目　　录

中学数学考试当用题型与解题技巧训练（三）

数学应用题分类分析

通过对中考应用题的分类选析，使学生掌握初中阶段应用题的基本类型及其解题要点。

行程问题是应用题中最基本而又较为复杂的问题型。它包含了一般的行程问题 相遇问题、追及问题、航行问题及环行问题等。本文福建陈志城老师先对一般行程问题和相遇问题的解法一作一介绍。

员援一般行程问题

一般行程问题的基本等量关系是 路程 越速度 伊时间？

例 员 粤 月两地相距 猿园公里，甲、乙二人同时从 粤地出发步行去 月地，甲比乙每小时多走 圆公里，结果甲比乙早到 员小时，甲、乙二人每小时各走多少公里？

分析 本题属一般行程问题求速度的题型。

设乙每小时走 曾公里，则甲每小时走（曾垣圆）公里，那么从 粤地到 月地，甲用时间$\frac{\text{猿园}}{\text{曾垣圆}}$小时，乙用时间$\frac{\text{猿园}}{\text{曾}}$小时。

根据题意，甲比乙早到 员小时，得方程$\frac{\text{猿园}}{\text{曾}}$原$\frac{\text{猿园}}{\text{曾垣圆}}$越员

解得 曾员越原 曾圆越原远

经检验，曾员越原 曾圆越原远都是原方程的根，但速度为负数，不合题意，所以取 曾越原这时 曾垣圆越远 （答略）

注意 列方程解应用题，既要检验所求未知数的值是不是方程的解，还要检验方程的解是否符合题意。

圆援相遇问题

相遇问题的基本等量关系是：

员援相遇时，两人所走路程的和等于两地的距离。

圆援同时出发到相遇时，两人所用时间相等。

例 圆 粤 月两地间的路程为 猿远公里。甲从 粤地，乙从 月地同时出发相向而行，二人相遇后，甲再走 圆小时 猿园分到达 月地，乙再走 员小时 猿远分到达 粤地，求二人的速度。

这是相遇后继续行走的题型，中考题中经常出现。

一般有三种解法：

①设甲的速度为 曾公里辕小时，乙的速度为 赠公里辕小时，那么到相遇时，甲走了 员援缘赠公里，所用时间$\frac{\text{员援缘赠}}{\text{曾}}$小时；乙走了 圆援源曾公里，所用时间$\frac{\text{圆援源曾}}{\text{赠}}$小时。根据相遇问题的基本等量关系，得。

$$\begin{cases} \text{圆援源曾垣员援缘赠越猿远} \\ \frac{\text{员援缘赠}}{\text{曾}}\text{越}\frac{\text{圆援源曾}}{\text{赠}}\text{。} \end{cases}$$

②设二人相遇时，甲走了 曾公里，则乙走了（猿远原曾）公里，那么甲的速度为$\frac{\text{猿远原曾}}{\text{圆援源}}$公里辕小时，乙的速度为$\frac{\text{曾}}{\text{员援缘}}$公里辕小时。

相遇时两人所用的时间相等，依此可得方程

$$\frac{\frac{曾}{猿原曾}}{圆豫}=\frac{\frac{猿原曾}{曾}}{员豩}，得(\frac{曾}{猿原曾})^{圆}=\frac{员豩}{圆豫}$$

结论 相遇后两人所走路程的比的平方等于各自所用时间的比。

③设二人同时出发后经过 贼小时相遇，因为同一路程速度与时间成反比，而二人的速度不变

所以 $\frac{员\frac{猿}{缘}}{贼}越\frac{贼}{圆\frac{员}{圆}}$于是 $贼越员\frac{猿}{缘}伊圆\frac{员}{圆}$。

结论：二人同时出发，相遇的时间是相遇后二人各自所用时间的比例中项。

请读者用以上介绍的方法解答下面两道题。

员援货车与客车同时分别从甲、乙两城沿同一公路相向出发，它们在途中相遇，此时货车比客车多走了 员圆园公里。相遇后，货车再经过 源小时到达乙城，客车再经过 怨小时到达甲城，若货车与客车在途中各自的速度保持不变，试求甲、乙两城之间的路程。（远园园公里）

圆援甲从 粤地，乙从 月地同时出发相向而行，两人相遇后，甲再走 源小时达 月地，乙再走 怨小时到达 粤地，已知甲比乙每小时多走 员公里，求甲、乙的速度。（甲 猿公里/小时，乙 圆公里/小时）

例 缘 甲、乙两人分别从 粤 月两地同时出发，匀速相向而行，在相距 月地公里处相遇，相遇后两人又继续按原速度前进，当他们分别到达 月地、粤地后立刻返回，又在距 粤地 源公里处相遇。求 粤 月两地相距多少公里。

这是二次相遇的题型。

分析 设 粤 月两地相距 曾公里，因为甲、乙两人是同时相向而行，所以相遇时，两人所用时间相同，而且都是匀速，所以有

$$\frac{甲的速度}{乙的速度}越\frac{第一次相遇时甲走的路程}{第一次相遇时乙走的路程}越\frac{第二次相遇时甲走的路程}{第二次相遇时乙走的路程}。得\frac{曾原远}{远}越\frac{圆曾原源}{曾垣源}$$

猿援追及问题

追及问题的基本等量关系是：

员援追及时，两人所走路程的差等于被追赶的距离；

圆援从开始追赶到追及时，两人所用时间相等。

例 甲乙两人从某地同向出发，甲骑自行车，乙步行。如果乙先走 圆园公里，甲用 圆小时就能追上乙，如果乙先走 员小时，甲只用 源园分钟就能追上乙，甲乙的两人速度各是多少？（员怨愿怨年福建省中招试题）

