图书在版编目(CIP)数据

初中同步测控优化设计(初一·下):数学(2002年修订版)/任志鸿主编.-北京:学苑出版社,2002.12

ISBN 7-80060-980-4

Ⅰ.初… Ⅱ.任… Ⅲ.数学课-初中-学习参考资料
Ⅳ.G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第064039号

书　　名:初中同步测控优化设计(初一数学·下)

责任编辑:郭　强　朱　迎　安　颖
策　　划:贾洪君
版式设计:邢　丽

出版发行:学苑出版社出版(北京市万寿路西街11号,邮编:100036)
印　　刷:山东滨州教育印刷厂印刷

开　　本:787×960　1/16
字　　数:285千字
印　　张:12.25
印　　数:15000册
版　　次:2002年12月第3版　2002年12月第1次印刷
书　　号:ISBN 7—80060—980—4
定　　价:12.00元

前　言

QIAN　YAN

为推进素质教育，减轻初中生的课业负担，注重能力培养，体现新世纪教材、教学改革的要求，实现由应试教育向素质教育的转轨，我们特组织了一批知名初中优秀教师和教研员，以人教社九年义务教育2003年春季统编新版教材为依据，编写了这套《初中同步测控优化设计》系列丛书。在编写过程中，我们力求使抽象内容形象化、复杂内容简明化、呆板知识趣味化、能力训练系统化，努力使其成为教师指导下的学生同步自学辅导书中的精品。

本丛书具有以下特点：

1.依据教学大纲　强化同步性

该丛书根据九年义务教育教学大纲的要求，紧紧围绕最新《课程标准》和2002年版新教材。初一、初二、初三各年级按学期分上、下册编写。本丛书编写过程中，吸纳了全国各地近年来初中教育教学研究的最新成果，渗透了学科间交叉综合的思想。每本书单元、章、节、目、点层次清晰，并且配有期中、期末试题，完全与初中教学进程一致。

2.课内课外结合　突出可读性

本丛书的编写，以符合初中生年龄特点和心理特征为前提，避免了僵硬的知识灌输，尽量使课内外知识形成有机的结合。采取网络化、情节化、操作化等多种活泼的形式，用准确、生动、有趣、流畅的语言加以表述，融知识性和趣味性于一体，以增强其可读性。

3.遵循教学规律　注重实用性

本书在内容编排上遵循了由易到难、由浅入深、循序渐进、通俗易懂的原则，营造了一个讲授、自学、练习一体化的学习平台，既适合于教师指导下的课堂学习使用，又适合于学生的课后自学使用。书中对许多栏目设置了学案形式，或填空式、或图表式、或问答式，新颖独到，方便训练。单元自测题按100分45分钟合理安排，易于操作。

4.突出素质教育　体现创新性

本书的编写在内容选材和试题设计上力求典型新颖，大量增加了研究性课题、开放性问题和贴近社会生产、生活实际问题的内容，以激活学生的共同参与意识，培养学生的创造性和发散思维。还创设了像[知识拓展][知识小品]和[你也会做]等灵活性栏目，有的适于动手操作，有的适于集体表演，它将对初中生综合素质的提高起到良好的启示作用。

本套丛书的编写，汇集了众多知名教师的辛勤劳动，集中展示了现代教育的科研成果，希望对广大初中学生的学习有所裨益。

由于编者水平有限，加之时间仓促，偏颇之处在所难免，恳望读者提出宝贵意见，以利于再版时修订。

编　者

2002年12月

敬告读者

JINGGAODUZHE

《优化设计》2002～2003 学年用书上市，为充分展现新版图书的设计特点，帮助读者深刻理解图书设计的意图与内涵，进一步提高对本书的使用效率，特将调整后的‘图书使用指导委员会’再予公告。

“图书使用指导委员会”成员均为本学科教学、教研、高考备考指导方面的资深专家，实践深入，成果丰硕。“图书使用指导委员会”是读者与编者之间沟通交流的直通车。欢迎广大读者将图书使用过程中的问题及各种探讨、建议反馈给我们，指导教师将竭诚给您满意的答复。

