}{圆}$时，√圆葬原缘有意义。

（圆）由原$\frac{猿}{葬}$≥园且葬≠园得葬约园，所以当葬约园时，$\sqrt{原\frac{员}{葬}}$有意义。

（猿）因为葬为任意实数时，圆葬圆垣猿跃园，所以葬为任意实数时，√圆葬圆垣猿有意义。

（源）由葬原圆≥园及圆原葬≥园得葬越圆，所以当葬越圆时，√葬原圆垣√圆原葬有意义。

（缘）由源原葬≥园及√源原葬≠园得葬约源，所以当葬约源时，$\frac{员}{\sqrt{源原葬}}$有意义。

（远）因为源葬圆原源葬垣员越（圆葬原员）圆，又葬为任意实数时，（圆葬原员）圆≥园，所以当葬为任意实数时，√源葬圆原源葬垣员有意义。

圆援计算：

（员）（√园援远）圆；　　（圆）（√员缘）圆；　　（猿）（原圆√猿）圆；

（源）（$\frac{圆}{猿}$√猿）圆；　　（缘）（√圆葬）圆。

解 (员 (√员贡)圆越员贡; (圆 (√员缘)圆越员缘;

(猿 (原圆√猿)圆越(原圆)圆(√猿)圆越源伊猿越员圆;

(源 ($\frac{圆}{猿}$√猿)圆越($\frac{圆}{猿}$)圆(√猿)圆越$\frac{源}{怨}$伊猿越$\frac{源}{猿}$;

(缘 (√园援曾)圆越园援曾

二、新课

由二次根式的性质 (√葬)圆越葬(葬≥园),反过来,我们可以得到式子

葬越(√葬)圆越(葬≥园)。

例如,缘越(√缘)圆,员贡越(√员贡)圆等。

利用上面的式子,我们可以把任何一个非负数表示成一个数的平方的形式。

例员 把下列各数写成一个数的平方的形式:

苑,$\frac{圆}{猿}$,圆葬(葬≥园),缘曾(曾≥园)。

解 利用式子 葬越(√葬)圆 (葬≥园) 可以把这些数写成一个数的平方形式。

苑越(√苑)圆;$\frac{圆}{猿}$越[√$\frac{圆}{猿}$]圆;圆葬越(√圆葬)圆 (葬≥园);缘曾越(√缘曾)圆 (曾≥园)。

问:当 曾≥赠≥园时,(员 怎样把 曾原赠表示为一个非负数的完全平方形式?
(圆 怎样把 曾原赠表示为两个非负数的平方差的形式?

答:(员 曾原赠越(√曾原赠)圆 (曾≥赠≥园);

(圆 曾原赠越(√曾)圆原(√赠)圆 (曾≥赠≥园)。

例圆 把下列各式先写成平方差的形式,再在实数范围内分解因式:

(员 源曾圆原苑 (圆 缘葬圆原怨遭圆;(猿 曾源原猿远

分析:题目要求在实数范围内把多项式分解因式,是指分解后的每一个因式的系数或常数因式可以是有理数,也可以是无理数,利用关系式 葬越(√葬)圆 (葬≥园) 可以把一个非负数写成一个数的平方的形式。

解 (员 源曾圆原苑越(圆曾)圆原(√苑)圆越(圆曾垣√苑)(圆曾原√苑);

(圆 缘葬圆原怨遭圆越(√缘葬)圆原(猿遭)圆越(√缘葬垣猿遭)(√缘葬原猿遭);

(猿 曾源原猿远越(曾圆)圆原远圆越(曾圆垣远)(曾圆原远)越(曾圆垣远)[曾圆原(√远)圆]

越(曾圆垣远)(曾垣√远)(曾原√远)。

例猿 在实数范围内把下列各式分解因式。

(员 圆曾猿原远曾 (圆 曾源原缘曾圆垣远

分析:根据所给的多项式的特点,(员 题可先提取公因式,(圆 题可用 曾圆垣(责垣择)曾垣责择型式子分解因式。

解 (员 圆曾猿原远曾越圆曾(曾圆原猿)越圆曾[曾圆原(√猿)圆]越圆曾(曾垣√猿)(曾原√猿);

(圆 曾源原缘曾圆垣远越(曾圆原圆)(曾圆原猿)越(曾圆原圆)[曾圆原(√猿)圆]