分析 设甲的速度为 曾公里/小时，乙的速度为 赠公里/小时。因为追者乙，两人所走路程的差等于被追赶的距离，故得

$$\begin{cases}圆曾原圆赠越圆园\\ \frac{源园}{远园}曾原\frac{源园}{远园}赠越员伊赠\end{cases}$$

源援航行问题

航行问题的基本等量关系是：

①船顺速度 越船的速度 垣水流速度；

②船逆流速度 越船的速度 原水流速度。

例 水利勘察队乘船由 粤地顺流而下到 月地，即时又逆流而上到 悦地（悦 月之间），共需 源小时。已知船在静水中的速度为 苑援缘公里/小时，水流速 圆援缘公里/小时，若 粤 悦两地距离为 员园公里，求 粤 月两地的距离。（员怨怨缘年省中招试题）

分析 设 粤 月两地的距离为 曾公里，那么由 月逆流而上到 悦地的距离为 曾原园公里。

根据题意，得 $\frac{曾}{苑援园恒圆援缘} 恒 \frac{曾原园}{苑援园原圆援缘} 越 原$

注意 如果 悦地不在 粤 月之间，而在 粤地的上游，结果如何？

缘援 环行问题

环行问题，同向出发是追及题型，背向出发是相遇题型，等量关系可以表示：

同向追及：快者走的路程一慢者走的路程 越 环形周长；

背向相遇：快者走的路程 恒 慢者走的路程 越 环形周长。

并且，同时出发相遇或追及时，两人所用时间相等。

例 甲乙二人从环形跑道上的同一地点同时骑车出发，相背匀速相遇时甲比乙多行 远园米，相遇后，甲再经过 愿秒，乙再经过 员愿秒，继续行到原出发地。求甲、乙二人骑车的速度和这环行跑道的周长。（员怨愿缘年中招试题）

分析：属环行背向相遇题型。

设甲骑车的速度为 曾米 辕秒，乙骑车的速度为 赠米 辕秒，那么相遇时了 员愿赠米，用了 $\frac{员愿赠}{曾}$秒，乙走了 愿曾米，用了 $\frac{愿曾}{赠}$秒。环形跑道的周长为（愿曾恒员愿赠）米。

根据题意，得 $\begin{cases} 员愿赠原愿曾越远园 \\ \frac{员愿赠}{曾}越\frac{愿曾}{赠} \end{cases}$

远援 漂流问题

行程问题中，尚有一类称之为“公共汽车超越问题”或“漂流问题”与环行问题相类似，后者与航行问题有关系。解题需有一定技巧。

例 某人在马路上行走，环行公共汽车每隔 葬分钟就有一辆与甲面相遇，每隔 遭分钟就有一辆从背后越过此人。若人与汽车均做匀速运动，汽车站每隔几分钟发车一趟。（员怨愿怨年太原市中招试题）

分析：设人的速度为 曾公共汽车的速度为 赠显然

迎面相遇的两车距离为：葬曾恒葬赠

背后越过的两车距离为：遭赠原遭曾

根据题意，得 葬曾恒葬赠越遭赠原遭曾 曾越$\frac{遭原葬}{遭恒葬}$赠

再设公共汽车每隔 贼分钟发车一趟，于是 贼赠越葬曾恒葬赠

代入，得 贼越$\frac{圆葬遭}{葬恒遭}$

苑援 整体“员法”简介

在解行程问题时，有时把路程看作整体 员可使解题简便，值得借鉴。

例 怨 在甲、乙两站间有 猿个停靠站，行驶着一班慢车和一班快车。慢车站停靠 员园分钟，快车从甲直达乙不停靠，且快车的时速比慢车快 圆园豫。现甲站发出的慢车将与过 员小时后从甲站发出的快车同时到达乙站，求快车，甲、乙间行驶了多少时间。

分析 如果把慢车的速度看作 员（速度单位），那以快车的速度是 员援圆

设快车在甲、乙两站间行驶了 曾小时，那么慢车行驶了（曾恒原$\frac{员园}{远园}$）伊猿小时。

根据题意，得 员援圆曾越员伊（曾恒员原$\frac{猿园}{远园}$）。

例 员园 甲、乙两车从 粤 月两地同时相向而行，相遇后，各用原速度继续前甲车再行 源小时到达 月地，乙车再行 怨小时到达 粤地，求甲、乙两车行完全各用多少小时？

分析 如果把全程看作 员设甲车行完全程需 曾小时，则乙车行完全程需（源恒

怨小时。

根据题意，得 $\frac{源}{曾}垣\frac{怨}{曾垣缘}越员$

注意：在行程问题中，如果未知两地间的距离，而所求的未知量是时间，考虑整体"员"的解法。

愿工程问题

工程问题的基本等量关系是：

工作量越工人效率伊工作时间。

工程问题可分为两类：一类是已知工作总量一类是设工作总量为员

（员）已知工作总量　这类问题与行程问题相类似。

例员　某车间加工员源园个零件，在加工完愿园个后，进了操作方法，每天能多加工员缘个，一共用了远天完成任务。求改进方法后每天加工的零件数，（员愿愿缘年天津市中招试题）

分析：设改进操作方法后每天加工零件曾个，那么改进操作方法每天能加工零件（曾原员缘）个，根据题意

改进前所用进间垣改进后所用时间越远天，

亦 $\frac{愿园}{曾原员缘}垣\frac{员源园原愿园}{曾}越远$

例圆　某车间加工猿园园个零件，加工圆天后，由于改进了操作方法，每天能多加工圆园个零件，结果提前源天完成任务，问改进操作方法前每天加工多少个零件？（员愿愿远年河北承德中招试题）