《初中同步测控优化设计》图书使用指导委员会

马正友（语文）　　梁福华（数学）　　张吉聚（英语）

张以明（物理）　　东野长熙（化学）　　李成凯（历史）

关明春（政治）

本册指导教师：

梁福华，中学高级教师。毕业于中山大学数学力学系，山东省济宁市教学研究室教研员，山东省数学会理事，山东省教育学会中学数学教学研究专业委员会理事，山东省济宁市数学会副秘书长。

近几年来，主编出版的编著有《新编初中总复习优化设计·数学》《初中同步测控优化设计·数学》《中考复习指导丛书·数学》等多本教辅用书。

通信地址：北京志鸿教育研究中心

联系电话：010—82250247 转 8065（图书事业部）

0543—3263711　3263296（邮寄销售）

电子信箱：jks@zhihongnet.com

目录

MU LU

代数部分

目录

MU LU

代数部分

第五章 二元一次方程组

§5.1 二元一次方程组

1 学习目标

1 能说出二元一次方程、二元一次方程组以及二元一次方程组的解的含义.

2 会检验一对数是不是某个二元一次方程组的解.

2 知识要点

1 二元一次方程 含有两个未知数,并且未知项的次数是 1 的方程,叫做二元一次方程.

2 二元一次方程组 由几个一次方程组成并含有两个未知数的方程组,叫做二元一次方程组.

3 二元一次方程组的解 使二元一次方程组的两个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值,叫做二元一次方程组的解.

3 学习指导

1 如果一个方程是二元一次方程,那么这个方程必须同时具备以下三个条件:(1) 含有两个未知数;(2) 含有未知数的项的次数是 1;(3) 对未知数来说,构成方程的代数式是整式.

例如:$x+y=1$,$\frac{x+y}{2}=\frac{x-y}{3}$ 都是二元一次方程,$xy+2=0$,$\frac{2}{x}+1=0$,$x^2+y=5$,$3x-5=7$ 都不是二元一次方程.

这里应该注意:二元一次方程的定义中"次数是 1"是指方程中含未知数的"项"的次数是 1,而不是未知数的次数是 1,如上面的例子中,方程 $xy+2=0$ 含有两个未知数 x、y,并且未知数 x 与 y 的次数都是 1,构成方程的代数式 $xy+2$ 与 0 都是整式,但 xy 这一"项"是二次的,所以这个方程不是二元一次方程.

2 二元一次方程组中的"二元"是指方程组中共含有两个未知数,不能多于或少于两个,但不一定要求每个方程都必须含有两个未知数;"一次"的含义与二元一次方程中的"一次"的含义相同. 例如,方程组 $\begin{cases}2x=8,\\3x-4y=16\end{cases}$ 也是二元一次方程组.

3 方程组的各方程中，同一未知数必须代表同一数量，才能组合在一起.

例1 下列方程中，哪些是二元一次方程，哪些不是?为什么？

(1) $\frac{1}{2}x+\frac{2}{y}=1$;(2) $4x=3y$;(3) $xy=x-y$;(4) x^2-y^2.

解:(1) $\frac{1}{2}x+\frac{2}{y}=1$ 不是整式方程，所以不是二元一次方程;

(2) $4x=3y$ 是二元一次方程;

(3) $xy=x-y$ 中未知项 xy 的次数是 2，所以不是二元一次方程;

(4) x^2-y^2 不是等式，所以不是方程，因此也就不是二元一次方程.

例2 下列方程组中，哪些是二元一次方程组，哪些不是?为什么？

(1) $\begin{cases}x+y=10,\\y+z=5;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x+2y=15,\\\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=10;\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x+3=5,\\y-7=8;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x-y=5,\\x+y=7;\end{cases}$ (5) $\begin{cases}2x+y=5,\\xy=7.\end{cases}$

解:(1) 方程组中含有三个未知数 x、y、z，所以不是二元一次方程组;

(2) 方程组中 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=10$ 不是整式方程，所以不是二元一次方程组;

(3) 是二元一次方程组;

(4) 是二元一次方程组;

(5) 方程组中 $xy=7$ 不是一次方程，所以不是二元一次方程组.