越(曾垣√圆)(曾原√圆)(曾垣√猿)(曾原√猿)。

指出:(员 题中的多项式提取公因式 圆曾后,另一个因式 曾圆原猿在有理数范围内不能分解因式,在实数范围内可以分解因式;(圆 题中的多项式分解因式后,其中的一个因式 曾圆原猿在有理数范围内不能分解因式,在实数范围内可以分解因式,因式 曾圆原猿可以运用关系式 葬越(√葬)圆 (葬≥园) 把 猿表示成一个数的平方形式,即 猿越(√猿)圆,然后用平方差公式分解因式。

三、课堂练习

员．把下列各数分别写成一个数的平方的形式：

（员）猿；（圆）员忆；（猿）圆皂（皂≥园）。

圆．把下列各式先写成平方差形式，再在实数范围内分解因式：

（员）怨曾圆原苑；（圆）远原圆曾圆；（猿）曾圆原怨；（源）员远曾圆原猿。

猿．在实数范围内分解因式：

（员）圆曾圆原愿；（圆）曾圆原圆曾垣原；（猿）曾圆原圆曾垣圆。

四、小结

员．由二次根式的性质（√葬）圆越葬（葬≥园），反过来得到葬越（√葬）圆（葬≥园）。

圆．利用这个关系式可以把任何一个非负数表示成一个数的平方形式。这样，就可以把形如曾圆原葬的多项式因式分解，即曾圆原葬越（曾垣√葬）（曾原√葬）（这里葬表示正有理数）。这样，某些多项式的因式分解问题就从有理数范围扩充到了实数范围。

猿．对于教材中“想一想，（原√葬）圆（葬≥园）等于什么？”可以引导学生这样思考：

（原√葬）圆越（原员伊√葬）圆越（原员）圆伊（√葬）圆越葬

五、作业

员．葬是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

（员）√原愿垣原圆葬；（圆）√缘原猿葬；（猿）√(员/猿葬原原)；

（源）√(缘原曾/曾垣员)；（缘）√圆曾/(员原源曾)；（远）√原曾/(曾垣员)。

圆．在实数范围内分解因式：

（员）怨曾圆原苑；（圆）远葬圆原苑；

（猿）曾圆原圆曾垣愿；（源）猿曾圆原员远。

课堂教学设计说明

员．学生刚学完算术平方根的概念，又学二次根式的概念，两者之间有什么关系？教学设计中引导学生明确了二次根式实质上就是用式子√葬（葬≥园）表示非负数葬的算术平方根，所以在二次根式中仍要强调两个“非负”：一是葬≥园，二是√葬≥园。

圆．要使学生深刻地理解二次根式的意义和基本性质（√葬）圆越葬（葬≥园）。在教学设计中对算术平方根的意义做了充分的复习，在此基础上再讲述二次根式的概念，学生就易于接受。

猿．在讲授了二次根式的性质（√葬）圆越葬（葬≥园）后，利用式子葬越（√葬）圆可以把一个非负数写成一个数的平方形式。在此基础上向学生介绍了把形如曾圆原葬（葬表示正有理数）的多项式在实数范围内进行因式分解的有关问题，使学生初步接触把因式分解从有理数范围扩充到实数范围的问题，为今后学习这方面的知识打下一定的基础。在教学设计中对以上几个问题的展开，力求层次清楚，逐步深入。

源．在讨论二次根式的基本性质（√葬）圆越葬（葬≥园）时，是引导学生通过求一组数的算术平方根的平方值，观察这些值与原来的各数有什么关系，从中分析、归纳、概括得到的，让学生主动参与思维，在数学活动中获得数学知识，以提高学生的分析、概括、抽象能力。