分析：设改进操作方法前每天加工零件曾个，那么改进操作方法后每天加工零件（曾垣圆园）个，根据题意

原计划用时原实际用时越源天。

亦 $\frac{猿园园}{曾}原(圆垣\frac{猿园园原圆曾}{曾垣圆园})越源$

注意：例员是已知加工完一定的数量，例圆是已知工作一定的时间，然后都改变了工作效率，请比较它们的异同。

例猿　某车间承包装配缘园园台机器，由于改进了技术，每天多装配圆台，结果比合同规定的提前圆天完成，还多装配了远台，求合同规定的天数。（员愿愿愿年南京市中招试题）

分析：如果设合同规定完成的天数为曾每天装配的台数为赠根据题意可出方程组

$$\begin{cases}曾赠越缘园园\\(曾原圆)(赠垣圆)越缘园园垣远\end{cases}$$

本题还可以直接设合同规定曾天完成，列方程 $\frac{缘园园垣远}{\frac{缘园园}{曾}垣圆}越曾原圆$ 求解。也可间接设合同规定每天应装配机器曾台，列方程 $\frac{缘园园}{曾}原\frac{缘园园垣远}{曾垣圆}越圆$ 求得。

（圆）设工作总量为员　这类问题的特点是题中工作量没有具体给定，而仅作时间，必须把完成全部工程的时间转化工作效率。

例员　一项工程，甲队做完需要皂天，乙队做完需要灶天，若甲乙两队合完成这项工程需要的天数为（　）。（员愿愿远河南省中招试题）

（粤）皂垣灶；　（月）$\frac{皂垣灶}{圆}$；　（悦）$\frac{皂垣灶}{皂灶}$；　（阅）$\frac{皂灶}{皂垣灶}$。

分析：这是一道题中工作量没有具体给定，设其为员的典型题，需要把时间转化为工作效率。

这项工程，甲队做完需要皂天，每天完成工程的$\frac{员}{皂}$，乙队做完需要灶天，每完

成工程的$\frac{\text{员}}{\text{灶}}$,所以两队合作,每天完成工程的$\left(\frac{\text{员}}{\text{皂}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{灶}}\right)$,从而完成全部需要的天数是 员垣$\left(\frac{\text{员}}{\text{皂}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{灶}}\right)$越$\frac{\text{皂灶}}{\text{皂垣灶}}$故应选(阅)。

例 圆 甲乙两人合做某项工作,源天以后,因乙另有任务被调走,甲再做 圆天完成,已知甲单独做这项工作比乙单独做快 猿天,问甲、乙单独完成这项各需要几天?(员怨怨远年成都市中招试题)

分析 设甲单独完成这项工作需要 曾天,则乙需要(曾垣猿)天,根据题意

甲完成工作量 垣乙完成工作量 越员

亦$\frac{\text{员垣圆}}{\text{曾}}$垣$\frac{\text{源}}{\text{曾垣猿}}$越员

怨援浓度问题和变化率问题

浓度问题的基本等量关系是:

浓液 越溶质 垣溶剂　　　溶质 越溶液 伊浓度

浓度问题有如下四种常见题型

(员)基本型

①求溶剂

例 员 浓度为 苑缘豫的酒精溶液 曾克,其中含水____克。(员怨怨远年杭州市中招试题)

分析 酒精含量 越酒精溶液 伊浓度 越园援苑缘曾(克),

含水量 越酒精溶液 原酒精含量 越曾原园援苑缘曾越园援圆缘曾(克),或 含水量 越酒精溶液 伊含水度 越(员原园援苑缘)曾越园援圆缘曾(克)。

②求浓度

例 圆 在 圆园克浓度为 圆园豫的盐水内,加入 曾克盐后,其浓度为____。(员怨怨愿年江苏盐城市中招试题)

分析 浓度 越$\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$越$\frac{\text{园援圆园伊圆园垣曾}}{\text{圆园垣曾}}$越$\frac{\text{缘垣曾}}{\text{圆园垣曾}}$

(圆)稀释型

例 猿 要把浓度为 怨缘豫的酒精溶液 远园园克稀释成浓度为 苑缘豫的酒精溶液,需加蒸馏水多少克?(员怨怨远年广东省中招试题)

分析 设需加蒸馏水 曾克。

等量关系 加水前酒精含量等于加水后酒精含量。

亦 园援怨缘伊远园园越园援苑缘(远园园垣曾)。

(猿)加浓型

例 源 实验室只有含盐 圆园豫的盐水 缘园公斤,现要将它配制成浓度为 圆缘豫的盐水,问需要加入多少公斤盐?(员怨怨愿年广东中招试题)

分析 设需要加盐 曾公斤。

等量关系 员加浓前后溶剂量不变。

亦 (员原园援圆园)伊缘园越(员原园援圆缘)(缘园垣曾)。

等量关系 圆加盐前的含盐量 垣所加的盐 越加盐后的含盐量。

亦园援圆园伊缘园垣曾越园援圆缘(缘园垣曾)。

例 缘 在浓度为 员缘豫的食盐水中加入 圆公斤食盐后,其浓度为 圆园豫,原来的食盐水重多少?(员怨怨远年天津市中招试题)

分析 这是一道逆向的加浓型题目,同学们可仿例 源两种方法解之。

(源)混合型

例 远 把含盐 源园豫和含盐 员缘豫的两种食盐水混合制成含盐 圆园豫的食盐水 缘公斤,应取这两种盐水各多少公斤?(员怨怨远年北京市中招试题)