4 二元一次方程组的解与一元一次方程的解的区别在于一元一次方程的解是“一个数”，而二元一次方程组的解是“一对数”，这一对数要满足方程组中的每一个方程，且合在一起才算作二元一次方程组的解.

例3 判断 $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ 是不是二元一次方程组 $\begin{cases}3x+4y=-1 & ①\\2x-y=3 & ②\end{cases}$ 的解.

分析:要判断一对数是不是一个二元一次方程组的解，就要把这对数分别代入方程组中的每一个方程，如果它能使方程组中的每一个方程左、右两边的值都相等，那么它就是这个二元一次方程组的解，否则不是.

解:把 $x=1, y=-1$ 代入方程 ①，得左边 $=3\times1+4\times(-1)=3-4=-1$，右边 $=-1$.

∵ 左边 = 右边，∴ $x=1, y=-1$ 满足方程 ①.

把 $x=1, y=-1$ 代入方程 ②，得左边 $=2\times1-(-1)=2+1=3$，右边 $=3$.

∵ 左边 = 右边，∴ $x=1, y=-1$ 满足方程 ②.

∴ $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases}3x+4y=-1\\2x-y=3\end{cases}$ 的解.

例4 已知 $\begin{cases}x=0\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}x-b=y\\5x-2a=2y\end{cases}$ 的解. 求 a、b 的值.

分析:方程组的解满足方程组中的每一个方程. 因此，把方程组的解分别代入方程组中的每一个方程，就可求出 a、b 的值.

解:把 $x=0, y=-\frac{1}{2}$ 代入方程 $x-b=y$，得 $0-b=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{2}$.

$\therefore b=\frac{1}{2}$.

把 $x=0, y=-\frac{1}{2}$ 代入方程 $5x-2a=2y$，得 $5\times0-2a=2\times(-\frac{1}{2})$，

$\therefore a=\frac{1}{2}$.

$\therefore a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$.

想一想，若所给的方程组中，每个方程都含有 a、b，该怎样求出 a、b 的值?这将是下一节要研究的问题.

4 效果评估

1 判断题

(1) 含有两个未知数的方程叫做二元一次方程 …………………………………… (　　)

(2) 方程 $4x=7y$ 是二元一次方程 …………………………………………… (　　)

(3) 方程 $xy+y=5$ 是二元一次方程 ………………………………………… (　　)

(4) 方程 $\frac{2-x}{3}-y=1$ 不是二元一次方程 …………………………………… (　　)

(5) $x=1, y=2$ 不能使方程 $2x-3=3(x-y)$ 左、右两边的值相等 ……………… (　　)

2 填空题

(1) 已知二元一次方程 $3x-8y=3$，若 $x=1$，则 $y=$________，若 $y=0$，则 $x=$________.

(2) 在以下三对数值 ① $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ ② $\begin{cases}x=5\\y=0\end{cases}$ ③ $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ 中，

(Ⅰ) 使方程 $x-y=2$ 左、右两边的值相等的是______；

(Ⅱ) 使方程 $x+2y=5$ 左、右两边的值相等的是________；

(Ⅲ) 使第(Ⅰ)、(Ⅱ)小题中两个方程左、右两边的值都相等的是________；

(Ⅳ) 根据(Ⅲ)，方程组 $\begin{cases}x-y=2\\x+2y=5\end{cases}$ 的解是________.

(3) 已知 $2x+3y=4$，当 $x=y$ 时，x、y 的值为________，当 $x+y=0$ 时，$x=$________，$y=$________；

(4) 已知 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}2x+my=2\\nx+y=1\end{cases}$ 的解，则 $m=$________，$n=$________.