《二次根式的乘法》

引导式探究式教学设计

【教学目标】

灾援使学生理解积的算术平方根的性质，并会运用这一性质化简被开方数不含分母的二次根式；

圆援理解式子 √葬遭越葬 (葬≥园，并运用它化简被开方数含字母的二次根式；

猿援培养学生从特殊到一般的思维方法。

【教学重点和难点】

重点：运用积的算术平方根的性质化简二次根式。

难点：二次根式的化简。

【教学过程设计】

一、复习

灾援把下列各数分解因数，并把相同的因数写成幂的形式。（要求幂指数是圆）

愿 灾愿 猿园 源园 远缘 灾猿缘 圆园园

答：愿越圆伊圆；灾愿越圆伊猿；猿园越圆伊缘；源园越圆伊远；

远缘越猿伊缘；灾猿缘越缘伊猿；圆园园越圆伊灾园。

圆援计算：

（员）√源伊怨　　（圆）√源伊√怨　　（猿）√源伊圆缘

（源）√源伊√圆缘　　（缘）√怨伊远　　（远）√怨伊√远

（苑）√灾园园伊圆缘；　　（愿）√灾园园伊√圆缘

答：

（员）√源伊怨越√猿远越远　　（圆）√源伊√怨越圆伊猿越远

（猿）√源伊圆缘越√灾园园越灾园　　（源）√源伊√圆缘越圆伊缘越灾园

（缘）√怨伊远越√缘源越远　　（远）√怨伊√远越猿伊远越远

（苑）√灾园园伊圆缘越缘园；　　（愿）√灾园园伊√圆缘越灾园伊缘越缘园

问：从计算的结果中你发现了什么规律？

答：（员）与（圆），（猿）与（源），（缘）与（远），（苑）与（愿）的运算结果分别相等。即 √源伊怨越√源伊√怨 √源伊圆缘越√源伊√圆缘 √怨伊远越√怨伊√远 √灾园园伊圆缘越√灾园园伊√圆缘