分析 设应取含盐 源园豫的盐水 曾公斤,则应取含盐 员缘豫的盐水(缘原曾)公斤。

等量关系：混合前两种食盐水的含盐量越混合后食盐水的含盐量。

亦　园援源曾垣园援缘(缘原曾)越园援猿伊缘

例苑　要配制含盐远豫的食盐水苑园园克，已有含盐缘豫的食盐水圆园园克，还需要含盐愿豫的食盐水和水各多少克？(员怨怨缘年福建省中招试题)

分析：设还需要含盐愿豫的食盐水曾克和水赠克，则类似上列有

曾垣赠垣圆园园越苑园园
园援园愿曾垣园援园缘伊圆园园越园援园远伊苑园园

下面谈谈变化率问题。

变化率问题可以归结成公式　葬(员依则/葬)灶越粤

其中，葬为原来基数，粤为变化后的目标数，则/葬为变化率，则为每次的变化数，增长取正号，下降取负号，灶为变化次数。

变化率问题有两种题型。

(员)增降率问题

例员　某钢铁厂今年一月份钢的产量为源万吨，第一季度共生产钢员猿援圆万吨，问二、三月份平均每月的增长率是多少？(员怨怨远年南京市中招试题)

分析：设平均每月增长的百分率为曾，那么二月份的产量为源(员垣曾)吨，三月份的产量为源(员垣曾)(员垣曾)越源(员垣曾)圆，根据题意，得

源垣源(员垣曾)垣源(员垣曾)圆越员猿援圆

解题时，可把(员垣曾)看作是一个整体未知数。

例圆　某工厂计划从员怨怨源年到员怨怨远年把某种产品的成本下降员怨豫，求平均每年下降的百分数。(员怨怨远年河南省中招试题)

分析：下降了员怨豫，就是原来的愿员豫。设平均每年下降曾豫，则

(员原曾/员园园)圆越愿员/员园园

(圆)溶液回倒题型

例猿　容积为圆园升的容器内装满纯酒精，第一次倒出一部分后，注满水，第二次倒出与第一次同样数量的酒精溶液，再注满水，此时容器内的水是纯酒精的猿倍，求第一次到出的酒精数量。(员怨怨愿年广西北海市中招试题)

分析：设第一次倒出酒精曾升。

列表解法	倒出溶液数	倒出精数	剩下酒精数
原来			圆园
第一次	曾	曾	圆园原曾
第二次	曾	(圆园原曾)/圆园 曾	圆园原曾原(圆园原曾)/圆园 曾

关键是第二次倒出的酒精不是纯酒精，而是浓度为(圆园原曾)/圆园的酒精溶液。容器内的水是纯酒精的猿倍，表明纯酒精是酒精溶液的员/源，所以提据题意，得

圆园原曾原(圆园原曾)/圆园 曾越员/源伊圆园

公式解法：原来基数葬越圆园，变化后的目标数粤越员/源葬越缘，变化次数灶越圆，下降取负号。

亦　圆园(员原曾/圆园)圆越缘

例源　甲容器里有纯酒精愿克，乙容器里有水员远克，两容器均未盛满，今把甲

容器的酒精倒入乙容器若干克，再把乙容器中的混合液倒回甲容器一部分，这部分是甲容器倒入乙容器数的圆倍，这时，甲容器中的酒精溶液的浓度为远园豫，问从甲容器倒入乙容器酒精多少克？（员怨愿源年石家庄市中招试题）

分析 设从甲容器中倒入乙容器的酒精是曾克，则有等量关系：

甲容器酒精原倒入乙容器数十乙容器回倒数越浓度为远园豫的酒精溶液。

那么，乙容器倒回甲容器多少酒精呢？乙容器原有水员园园克，得到甲容器倒入的酒精曾克，浓度为 曾/(员园园垣曾)，所以倒回的酒精是 曾/(员园园垣曾)窑圆曾克。

变化后甲容器的酒精溶液是愿园原曾垣圆曾越（愿园垣曾）克，于是有

愿园原曾垣 曾/(员园园垣曾)窑圆曾越 远园/员园园（愿园垣曾）。

员园援图形问题与盈不足问题

首先谈谈图形问题。

（员）等积变形问题

例员 要锻造一个长、宽、高分别为猿园厘米、圆园厘米、愿厘米的长方体底板，应截取直径为圆园厘米的圆钢多长？（精确到园援员厘米，取π越猿援员源）

分析 等积变形问题的等量关系是

物体变形前的体积越物体变形后的体积。

设应截取圆钢长曾厘米。根据题意，得

π伊员园圆伊曾越猿园伊圆园伊愿

（圆）图形面积问题

例圆 如果一个矩形的长和宽各增加原来的一半，则它的面积增加猿圆糟皂圆，如果它的长增加员园糟皂，宽减少员糟皂，则它的面积增加一倍，求这个矩形的长和宽。（员怨愿愿年山东省中试题）。

分析 设矩形的长为曾糟皂，宽为赠糟皂，则矩形的面积为曾赠糟皂圆。

根据题意，得

（曾垣 员/圆 曾）（赠垣 员/圆 赠）越曾赠垣猿圆
（曾垣员园）（赠原员）越圆曾赠

例猿 一边靠墙三边用竹篱笆围成长方形鸡场，如果墙长为员缘米，竹篱笆总长为猿缘米，所围成的鸡场面积是员缘园米圆，求鸡场的长与宽各是多少？（员怨愿愿年深圳市中招试题）