3 选择题

(1) 下列四个方程中，是二元一次方程的是 …………………………………… (　　)

A. $xy-3x=2$　　B. $7(x-2)=x+6$　　C. $\frac{x-2}{3}+2y=6$　　D. $5x+\frac{2}{y}=4$

(2) 下列方程组中，是二元一次方程组的是 …………………………………… (　　)

A. $\begin{cases}x+\frac{2}{y}=1\\\frac{1}{x}-3y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x+2y=1\\3x-2y^2=3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}2x+y=3\\\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}y=\frac{5}{6}\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x+y=7\\y-z=4\end{cases}$

(3) 方程组 $\begin{cases}x+y=10\\x-y=2\end{cases}$ 的解是 …………………………………………………… (　　)

A. $\begin{cases}x=1\\y=9\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=7\\y=5\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}$

(4) 在方程 $2x-y=1$ 中,若 $x=-2$,则 y 等于 …………………………………………………… (　　)

A. -5　　B. 5　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{3}{2}$

(5) 以下各方程组中,以 $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ 为解的是 …………………………………………………… (　　)

A. $\begin{cases}x+y=5\\x-y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-2y\\y=-3x\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x+2y=-1\\2x-3y=5\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x+y=0\\x-y=3\end{cases}$

(6) 把二元一次方程 $3x-y=1$ 写成用含 x 的代数式表示 y 的形式是 ………………………… (　　)

A. $x=\frac{1+y}{3}$　　B. $x=\frac{1-y}{3}$　　C. $y=1-3x$　　D. $y=3x-1$

4 写出一个二元一次方程.

5 写出一个以 $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$ 为解的二元一次方程组.

6 父子二人现在的年龄之和为 50 岁,5 年前父亲年龄是儿子年龄的 3 倍,用 x 表示父亲现在的年龄,y 表示儿子现在的年龄.请你根据题意列出一个方程组.

7 一个两位数,十位上的数比个位上的数多 1.

(1) 设个位上的数为 x,用含 x 的代数式表示这个两位数;

(2) 写出符合条件的所有两位数.

想一想

在日常生活中,经常会遇到与二元一次方程有关的问题,例如:

某单位新盖了一座楼房,要从相距 132 米处的自来水主管道铺设水管,现有 8 米长与 5 米长的两种规格的水管可供选用.请你设计一个方案,如何选取这两种水管,才能恰好从主管道铺设到这座楼房?这样的方案有几种?若 8 米长的水管每根 50 元,5 米长的水管每根 35 元,选哪种方案最省钱?

§5.2　用代入法解二元一次方程组

学习目标

1 能说出用代入法解二元一次方程组的方法和一般步骤.

2 会用代数法解二元一次方程组.

2 知识要点

1 **代入法** 就是代入消元法，它是通过把一个方程变成用含一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式，然后代入另一个方程，消去一个未知数，从而将二元一次方程组转化为一元一次方程的方法.

2 用代入法解二元一次方程组的步骤：

(1) 变形；(2) 将变形后的方程代入另一个方程，得一元一次方程；(3) 解一元一次方程，求得一个未知数的值；(4) 把所求未知数的值代入变形后的方程，求得另一个未知数的值；(5) 写出方程组的解.

3 学习指导

1 用代入法解二元一次方程组的基本思想是"消元"，即

二元一次方程组 $\xrightarrow{\text{代入消元}}$ 一元一次方程

2 若方程组中的一个方程是 $y=ax+b$ 或 $x=ay+b$ 的形式，则可将该方程直接代入另一个方程.

例 1 用代入法解方程组 $\begin{cases} y=2x-3, & ① \\ 3x+2y=8. & ② \end{cases}$

解：把 ① 代入 ②，得 $3x+2(2x-3)=8$，即 $3x+4x-6=8$，$\therefore x=2$.

把 $x=2$ 代入 ①，得 $y=1$. $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$

3 若方程组中的每一个方程都不是 $y=ax+b$ 或 $x=ay+b$ 的形式，则应选择一个系数较简单的方程化成以上形式中的一种，然后再把变形后的方程代入另一个方程.

例 2 用代入法解方程组 $\begin{cases} 2x-y=5, & ① \\ 3x+4y=2. & ② \end{cases}$

解：由 ①，得 $y=2x-5$. ③

把 ③ 代入 ②，得 $3x+4(2x-5)=2$，$\therefore 11x=22$，$\therefore x=2$.