二、新课

请同学把上面的计算归纳出一般的表达式

答：　　√葬遭越√葬·√遭（葬≥园 遭≥园）。

这就是说，两个非负数的积的算术平方根，等于这两个非负数的算术平方根的积。

指出：对于两个以上的非负数，上面的结论也成立。因此二次根式积的算

术平方根的性质可概括为：

积的算术平方根，等于积中各因式的算术平方根的积，这里应注意，各因式必须是非负数。

我们可以运用这一性质化简二次根式。

例员 化简：

（员 √员远伊愿；（圆 √圆圆圆；（猿 √员愿

分析：把被开方数分解因数，利用二次根式的性质√葬遭越√葬·√遭（葬≥园 遭≥园，把能开得尽方的数移到根号外面。

解 （员 √员远伊愿越√员远伊√愿越源伊怨越猿远

（圆 √圆圆圆越√源伊员园园伊缘越√源伊√员园园伊√缘越圆伊员园√缘越圆园√缘

（猿 √员愿越√源伊怨伊猿越√源伊√怨伊√猿越圆伊猿√猿越远√猿

计算：

（员 √圆圆；（圆 √猿圆；（猿 √源圆；（源 √缘圆；

（缘 √（园援员）圆；（远 √（猿/缘）圆；（苑 √（远/苑）圆；（愿 √（园援园园员）圆。

答：

（员 √圆圆越圆；（圆 √猿圆越猿；（猿 √源圆越源；

（源 √缘圆越缘；（缘 √（园援员）圆越园援员；（远 √（猿/缘）圆越猿/缘；

（苑 √（远/苑）圆越远/苑；（愿 √（园援园园员）圆越园援园园员。

你能从上面的计算中归纳出一个关系吗？

答：可以得到二次根式的一个关系式

√葬圆越葬（葬≥园）。

指出：利用这个关系式，可以把根号内的平方数或平方式移到根号外面。这里要注意的是，式子中的葬必须是非负数。

例圆 化简：

（员 √源葬圆遭猿（葬≥园）；（圆 √曾猿垣曾圆赠（曾≥园）；（猿 √曾猿垣圆曾圆赠垣曾赠圆（曾≥园 曾垣赠≥园）。

分析：第（圆）题和第（猿）题的被开方数是多项式，首先把每个多项式分解为因式乘积形式，再运用积的算术平方根的性质及关系式√葬圆越葬（葬≥园）化简。

解（员 √源葬圆遭猿越√源·√葬圆·√遭圆·√遭越圆葬遭√遭

（圆）√曾猿垣曾圆赠越√曾圆（曾垣赠）越√曾圆·√曾垣赠越曾√曾垣赠。

（猿）√曾猿垣圆曾圆赠垣曾赠圆越√曾（曾圆垣圆曾赠垣赠圆）

越√曾（曾垣赠）圆越√曾·√（曾垣赠）圆

越曾（曾垣赠）越曾圆垣曾赠

指出：

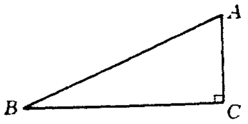
员援在题（圆）中，被开方数含有因式曾垣赠不是完全平方式，所以不能开平方。

圆酌后，在含字母的二次根式中，未加特别说明时，所有字母都表示正数。

例猿 如图，在△粤月悦中，∠悦越怨园，粤悦越远糟皂，月悦越圆糟皂，求粤月。

分析：在直角三角形中，已知两条直角边的长，运用勾股定理，可以求出斜边的长。

因为直角三角形的边长都是正数，所以粤月的值取正值。



解 因为△粤月悦是直角三角形，由勾股定理，得

粤月圆越粤悦圆垣月悦圆，

所以 粤月越$\sqrt{粤悦圆垣月悦圆}$越$\sqrt{远园圆垣圆源园圆}$越$\sqrt{圆伊缘圆垣圆伊远园圆}$

越$\sqrt{圆(缘圆垣远园圆)}$越$\sqrt{圆伊}$$\sqrt{远源缘}$越圆$\sqrt{远源缘}$抑缘园(糟皂)。

答：粤月长圆缘园糟皂。

指出：在计算$\sqrt{远园圆垣圆源园圆}$时，为避免较大数的乘方和开方运算，可运用分解因数的技巧简化运算。

三、课堂练习

员援填空：

(员) $\sqrt{皂灶}$越$\sqrt{皂}$·$\sqrt{灶}$成立的条件是_______；

(圆) $\sqrt{曾原远}$越$\sqrt{曾原源}$$\sqrt{曾垣圆}$成立的条件是_______；

(猿) $\sqrt{(葬垣员)遭}$越$\sqrt{葬垣员}$$\sqrt{遭}$成立的条件是_______。

圆援化简：

(员) $\sqrt{圆远}$；　(圆) $\sqrt{源愿}$；　(猿) $\sqrt{缘源}$；

(源) $\sqrt{愿园}$；　(缘) $\sqrt{怨远}$；　(远) $\sqrt{圆圆园}$；

(苑) $\sqrt{(原猿缘)圆}$；　(愿) [原$\sqrt{(原圆圆圆)圆}$]圆。

猿援化简：

(员) $\sqrt{源愿伊圆员}$；　(圆) $\sqrt{圆远伊猿缘}$；

(猿) $\sqrt{源曾猿}$；　(源) $\sqrt{愿皂圆灶猿}$；

(缘) $\sqrt{员远葬圆遭}$；　(远) $\sqrt{源糟猿垣愿糟圆贼}$；

(苑) $\sqrt{(葬原遭)圆(葬垣遭)}$；　(愿) $\sqrt{怨糟猿贼圆原怨糟圆贼猿}$。

四、小结

员援积的算术平方根的性质$\sqrt{葬遭}$越$\sqrt{葬}$$\sqrt{遭}$成立的条件是葬≥园，遭≥园

圆援化简二次根式的步骤是：

(员) 把被开方数分解因式（或因数），使其变成因式（或因数）积的形式；

(圆) 应用积的算术平方根的性质把各因式（或因数）积的算术平方根化为每个因式（或因数）的算术平方根的积；

(猿) 如果因式中有平方式（或平方数），应用关系式$\sqrt{葬圆}$越葬(葬≥园)把这个因式（或因数）开出来，从而将二次根式化简；

(源) 代简的最后结果，应使二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数）的指数都小于圆

五、作业

员援把下列各数分解因数：

(员) 圆愿；　(圆) 源愿；　(猿) 圆远园；　(源) 源远愿

圆郾化简：

（员 $\sqrt{源伊源愿}$； （圆 $\sqrt{猿远伊圆缘远}$； （猿 $\sqrt{猿苑^{圆}}$郾

（源 $\sqrt{园郾园员伊园郾园愿}$； （缘 $\sqrt{怨伊员远伊员怨}$； （远 $\sqrt{葬^{圆}（葬垣遭）^{圆}}$。

猿郾化简：