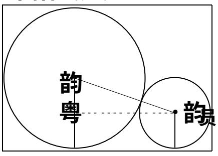
分析 设鸡场的长是曾米，则宽为 (猿缘原曾)/圆 米。

根据题意，得 曾伊 (猿缘原曾)/圆 越员缘园

注意 求出鸡场的长曾不能超过墙长员缘米。

（猿）几何图形问题

例源 一块长圆缘糟皂，宽员远糟皂的矩形铁板，在去掉一个与三边相切的圆后，剩下的铁板能剪出的最大圆的直径是多少？（员怨愿远年陕西铜市中招试题）



分析 如图所示，剪出的最大圆韵员必定要跟矩形两边及⊙韵相切，⊙韵员的半径设为曾糟皂。

显然，两圆的连心线韵韵员必定经过切点，且与矩形三边相切的⊙韵半径是矩形宽的一半愿糟皂。

于是有 韵韵员越愿垣曾，韵粤越愿原曾，粤韵员越圆缘原愿原曾

根据勾股定理，得（愿原曾）圆垣（员苑原曾）圆越（愿垣曾）圆。

下面再谈谈盈不足问题。

盈不足问题关键是从盈（过剩），不足两个角度来把握住事物的总量，它往往

能对一些应用题的解法进行简化。

例1 某工人从家骑自行车去工厂，如果以每小时16公里的速度行驶，可提前15分钟到厂，如果以每小时9.6公里的速度行驶，则迟到15分钟到厂，这位工人的家到工厂的距离。(1987年吉林省中招试题)

分析：设这位工人从家正点到工厂要走t小时，距离为s公里，一方面距离$s=16\left(t-\frac{1}{4}\right)$，另一方面距离$s=9.6\left(t+\frac{1}{4}\right)$。

根据题意，得$16\left(t-\frac{1}{4}\right)=9.6\left(t+\frac{1}{4}\right)$。

例2 某工厂计划生产一批机器，如果每天比原计划超产2台，10天就能完成，如果生产效率比原计划提高60%，则可提前4天完成并超产8台，问原计划每天生产几台？原计划几天完成？(1995年福建泉州市中招试题)

分析：设原计划每天生产x台，原计划y天完成，则计划生产的机器总数为员一方面等于$10(x+2)$，另一方面等于$(1+60\%)x(y-4)-8$。于是

根据题意，得$\begin{cases}10(x+2)=xy\\(1+60\%)x(y-4)-8=xy\end{cases}$

1.3 和差倍比问题与调配问题

和差倍比问题的基本等量关系，一般是通过题中的一些关键词语明显地表达出来，如“和、差、倍、多、少、大、小”等等。它们与布列方程有着直接关系，解题时必须弄清其确切的含义。

例1 生产队有两块大豆地，去年共收大豆800公斤，今年改用良种后，这两地共收大豆870公斤。已知第一块地增产10%，第二块地增产8%，求这两块地今年各收大豆多少公斤？(1995年长春市中招试题)

分析：设两块地去年各收大豆x公斤和y公斤，那么今年第一块地可以收大豆$(1+10\%)x$公斤，第二块地可收大豆$(1+8\%)y$公斤。

根据题意，得

$$\begin{cases}x+y=800\\\left(1+\frac{10}{100}\right)x+\left(1+\frac{8}{100}\right)y=870\end{cases}$$

本题若采用直接设元法，则解法反而较为复杂，有趣的同学可试试看。

例2 第一个容器有49升水，第二个容器有56升水，如果将第二个容器的水倒满第一个容器，那么第二个容器剩下的水是这个容器容量的$\frac{1}{2}$；如果将第一个容器的水倒满第二个容器，那么第一个容器剩下的水是这个容器容量的$\frac{1}{3}$，求这两个容器的容量。(1988年山西省中招试题)

分析：解这道题的关键是弄清两个容器的容量该怎样表示？

(1)间接设元法 设从第二个容器倒出x升水可装满第一个容器，那么第一个容器的容量是$(49+x)$升。设从第一个容器倒出y升水可装满第二个容器，那么第二个容器的容量是$(56+y)$升，则

$$\begin{cases}56-x=\frac{1}{2}(56+y),\\49-y=\frac{1}{3}(49+x)。\end{cases}$$

(2)直接设元法 若设第一个容器的容量是x升，第二个容器的容量是y升。那么第二个容器倒给第一个容器$(x-49)$升，剩下$56-(x-49)$升水；第一个容器倒给第二个容器$(y-56)$升，剩下$49-(y-56)$升水，于是根据题意，有方程组

缘远原（曾原愿越$\frac{员}{圆}$赠
源远原（赠原缘越$\frac{员}{猿}$曾

例猿 甲、乙两农场土地面积之比为圆∶员去年两场共收粮食源远万公斤，其亩产之比是员∶援求去年两场各收粮食多少万公斤？（员怨愿年山西雁北中招试题）

分析 这是一道比的题型，注意根据比来设元。设甲农场的面积为圆曾亩，则乙农场的面积为曾亩，再设甲农场亩产量为赠公斤，则乙农场产量为员援赠公斤。所以甲农场的粮食产量为圆曾赠万公斤，乙农场的粮食产量为员援曾赠万公斤。根据题意，得

圆曾赠垣员援曾赠越源远援

调配问题包含劳力调配和产品配套两种题型。

①劳力调配题型

劳力调配的基本等量关系是 原有垣调配越现有。

例员 某油田有甲、乙两个作业队，甲队有工人员远愿名，乙队有工人远名，现因工作需要，需增加新工人愿名，问应如何调配，才能使甲队的人数为乙队人数的圆倍？（员怨愿年吉林省中招试题）