把 $x=2$ 代入 ③，得 $y=-1$. $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

例 3 用代入法解方程组 $\begin{cases} 3x+4y=18, & ① \\ 5x+8y=34. & ② \end{cases}$

解法一：(常规解法)

由 ①，得 $3x=18-4y$，$\therefore x=\dfrac{18-4y}{3}$. ③

把 ③ 代入 ②，得 $5\times\dfrac{18-4y}{3}+8y=34$，$\therefore 5\times(18-4y)+24y=102$，$4y=12$，$\therefore y=3$.

把 $y=3$ 代入 ③，得 $x=2$. $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$

解法二：(整体代入法)

由 ①，得 $4y=18-3x$ ③

把③代入②,得 $5x+2(18-3x)=34$, $-x=-2$, $\therefore x=2$.

把 $x=2$ 代入③,得 $4y=18-3\times2$, $\therefore y=3$. $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$

4 若方程组中的方程比较复杂时,则应先对方程组进行化简,然后再变形,代入.

例4 用代入法解方程组 $\begin{cases} \dfrac{y+1}{4}=\dfrac{x+2}{3}, & ① \\ 2x-3y=1. & ② \end{cases}$

解:原方程组可化为

$\begin{cases} 3y=4x+5, & ③ \\ 3y=2x-1. & ④ \end{cases}$

把③代入④,得 $4x+5=2x-1$, $2x=-6$, $\therefore x=-3$.

把 $x=-3$ 代入④,得 $3y=2\times(-3)-1$, $\therefore y=-\dfrac{7}{3}$. $\therefore \begin{cases} x=-3, \\ y=-\dfrac{7}{3}. \end{cases}$

5 为了确保解题的正确性,求出未知数的值后,要把它们代入原方程组进行检验,此步骤可不在过程中写出,但应认真完成.

4 效果评估

1 填空题

(1) 已知方程 $\dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}=1$,用含 x 的代数式表示 $y=$__________,用含 y 的代数式表示 $x=$__________;

(2) 已知方程组 $\begin{cases} x=3y-5, \\ y=2x+3 \end{cases}$ 用代入法消去 x,可得方程__________(不必化简);

(3) 方程组 $\begin{cases} 3x+y=8, \\ y=2x-7 \end{cases}$ 的解是__________;

(4) 方程组 $\begin{cases} x=y+5, \\ 2x-y=5 \end{cases}$ 的解满足方程 $x+y+a=0$,则 $a=$__________;

(5) 已知 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2 \end{cases}$ 及 $\begin{cases} x=2, \\ y=-1 \end{cases}$ 都是方程 $mx+ny=10$ 的解,那么 $3m+7n=$__________;

(6) 当 $a^{2x-y}=a$ 时,方程 $x-2y=-1$ 的解是__________.(其中 $a\neq0$ 且 $a\neq1$)

2 选择题

(1) 方程组 $\begin{cases} 2x-y=3, \\ 3x+4y=10 \end{cases}$ 的解是 …………………………………………………… (　　)

A. $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$　B. $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$　C. $\begin{cases} x=4, \\ y=5 \end{cases}$　D. $\begin{cases} x=-2, \\ y=4 \end{cases}$

(2) 满足 $|x-y-2|+|2x+y-7|=0$ 的 x、y 的值分别为 ………………………………… (　　)

A. $\begin{cases}x=1,\\y=5\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=0,\\y=2\end{cases}$

(3) 已知 $3a^{y+5}b^{3x}$ 与 $-5a^{2x}b^{2-4y}$ 是同类项,那么 x、y 的值是（　　）

A. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=0,\\y=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$

(4) 已知方程组 $\begin{cases}a+2b=8,\\2a+b=7,\end{cases}$ 则 $a-b$ 的值是（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

(5) 已知方程组 $\begin{cases}2m-n=a,\\m+2n=b.\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}m=1,\\n=-5\end{cases}$ 那么（　　）

A. $\begin{cases}a=-3,\\b=-9\end{cases}$　　B. $\begin{cases}a=7,\\b=-9\end{cases}$　　C. $\begin{cases}a=-3,\\b=11\end{cases}$　　D. $\begin{cases}a=7,\\b=11\end{cases}$

3　用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x-y=5,\\5x+2y=23;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2x+y=5,\\3x+4y=2;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x-y=-1,\\x:2=y:3;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}\dfrac{2x+3y}{4}=1+y,\\\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=4.\end{cases}$

4　已知 $(3m-n-4)^2+(4m+n-3)^2=0$,求 m、n 的值.