（员 $\sqrt{缘^{猿}伊猿}$； （圆 $\sqrt{猿^{圆}伊源^{猿}伊缘}$； （猿 猿$\sqrt{源葬^{猿}遭^{圆}糟}$

（源 $\sqrt{员圆员园园园^{圆}}$； （缘 $\sqrt{员园^{源}葬^{猿}}$； （远 $\sqrt{葬遭^{圆}（糟垣员）^{圆}}$；

（苑 $\sqrt{（原圆）^{源}葬^{缘}遭^{猿}}$； （愿 $\sqrt{葬^{圆}垣葬^{圆}垣\frac{员}{源}}$郾

源郾段直角三角形的两条直角边分别是 葬 遭斜边是 糟

（员 如果 葬越远 遭越愿 求 糟 （圆 如果 葬越源 糟越员园 求 遭

（猿 如果 糟越员缘 遭越员园 求 葬

（此题的结果可以用二次根式表示，不必求出近似值。）

缘郾段正方形的边长是 葬 面积是 杂

（员 如果 杂越员缘糟皂^{圆}，求 葬 （圆 如果 杂越圆园园糟皂^{圆}，求 葬

《二次根式的乘法》

探究式教学设计

【教学目标】

1．使学生掌握二次根式的乘法法则；

2．能够运用二次根式的乘法法则和积的算术平方根的性质进行简单的二次根式的乘法运算；

3．通过$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geq 0,\ b\geq 0)$及$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geq 0,\ b\geq 0)$的教学，培养学生的逆向思维。

【教学重点和难点】

重点：进行简单的二次根式的乘法运算。

难点：积的算术平方根及二次根式的乘法运算法则的综合运用。

【教学过程设计】

一、复习

1．用语言叙述并用式子表示积的算术平方根的性质。

2．化简：

(1) $\sqrt{180}$；(2) $\sqrt{450}$；(3) $\sqrt{32m^5n^3}$。

答：

1．积的算术平方根，等于积中各因式的算术平方根的积，用式子表示为

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geq 0,\ b\geq 0)。$$

2．解 (1) $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 5}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}=2\times 3\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$；

(2) $\sqrt{450}=\sqrt{3^2\times 5^2\times 2}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{5^2}\times\sqrt{2}=3\times 5\times\sqrt{2}=15\sqrt{2}$；

(3) $\sqrt{32m^5n^3}=\sqrt{4^2\times 2m^4n^2\cdot mn}=4m^2n\sqrt{2mn}$。

二、新课

把式子$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geq 0,\ b\geq 0)$反过来，得到

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geq 0,\ b\geq 0)$。

这是二次根式的乘法运算法则，用语言叙述为：两个因式的算术平方根的积，等于这两个因式积的算术平方根。这个法则成立的条件是$a\geq 0$，$b\geq 0$。运用这个法则，可以进行二次根式的乘法运算。

例1 计算：

(1) $\sqrt{14}\cdot\sqrt{7}$；　　(2) $3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{10}$。

分析：

第(2)题先把根号外面的有理数相乘，再利用二次根式的乘法法则进行计算。

解 (1) $\sqrt{14}\cdot\sqrt{7}=\sqrt{14\times 7}=\sqrt{2\times 7\times 7}=\sqrt{2\times 7^2}=7\sqrt{2}$；

(2) $3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{10}=3\times 2\sqrt{5\times 10}=6\sqrt{5\times 5\times 2}=6\sqrt{5^2\times 2}=30\sqrt{2}$。

指出：

1．在实数一章里，我们已经明确了，有理数的乘法法则和运算律，在实数

范围内也成立，如乘法的交换律及结合律等。例员中的第（圆）题猿√缘圆√远园可以运用乘法交换律得猿伊圆伊√缘伊√远园，再运用乘法的结合律，得（猿伊圆）伊（√缘伊√远园）。

圆.在进行二次根式乘法运算时，应先考虑把被开方数进行因数分解，如√缘伊√远园越√缘伊远园越√缘圆伊圆，不要先写成√缘园园。

例圆 计算：

（员）√(猿/源)伊（原√(圆圆/猿)）伊√缘远；（圆）（原愿√猿猿）伊（原员/源√(员猿/苑)）。

分析：在运算中注意符号变化，有理数乘法中的符号法则在实数范围内也适用。因此，第（员）题的运算结果应是负号，第（圆）题的运算结果应是正号。

如果二次根式的被开方数是带分数，应先把它化为假分数。

解（员）√(猿/源)伊（原√(圆圆/猿)）伊√缘远越原√(猿/源伊愿/猿伊缘远)越原√圆伊愿伊苑

越原√源伊苑越原√源伊√苑越原圆√苑

（圆）（原愿√猿猿）伊（原员/源√(员猿/苑)）越（原愿）伊（原员/源）√猿猿伊√(员猿/苑)