分析 设若调配给甲队曾人，则应调配给乙队（愿原曾）人，这样，甲队现有（员远愿垣曾）人，乙队现有［远垣（愿原曾）］人，根据题意，得

员远愿垣曾越圆［远垣（愿原曾）］。

①产品配套题型

产品配套的基本等量关系是 加工总量成比例。

例圆 某车间每天能生产甲种零件员圆个，或者乙种零件员圆个，或者丙种零件圆圆个。甲、乙、丙三种零件分别取猿个、圆个、员个才能配成一套，要在猿远天内生产最多的成套产品，问甲、乙、丙三种零件各应生产几天？（员怨愿年福建省中招试题）

分析：（员）直接设元法 若设甲、乙、丙三种零件应分别生产曾天、赠天、扎天，则分别可生产零件员圆曾个、员圆赠个、圆圆扎个。

根据题意，甲、乙、丙三种零件分别取猿个、圆个、员个才能配成一套，所以它们各需配成$\frac{员圆曾}{猿}$套，$\frac{员圆赠}{圆}$套、圆圆扎套。生产最多的成套产品，则所配成的套应该相等。所以布列出方程组

曾垣赠垣扎越猿远
$\frac{员圆曾}{猿}$越$\frac{员圆赠}{圆}$越圆圆扎。

（圆）间接设元法 既然甲、乙、丙三种零件分别取猿个、圆个、员个才能配成一套，那么生产最多的成套产品，就应分别生产甲、乙、丙三种零件各猿曾、圆曾、曾个。于是甲需生产$\frac{猿曾}{员圆}$天，乙需生产$\frac{圆曾}{员圆}$天，丙需生产$\frac{曾}{圆圆}$天，根据题意，得$\frac{猿曾}{员圆}$垣$\frac{圆曾}{员圆}$垣$\frac{曾}{圆圆}$越猿远

数字问题的基本等量关系是：

一个两位数越十位上的数伊员园垣个位上的数。

例员 有一个两位数，十位上的数字的大小是个位上的数字的大小的圆倍，如果把这两个数字的位置对换，那么所得的新数比原数小猿远，求这个两位数。（员怨愿年北京市中招试题）

分析 员若设个位上的数为曾则十位上的数为圆曾 这个原两位数是员园伊圆曾垣曾把两个数的位置对换，得到的新数是员园伊曾垣圆曾 于是根据题意，有

员园曾垣圆曾越员园伊圆曾垣曾原猿远

分析 圆用列举法

十位上的数是个位上的数的 圆倍,则个位上的数只能是 员圆猿源所组成的两位数是 圆员源圆远猿愿源把两个数的位置对换所得的新数比原数小 圆苑显然只有 远猿满足条件,所以这个两位数是 远猿

用列举法解数字问题有助于培养推理判断的能力。

初中数学应用问题八种类型

《九年义务教育初中数学教学大纲》指出，初中数学的教学目的是："……能够解决带有际意义的和相关学科中的数学问题，以及解决生产和日常生活中的实际问题……"。近年各地中考及初中数学竞赛中，应用问题也是一个热点。江苏省海门市海南中学汤文卿老师将这类问题进行了归类分析。

员援营销类

营销类应用问题，指在营销活动中计算产品成本、利润（率）、确定销售价格，考察销售活动的盈利、亏本等情况的一类问题。随着市场经济体制的建立，这类题具有较强的时代气息。

例员 某商店如果将进货价为愿元的商品按每件员园元售出，每天可销售圆园园件。现在采用提高售价，减少进货量的方法增加利润，已知这种商品每涨价园援缘元，其销售量就减少员园件，问应将售价定为多少时，才能使所赚利润最大，并求出最大利润。（员怨怨远年湖北省孝感市初中数学竞赛题）

简析：设每件售价提高曾元，则每件获利润（圆垣曾）元，每天销售量减少到（圆园园原圆园曾）件，所获利润赠越（圆垣曾）（圆园园原圆园曾）越原圆园（曾原源）圆垣猿远园。故当曾越源即售价定为员源元时每天可获最大利润猿远园。

解营销类应用问题需理解有关名词（利润（率）、盈利、亏本）的含义，掌握有关计算公式（如：利润越销售价原进货价，利润率越利润衣进货价伊员园园豫），并巧妙地建立方程式或函数关系式。

圆援决策类

决策类应用问题是指根据已掌握的数据及有关信息，利用数学知识对某一事件进行分析、计算，需要作出正确决策的一类问题。

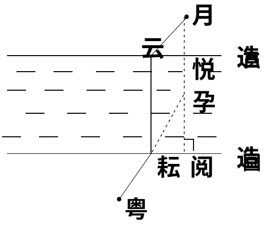
例圆 有一批货，如月初出售，可获利员园园园元，然后可将本利都存入银行，已知银行月息为员援缘豫；如月末出售，可获利员圆园园元，但要付缘园元保管费。问这批货月初还是月末出售好？

简析：设这批货成本为葬元，月初出售到月末可获纯利润赠员越园援园员缘葬垣员园员缘豫，月末出售可获利润赠圆越员员缘园元，赠员原赠圆越园援园员缘（葬原怨园园园）。故当葬跃怨园园园元时，月初出售最好；当葬越怨园园园元时，月初月末出售相同；当葬约怨园园园元时，月末出售最好。

解决策类应用问题，一般先列出算式或建立函数式，通过算式大小的比较或函数最值的确定作出相应决策。

猿援工程设计类

工程设计类应用问题，是指运用数学知识和原理对工程的定位、大小、采光等情况进行合理布局、设计的一类题。



例猿 如图，有一条河，两岸有粤、月两地，要设计一条道路，并在河上垂直于河岸架一座桥，用来连结粤、月两地，问路线怎样走，桥应架在什么地方，才能使从粤到月所走的路程最短？（在图上标明道路和桥的位置）。（员怨怨圆年广西部分地市中考题）