5　已知方程组 $\begin{cases}2x-y=7,\\ax+y=b\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x+by=a,\\3x+y=8\end{cases}$ 有相同的解,求 a、b 的值.

6　当 m 为何值时,二元一次方程组 $\begin{cases}3x+2y=m+3,\\2x-y=2m-1\end{cases}$ 的解互为相反数 .

做一做

仔细阅读例 3 的解法二,然后思考下列问题:如何用整体代入法解如下方程组:

$$\begin{cases}3(x-1)=y+5, & ①\\5(y-1)=3(x+5). & ②\end{cases}$$

§5.3　用加减法解二元一次方程组

1 学习目标

1　能说出用加减法解二元一次方程组的方法和一般步骤.

2　会用加减法解二元一次方程组.

2 知识要点

1 **加减法**　就是加减消元法，它是通过把两个方程相加减或者乘上一个适当的数再相加减，消去一个未知数，从而将二元一次方程组转化成一元一次方程的方法.

2 用加减法解二元一次方程组的一般步骤：

(1) 通过相加或相减消去一个未知数，把二元一次方程组转化成一元一次方程；

(2) 解一元一次方程，求得一个未知数的值；

(3) 将求得的一个未知数的值代入原方程组中的任意一个方程，求出另一个未知数的值；

(4) 写出方程组的解.

3 学习指导

1 用加减法解二元一次方程组的基本思想仍是"消元"，即

二元一次方程组$\xrightarrow{\text{加减消元}}$一元一次方程

2 若方程组中某个未知数的系数互为相反数或相等，则可以直接把这两个方程相加或相减，消去这个未知数.

例 1　用加减法解方程组 $\begin{cases} 6x+5y=10, & ① \\ 2x-5y=22. & ② \end{cases}$

解：①＋②，得 $8x=32$，∴ $x=4$.

把 $x=2$ 代入 ①，得 $6\times4+5y=10$，∴ $y=-\dfrac{14}{5}$.

∴ $\begin{cases} x=4, \\ y=-\dfrac{14}{5}. \end{cases}$

3 若方程组中不存在某个未知数的系数互为相反数或相等，但它们有一个未知数的系数成倍数关系，则可在一个方程的两边同乘以一个适当的数，使这个未知数的系数变成互为相反数或相等，然后再相加或相减，消去这个未知数.

例 2　用加减法解方程组 $\begin{cases} 3x+4y=2, & ① \\ 4x-y=9. & ② \end{cases}$

解：①＋②×4，得 $19x=38$，∴ $x=2$.

把 $x=2$ 代入 ②，得 $4\times2-y=9$，∴ $y=-1$.

∴ $\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

4 若以上关系都不存在，则在两个方程的两边分别乘以一个适当的数，使某一未知数的系数变成互为相反数或相等，然后再相加或相减，消去这个未知数.

例 3　用加减法解方程组 $\begin{cases} 3a+4b=16, & ① \\ 5a-6b=33. & ② \end{cases}$

解：①×3＋②×2，得 $19a=114$，∴ $a=6$.

把 $a=6$ 代入①，得 $3\times6+4b=16$，∴ $b=-\frac{1}{2}$.

∴ $\begin{cases}a=6,\\ b=-\frac{1}{2}.\end{cases}$

5 当方程组中的方程形式比较复杂时，则应先把方程组化简，然后再用以上的方法去解.

例 4 用加减法解方程组 $\begin{cases}4(x+1)=3(y+3), & ①\\ x-2y=-\frac{7y-6x}{3}. & ②\end{cases}$

解：原方程组可化为 $\begin{cases}4x-3y=5, & ③\\ 3x-y=0. & ④\end{cases}$

④×3－③，得 $5x=-5$，∴ $x=-1$.

把 $x=-1$ 代入④，得 $3\times(-1)-y=0$，∴ $y=-3$.