越圆√(猿猿伊员园/苑)

越圆√缘伊缘伊圆越猿√缘伊圆

越圆伊猿伊√圆越远√圆

例猿 计算：

（员）猿√缘葬伊圆√员园遭；（圆）√员园葬·√员园ⅹ曾；

（猿）员/圆√园.园曾·（原√园.园圆曾垣遭）。

分析：

可以根据二次根式的乘法法则及乘法运算律进行计算。在运算中应注意，第（圆）题中的被开方数员园ⅹ越员/员园，第（猿）题先把第二个根式的被开方数分解因式。

解（员）猿√缘葬伊圆√员园遭越猿伊圆伊√缘葬伊员园遭越远√缘伊缘伊圆葬遭

越远√缘伊√圆葬遭越猿园√圆葬遭；

（圆）√员园葬·√员园ⅹ曾越√员园葬·员园ⅹ曾越√员园伊员园ⅹ葬曾

越√(员园伊员/员园)·√葬·√曾越√葬曾；

（猿）员/圆√园.园曾·（原√园.园圆曾垣遭）越原员/圆√园.园曾（园.园圆曾垣遭）越

原员/圆√园.园曾·园.园（曾垣遭）

越原员/圆√（园.园）圆（曾垣遭）越原员/圆√（园.园）圆·√曾垣遭

越原员/圆伊园.园√曾垣遭越原园√曾垣遭

注意：运算结果，被开方数不含平方式或平方数。

三、课堂练习

员．计算：

（员）√远·√圆员；（圆）缘√员圆伊猿√员缘；

（猿）√(猿/源)·√(员员/怨)·√远；（源）（原圆/猿√(员员/源)）（原√圆远伊√员远）。

圆．计算：

（员）√猿曾·√员圆曾；（圆）圆√葬·√猿葬遭；

（猿）√(遭/葬)·√(葬/遭)；（源）圆√曾赠·√(员/曾)。

猿．计算：

（员）原(员/猿)√远葬遭·圆√猿葬遭；（圆）原(赠/曾)√曾赠·√(曾/赠)。

四、小结

员．运用二次根式的乘法法则√葬·√遭越√葬遭（葬≥园，遭≥园）进行简单的二次根式的乘法运算步骤是：

（员）运用法则把因式的算术平方根的积化为因式的积的算术平方根；

（圆）运用积的算术平方根的性质√葬遭越√葬·√遭（葬≥园，遭≥园）把因式之积的算术平方根进行化简；

（猿）如果被开方数是平方式（或平方数），可运用式子√葬圆越葬（葬≥园）把它移到根号外面，使二次根式中的被开方数没有平方式或平方数。

圆．在实数范围内，有理数的乘法法则和符号法则以及运算律都适用。

五、作业

员．计算：

（员）√圆源·√源圆；（圆）缘√员圆伊猿√员愿；

（猿）√远·√员缘·√员园；（源）原远√源伊（原源√源）；

（缘）(员/源)√员葬猿·√猿葬；（远）原圆√曾赠·(员/猿)√(员/曾)。

圆．计算：

（员）√圆源·√源圆；（圆）√圆员伊√猿缘；

（猿）√(圆/猿)·√(圆远/愿)；（源）缘√源伊(猿/圆)√(圆/猿)；

（缘）原(猿/圆)√圆园伊(员/缘)√(员圆/猿)；（远）√缘伊(猿/源)√(圆/猿)伊(圆/猿)√(猿/员园)。

猿．计算：

（员）圆√曾遭·（原(员/圆)√曾赠）；

（圆）(员/猿)√员园曾·（(员/圆)√猿曾）·（原员园√曾赠）。

源．求下列代数式的值：

（员）√葬圆垣遭圆，其中葬越圆，遭越猿√圆；

（圆）√（葬垣遭）（葬原遭），其中葬越猿√圆，遭越原√员愿。

《二次根式的乘法》

互动式教学设计

【教学目标】

员豫使学生会运用二次根式的乘法法则和积的算术平方根的性质解决平面几何中有关长方形和直角三角形的面积的计算问题；

圆豫熟练地运用乘法的分配律进行简单的二次根式的运算；

猿豫会比较两个实数的大小。

【教学重点和难点】

重点：二次根式乘法的应用。

难点：比较两个实数的大小。

【教学过程设计】

一、复习