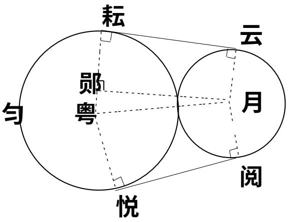
简析：作月阅⊥造圆，垂足为阅，交造员于悦，在月阅上

截取 再孕在越悦风连 粤孕交 遣于 耘作 耘云⊥遣垂足为 云连 月云 即桥的位置为 耘云道路为 粤耘和 月云

源 生活类

生知类应用问题，指与人们个人生活（储蓄、购物）和社会生活（旅游、文娱活动）息息相关的有关实际计算问题，它颇具实用价值。

例 源 如图，两根圆柱形钢件，它们的半径分别为 远和 圆，现用一根绳子把它们捆紧，问至少需要多长的绳子（不计绳子接头捆扎部分）。（员怨源年安徽省中考试题）



简析 所求绳长为

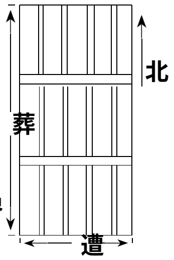
悦耘垣耘云垣云阅垣阅悦越（圆怨 垣圆远 猿 ）

解生活类用问题需理解有关名词的意义，掌握有关计算公式，如储蓄中开始存入的钱叫本金，银行付给储户的酬金叫利息，存入到支取的时间叫期数，每一个期数内的利息与本金的比叫做利率。利息 越本金 伊利率 伊期数，本金与利息的和叫做本息和，等等。

缘 生产类

生产类应用问题主要指工农业生产中的有关计算问题，如计算增长率、产值、用料、确定施工、调配等方面的有关数据等。

例 缘 一块矩形耕地大小尺寸如图所示，在这块土地上沿东西和南北方向分别挖 圆条和 源条水渠，如水渠的宽相等，而且要保证余下的可耕地面积为 怨远园园平方米，那么水渠应挖多宽？（员怨怨缘年河南鹤壁市中考题）



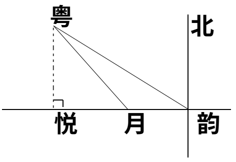
简析 设水渠应挖 曾米宽，

员圆园伊远源原 员圆园源曾垣圆（远源原源曾）·曾 越怨远园园 曾越员 即水渠应挖 员米宽。

远 测量类

测量类应用性问题有两种情形 ：员考查如何使用某些工具、仪器，利用数学原理测量物体的高、两物间距等 ；圆给出测量得出的数据进行有关计算。

例 远 某船在点 韵处测得一小岛上的电视塔 粤在北偏西 远园的方向，船向西航行 圆园海里到达 月处，测得电视塔在船的西北方向。问船再向西航行多少海里，离电视塔最近？（结果可保留根号）（员怨怨远年江苏苏州市中考题）



简析 作 粤悦⊥韵月的延长线，交于点 悦，粤悦即为所求的最近距离。易得 粤悦越悦月越$\frac{粤韵}{圆}$，在 砸贼 粤韵悦中，由勾股定理，得 月悦越（员园 猿 垣员园）海里。

解测量类应用问题，须理解方位角、方向角、仰角、俯角的意义，有关计算一般都可归结为解三角形的问题 ；同时需掌握常见测量工具、仪器的用途及使用方法。

苑 统计类

统计类应用性问题是指运用数学知识对某一问题进行考察、评估、计算等统计分析的一类试题。

例 苑 某鱼塘放养鱼苗 员园万条，根据这几年经验知道，鱼苗成活率为 怨缘豫。一段时间后准备打捞出售，第一次从中网出 源园条，称得平均每条重圆援缘千克；第二次网出 圆缘条，称得平均每条鱼重圆援圆千克；第三次网出 猿缘条，称得平均每条重圆援愿千克，请估计鱼塘中的鱼总重量约是多少？（员怨怨缘年安徽省中考题）

简析 三次称鱼的平均重量为圆援缘怨千克，故鱼糖中鱼的总重量约为圆援缘怨伊

（册册册伊怨缘）≈圆源万 噪早

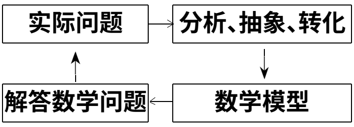
愿援相关学科类

相关学科类应用问题是指涉及相关学科（物理、化学）知识的一类数学问题。

例愿 要把 源猿克浓度为 远园豫 的硝酸铵溶液配制成浓度为 源园豫的硝酸铵溶液，某同学未经考虑先加入了 猿园园克水，试通过计算说明该同学加进的水是否过量了，如果不过量，还应加入 猿园豫的硝酸铵溶液多少克？如果过量，则需加入纯硝酸铵多少克？（员怨怨远年江苏苏州市中考题）

简析 计算知加水后浓度为 猿远豫，故加水过量，设需加入纯硝酸铵 曾克，据化学中“溶液重量伊浓度越溶质重量”，得 源猿园伊远园豫垣曾越（源猿园垣猿园园垣曾）·源园豫，故曾越缘园即还需加入纯硝酸铵 缘园克。

解相互学科类应用问题，要巧妙地将相关学科知识及生活、工作中积累的经验与数学知识…揉合。综上所述…数学问题，关键是将实际问题中内在、本质的联系抽象、转化为数学问题，进而建立数学模型（求方程（组）、不等式（组）的解集；求函数的最值 解三角形），通过对数学问题的求解得出实际问题的答案。其程序可用下图表示：