∴ $\begin{cases}x=-1,\\ y=-3.\end{cases}$

说明：在求得一个未知数的值后，可以代入原方程组或变形后的方程组中的任何一个方程，去求另一个未知数的值，一般为了计算方便，常常代入系数较简单的一个方程.

4 效果评估

1 填空题

(1) 把方程 $5x+4y=3$ 中 y 的系数化成 8，其结果为________；

(2) 将方程 $2x+3y=2$ ① 和方程 $3x+2y=4$ ② 中未知数 x 的系数化为相等的数，其结果①化为______，②化为________；

(3) 已知方程 $y=mx+n$，当 $x=1$ 时，$y=3$；当 $x=-2$ 时，$y=-6$，则 $m=$______，$n=$________；

(4) 若 x、y 满足 $\begin{cases}x+2y=8,\\ 2x+y=7,\end{cases}$ 则 $x+y$ 的值为________.

(5) 已知 $-5x^{1+3b}y^{12.9-3a}$ 与 $9x^{2a}y^{5b}$ 是同类项，则 $a=$________，$b=$________.

(6) 已知 $x^{a+5b-5}-6y^{3a-6b-3}=8$ 是关于 x、y 的二元一次方程，则 $a=$________，$b=$________.

(7) 若 $\begin{cases}2x+y=a,\\ x-2y=a,\end{cases}$ 则 $x:y=$________.

(8) 将方程组 $\begin{cases}\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=7,\\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=6.\end{cases}$ 化为最简整系数方程组是________.

2 选择题

(1) 把方程 $-\frac{1}{2}x+y=1$ 中未知数 x 的系数化成 3，以下结果中正确的是 …………………（　　）

A. $3x+y=1$　　B. $3x+6y=1$　　C. $3x-6y=1$　　D. $3x-6y=-6$

(2) 方程组 $\begin{cases}2x-y=-3,\\x+3y=2\end{cases}$ 的解是 …………………………………………（　　）

A. $\begin{cases}x=2,\\y=0\end{cases}$　B. $\begin{cases}x=1,\\y=\frac{1}{3}\end{cases}$　C. $\begin{cases}x=-2,\\y=1\end{cases}$　D. $\begin{cases}x=-1,\\y=1\end{cases}$

(3) 解方程组 $\begin{cases}13x-6y=28,①\\19x-4y=29.②\end{cases}$ 你认为最简便的方法是 ……………………………（　　）

A. 用代入法先消去 x 或 y　B. 用 ①×19－②×13，先消去 x

C. 用 ①×4－②×6，先消去 y　D. 用 ①×2－②×3，先消去 y

(4) 已知方程组 $\begin{cases}3x-5y=6,①\\2x-3y=4②\end{cases}$ 把 ②×3－①×2，得 ……………………………（　　）

A. $-3y=2$　B. $4y+1=0$　C. $y=0$　D. $7y=-8$

(5) 已知 $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}mx-ny=1,\\nx+my=8\end{cases}$ 的解，则 m、n 的值是 ……………………（　　）

A. $m=2,n=1$　B. $m=2,n=3$

C. $m=1,n=8$　D. 不能确定

(6) 已知 $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=c\end{cases}$ 都是方程 $ax+by=0(b\neq0)$ 的解，则 c 的值为 …………（　　）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

3 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}8x+5y=10,\\3x-5y=12;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}6a-3b=-3,\\5a-9b=4;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3(x-1)=4(y-4),\\5(y-1)=3(x+5);\end{cases}$　(4) $\begin{cases}\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{2}+\frac{1}{6},\\\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}y=\frac{5}{3}.\end{cases}$

4 阅读下列过程，然后回答问题：

用加减法解方程组 $\begin{cases}3x+2y=8,①\\2x+3y=7.②\end{cases}$

解：(Ⅰ)①×2，②×3，得

$6x+4y=16$，　③

$6x+9y=21$.　④

(Ⅱ)③－④，得 $y=-5$.

(Ⅲ) 把 $y=-5$ 代入 ②，得 $x=11$.