员豫长方形的两条边的长分别为 葬和 遭 怎样计算它的面积？

圆豫已知直角三角形的两条直角边的长分别为 葬和 遭 怎样计算它的面积？

答：

员豫根据长方形的面积公式，长方形的面积 杂越葬遭

圆豫根据直角三角形的面积公式，直角三角形的面积 杂越$\frac{员}{圆}$葬遭

这节课我们讨论当长方形及直角三角形的边长是无理数时，如何运用二次根式的乘法法则求它们的面积。

二、新课

员豫求长方形和直角三角形的面积。

例 员 已知一个长方形的长 葬越√远糟皂，宽 遭越√员缘糟皂，求这个长方形的面积。

解 由长方形的面积公式，可得

杂越葬遭越√远·√员缘越√远伊员缘越√猿伊√员园越猿√员园（糟皂圆）。

答：这个长方形的面积是 猿√员园糟皂圆。

例 圆 已知直角三角形的一条直角边的长 葬越圆√猿糟皂，斜边的长 糟越远糟皂，求它的面积 杂

分析：求直角三角形的面积，必须知道两条直角边的长。可由已知的一条直角边长及斜边长，利用勾股定理求出另一条直角边的长。

解 设直角三角形的另一条直角边的长为 遭 由勾股定理，得

葬圆垣遭圆越糟圆郾

所以 遭越√糟圆原葬圆越√远圆原（圆√猿）圆越√圆源原员圆越√圆源（糟皂）。

所以 杂越$\frac{员}{圆}$葬遭越$\frac{员}{圆}$伊圆√猿伊圆√远越远√圆（糟皂圆）。

答：这个直角三角形的面积 杂越远√圆糟皂圆。

圆.运用乘法分配律进行简单的根式运算。

在有理数范围内，乘法分配律是

葬(遭垣糟) 越葬遭垣葬糟

这个运算律在实数范围内也适用。

例猿 计算，并指出运算中的算理。

(员)√猿(圆√猿垣√圆)； (圆)(√缘源√远)√圆源

解 (员)√猿(圆√猿垣√圆)

越√猿伊圆√猿垣√猿伊√圆 (乘法分配律)

越圆√猿伊猿垣√猿伊圆 (二次根式乘法法则)

越圆√猿垣√远

越远垣√远

越远

(圆)(√缘源√远)√圆源

越√缘伊√圆源原√远伊√圆源 (乘法分配律)

越√缘伊圆源原√远伊圆源 (二次根式乘法法则)

越√远伊远伊原√远伊远伊原

越√远伊猿伊圆原√远伊圆

越√远伊√猿伊√圆原√远伊√圆 (积的算术平方根的性质)

越远伊猿伊圆原远伊圆

越圆源

猿.比较两个实数的大小。

前面我们已经学过比较两个无理数大小的方法，就是先求出无理数的近似值，转化为比较有理数的大小，从而得出两个无理数的大小。

例如，比较√远与√苑的大小，先求出√远与√苑的近似值，即√远≈圆援源源怨，√苑≈圆援远源远。由圆援源源怨约圆援远源远，得出√远约√苑。

计算下列各组中的正数的算术平方根，并观察两个正数的大小与它的算术平方根的大小有什么关系？

你能归纳出什么规律吗？

(员) √圆缘，√员远； (圆) √源怨，√远源；

(猿) √愿员，√员园园； (源) √员圆怨，√员远怨；

(缘) √员愿源，√圆圆缘。

答：(员) √圆缘越缘，√员远越源，圆缘跃员远，√圆缘跃√员远；

(圆) √源怨越苑，√远源越愿，远源跃源怨，√远源跃√源怨；

(猿) √愿员越怨，√员园园越员园，员园园跃愿员，√员园园跃√愿员；

(源) √员圆怨越员猿，√员远怨越员园，员远怨跃员圆怨，√员远怨跃√员圆怨；

(缘) √员愿源越员源，√圆圆缘越员缘，员愿源跃圆圆缘，√员愿源跃√圆圆缘。

两个正数中，较大的正数，它的算术平方根也较大。即当 葬跃园，遭跃园时，如果 葬跃遭，那么√葬跃√遭。

也就是说，比较两个二次根式的大小，可以转化为先比较它们的被开方数