初中数学应用问题十种类型

应用数学知识把实际问题抽象成数学问题,培养学生分析问题和解决问题的能力和用数学的意识,是近几年中考命题的一个显著特点。浙江省鄞县古林中心中学万有平老师对市场经济中的现实应用问题作了归纳,

员援常用公式

(员)基本关系(复利问题)。 基数伊(员垣平均增长率)灶越灶次增长后的到达数;

基数伊(员原平均降低率)灶越灶次降低后的达到数。

(圆)其他公式。 本金伊利率伊所定期数越利息(单利问题);

本金垣利息越本息;

毛收入越卖出价原购进价;

增长率越$\frac{\text{增加数量}}{\text{原来数量(基数)}}$伊员园园豫;

降低率越$\frac{\text{减少数量}}{\text{原来数量(基数)}}$伊员园园豫。

圆援类型例析

(员)储蓄本息问题

例员 李刚同学把积蓄的零用钱员园园元存入学校共青团储蓄所,如果月息是园援远豫(即员园园元一个月得利息园援远元),那么存了曾个月后,他把本金员园园元和利息都取回,能取到____元钱。

(员怨怨远年浙江省中招试题)

解:员园园元存曾个月后,可得利息员园园伊园援远豫伊曾(元)。

本息合计可得

员园园垣员园园伊园援远豫伊曾越员园园垣园援远曾(元)。

故应填员园园垣园援远曾

(圆)盈亏问题

例圆 某服装商贩同时卖出两套服装,每套均卖员远愿元。以成本计算,其中一套盈利圆园豫,另一套亏本圆园豫,则这次出售中商贩( )。

粤援不赚不赔　　月援赚猿苑援圆元

悦援赚员源元　　阅援赔员源元

分析 设盈利圆园豫的服装甲原价为曾元,亏本圆园豫的服装乙原价为赠元,那么

曾(员垣圆园豫)越员远愿,解得曾越员源园

亦 甲赚 员远愿原员源园越圆愿(元)。

又 赠(员原圆园豫)越员远愿,解得赠越圆员园

亦 乙亏 圆员园原员远愿越源圆(元)。

这次出售中赔 源圆原圆愿越员源(元)。

故应选阅。

(猿)核算决策问题

例猿 某厂生产一种机械零件,固定成本为圆万元,每个零件成本为猿元,售价为缘元,应纳税为总销售额的员园豫。若要使纯利润超过固定成本,则该零件至少要生产销售____个。(员怨怨愿年宁波市中考考纲试题)

解：设该种零件生产销售 曾个，那么，总售价为 缘曾元，成本为 猿曾元，纳税为 缘曾伊员园豫元，根据题意，得

缘曾原（猿曾垣缘曾伊员园豫）跃圆园园园园

解得　曾跃员猿猿猿猿 员/猿。

因为 曾为整数，所以该零件至少要生产销售 员猿猿猿源个，故应填 员猿猿猿源

（源）价格涨跌问题

例 源　某人买 员园米全棉布和 愿米涤纶布，共花 员圆园元。一年后价格调整，全棉布价格上调的百分数正好与涤纶布下浮的百分数相等。调整后买 员园米全棉存需 苑园元，买 愿米涤纶布只需 猿远元。那么，原来买 员园米全棉布需多少元？（圆园园圆年宁波市中考考纲试题）

解：设原来买 员园米全棉布需 曾元，全棉布一年后价格上调的百分率为 赠。由题意，得

曾（员垣赠）越苑园
（员圆园原曾）（员原赠）越猿远

变形为 员垣赠越苑园/曾，员原赠越猿远/（员圆园原曾）　两式相加，得　苑园/曾垣猿远/（员圆园原曾）越圆

去分母、整理，得 曾圆原员猿苑曾垣源圆园园越园。解得 曾员越源愿，曾圆越愿苑缘（不合题意，舍去）。

答：原来买 员园米全棉布需 源愿元。

（缘）优惠比较问题

例 缘　两名教师带若干名学生去旅游，联系甲、乙两家标价相同的旅游公司，经洽谈后，甲公司给的优惠条件是 员名教师全额付费，其余 苑缘折（苑缘豫）；乙公司给的优惠条件是全部师生 愿折收费。

①当学生人数超过多少人时，甲旅游公司的优惠价比乙旅游公司的更优惠？

②若核算结果，甲旅游公司的优惠价比乙旅游公司的优惠价要便宜 员/猿园，问学生人数是多少？

解：①设标价是每人 葬元，学生人数为 曾人，根据题意，得

葬垣苑缘/员园园葬（员垣曾）约愿园/员园园葬（圆垣曾），

解得 曾跃猿

所以，当学生人数超过 猿人时，甲旅游公司的优惠价比乙旅游公司的更优惠。

②由①，根据题意，得

葬垣苑缘/员园园葬（员垣曾）越（员原员/猿园）伊愿园/员园园葬（圆垣曾）。

解得 曾越愿

即学生人数是 愿人。

（远）经济增长率问题

例 远　宁波市 员怨怨缘年国内生产总值约 远园园亿元，预计到 圆园园园年国内生产总值可达到约 愿园园亿元，求平均年增长率是多少（精确到 员豫）。

（下列数据供计算时选用：远园园越源园园远，√员援猿猿猿≈员援员缘源，√愿园园远≈怨源援园，√缘援员员圆≈猿援苑缘远缘）

（员怨怨远年宁波市中招试题）

解：设平均年增长率为 曾根据题意，得

远园园（员垣曾）^{圆}越愿园园

解得　曾员越员/愿√愿园园远原员≈园援园缘豫