(Ⅳ)∴ $\begin{cases}x=11,\\y=-5.\end{cases}$

以上解题过程有没有错误？如果有错误，指出错在哪一步，并说明错误的原因，然后给出正确的解法．

5 已知 $x+2y+3z=14$，$2x+3y+z=11$，求 $3x+4y-z$ 的值．

6 已知方程组$\begin{cases}2x+3y=k,\\3x+5y=k+1\end{cases}$的解的和是$-12$，求$k$的值．

想一想

甲、乙两人解关于x、y的方程组$\begin{cases}ax+by=2,\\cx-7y=8,\end{cases}$甲正确地解得$\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$而乙因把$c$看错了，结果解得$\begin{cases}x=-2,\\y=2.\end{cases}$问乙把$c$看成了多少？$c$本来是多少？

§5.4 三元一次方程组的解法举例

1 学习目标

1 能说出三元一次方程组的含义.

2 会用代入法和加减法这两种基本方法解简单的三元一次方程组.

3 会用特殊方法解特殊类型的三元一次方程组.

2 知识要点

1 三元一次方程组　含有三个未知数，每个方程的未知项的次数都是1，一共有三个方程，这样的方程组就是三元一次方程组.

2 解三元一次方程组的一般步骤：

(1) 利用代入法或加减法消去一个未知数，把三元一次方程组转化为二元一次方程组；

(2) 解这个二元一次方程组，求得两个未知数的值；

(3) 把求出的两个未知数的值代入原方程组中的任意一个方程，求出第三个未知数的值；

(4) 写出方程组的解.

3 学习指导

1 解三元一次方程组的基本思想还是“消元”，即

三元一次方程组$\xrightarrow{\text{消元(代入或加减)}}$二元一次方程组$\xrightarrow{\text{消元}}$一元一次方程.

2 解题前应认真观察方程组中各个未知数系数的特点，选出要消去哪一个未知数，同时选好消元的方法. 当方程组中有一个方程是以下形式或可化为以下形式时，可以用代入法消元：$z=ax+by$或$y=ax+bz$或$x=ay+bz$.

例 1 解方程组 $\begin{cases} z=x+y, & ① \\ 2x-3y+5z=5, & ② \\ 3x+y-z=2. & ③ \end{cases}$

解:把 ① 代入 ②、③,化简,得 $\begin{cases} 7x+2y=5, & ④ \\ x=1 & ⑤ \end{cases}$

把 $x=1$ 代入 ④,得 $7\times1+2y=5$,∴ $y=-1$.

把 $x=1,y=-1$ 代入 ①,得 $z=0$.

∴ $\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \\ z=0. \end{cases}$

3 当方程组中某一个未知数的系数相等或者互为相反数或者成倍数关系时,通常用加减法消去这个未知数.

例 2 解方程组 $\begin{cases} 3x+2y+z=14, & ① \\ x+y+z=10, & ② \\ 2x+3y-z=1. & ③ \end{cases}$

解:① − ②,得 $2x+y=4$. ④

② + ③,得 $3x+4y=11$. ⑤

④ 与 ⑤ 组成方程组 $\begin{cases} 2x+y=4, \\ 3x+4y=11. \end{cases}$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

把 $x=1,y=2$ 代入 ②,得 $1+2+z=10$,∴ $z=7$.

∴ $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \\ z=7. \end{cases}$

例 3 解方程组 $\begin{cases} x-y+4z=-1, & ① \\ 4x+2y+3z=17, & ② \\ x+2y+2z=-4. & ③ \end{cases}$

解:① × 2 + ③,得 $3x+10z=-6$. ④

② − ③,得 $3x+z=21$. ⑤

④ 与 ⑤ 组成方程组 $\begin{cases} 3x+10z=-6, \\ 3x+z=21. \end{cases}$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=8, \\ z=-3. \end{cases}$

把 $x=8,z=-3$ 代入 ①,得 $8-y+4\times(-3)=-1$,∴ $y=-3$.

∴ $\begin{cases} x=8, \\ y=-3, \\ z=-3. \end{cases}$

4 当方程组中的方程形式比较特殊时,除常用的代入法和加减法之外,有些还能用特殊方法去解.