恒谦教育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

超级学练考

（学生用书）

全国重点中学一线骨干教师编写

丛书主编　方　可

高中数学

必修2

与人教实验版A版配套

北京出版社出版集团　北京教育出版社

恒谦教育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

超级学练考

（学生用书）

新课标

与人教A版配套

丛书主编　方　可

本册主编　辛　宇

撰 稿 人　郑建明　苑丹君　郑素贞

黄果栋　辛　宇

高中数学(必修2)

北京出版社出版集团

北京教育出版社

恒谦教育 www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

超级学练考

图书在版编目(CIP)数据

超级学练考．高中数学．2：必修：人教A版／方可主编；
—3版．—北京：北京教育出版社，2006
ISBN 7-5303-3332-1

Ⅰ.超… Ⅱ.方… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第066959号

超级学练考
新课标
高中数学(必修2)
与人教实验版A版配套
丛书主编　方 可
*
北京出版社出版集团
北京教育出版社　出版
(北京北三环中路6号)
邮政编码：100011
网　址：www.bph.com.cn
北京出版社出版集团总发行
新华书店经销
西安天成印务有限公司印刷
*
880×1230 16开本 10.75印张 327000字
2006年6月第3版　2006年6月第1次印刷

ISBN 7-5303-3332-1
G·3258 定价：14.50元
(质量投诉电话：029-82027917 010-58572245 010-58572393)

主编寄语

授人以鱼，还是授人以渔

以网络为载体的e时代，向中学教育提出了许多问题：1.什么样的教育理念最好？2.怎样及时应对教材多样化、考卷多元化的局面？3.老师怎样教，学生怎样学，才最有效果？……我们策划《超级学练考》的初衷，就是为了解决师生目前遇到的以上困惑——让广大学生在较短的时间内学得多，记得牢，练得精。

《超级学练考》丛书作为同步类新型教辅，主要为进课堂编写（也可作为学生自读类用书），其突出特点在于：

一、渗透先进的教育理念，体现教师的主导作用和学生的主体地位，立足以学生发展为中心，注重学生学习方式及思维能力的培养。

二、“学”、“练”、“考”有机结合、环环相扣：“学”以节（课）为单位，归纳、细梳所要学习的核心内容；“练”按梯度分组设题，逐级提升学生的解题能力；“考”设置多种类型试卷，全方位挖掘和诠释考点，目的在于让学生“考”后而知不足。

三、“疑难点解析”、“典例归类”、“学习笔记”等栏目设计新颖、科学、实用，有如名师从旁指导，求知更加轻松。

四、题解分离，便于思考；详解单订，便于验证。

五、书网互动，增值无限。师生在使用本丛书时，可锁定**www.hengqian.com**进行信息查询、资源下载、在线辅导等，作为本书读者免费享受这些增值服务。

相信这样的一套好书，定会给您的艰辛求学带来意想不到的实惠和无穷的轻松；实现我们既授人以鱼，更授人以渔的愿景！

丛书主编　方可

目录

第1章　空间几何体

第2章　点、直线、平面之间的位置关系

Contents

第3章　直线与方程

第4章　圆与方程

第1章 空间几何体

Chuyixuelianhao

1.1 空间几何体的结构

学 总结、模仿，创新，这是内化知识，创新运用的基础。

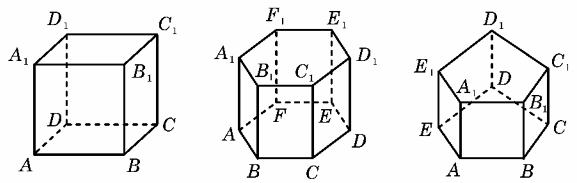
预习探路

1. 什么是棱柱？棱柱有什么特征？

提示 (1)定义：一般地，有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体叫做棱柱. 在棱柱中，两个互相平行的面叫做棱柱的底面，简称底；其余各面叫做棱柱的侧面；相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱；侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点. 棱柱中不在同一平面上的两个顶点的连线叫做棱柱的对角线.

(2)棱柱的结构特征：

观察图 1－1－1 可以看出，各图中都有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形.



① ② ③

图 1－1－1

说明 画空间图形时，看见的线画成实线，看不见的线画成虚线.

2. 怎样表示棱柱？棱柱如何分类？

提示 (1)棱柱的记法：

①用表示底面各顶点的字母表示棱柱.

如图 1－1－1 中①可表示为棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$；②可表示为棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$；③可表示为棱柱 $ABCDE-A_1B_1C_1D_1E_1$.

②用棱柱的对角线表示棱柱.

如图 1－1－1 中①可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 BD_1 等；②可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 或棱柱 AE_1 等；③可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 等.

(2)棱柱的分类：

底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

3. 什么是棱锥？棱锥有何特征？

提示 (1)定义：一般地，有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体叫做棱锥.

说明 棱锥是多面体中重要的一种，它有两个本质特征：①有一个面是多边形；②其余的各面是有一个公共顶点的三角形，二者缺一不可. 因此棱锥有一个面是多边形，其余各面都是三角形，但是也要注意："有一个面是多边形，其余各面都是三角形"的几何体未必是棱锥.

棱锥的底面 棱锥中的多边形叫做棱锥的底面. 如图 1－1－2中的面 ABC、面 $ABCD$、面 $ABCDE$ 都是棱锥的底面.

棱锥的侧面 棱锥中除底面以外的各个面都叫做棱锥的侧面. 如图 1－1－2 中的面 PAB、面 PCB 等都是棱锥的侧面.

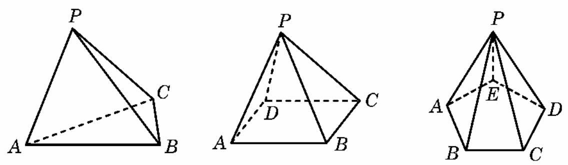
棱锥的侧棱 相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱. 如图 1－1－2 中 PA、PB 等都是棱锥的侧棱.

棱锥的顶点 棱锥中各个侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点. 如图 1－1－2 中 P 是各个侧面的公共顶点，故 P 是棱锥的顶点.

棱锥的对角面 棱锥中过不相邻的两条侧棱的截面叫做对角面. 如图 1－1－2 中①没有对角面，②的对角面为面 PAC、面 PBD；③的对角面有面 PAC、面 PAD、面 PBE、面 PCE 等.

(2)棱锥的结构特征：

观察图 1－1－2，可以看出，下面三个图中的共同特点是：①均由平面图形围成，②其中一个面为多边形，③其他各面都是三角形，④这些三角形有一个公共顶点.



① ② ③

图 1－1－2

4. 如何表示棱锥？如何对棱锥分类？

提示 (1)棱锥的记法：

①用顶点和底面各顶点的字母表示.

如图 1－1－2 中①可记为三棱锥 $P-ABC$；②可记为四棱锥 $P-ABCD$；③可记为五棱锥 $P-ABCDE$.

②用对角面表示.

如图 1－1－2 中②可记为四棱锥 $P-AC$；③可记为五棱锥 $P-AC$ 等.

(2)棱锥的分类：

底面为三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中三棱锥又叫做四面体.

5. 什么是圆柱？圆柱有什么特征？

提示 (1)定义：以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余

三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱.

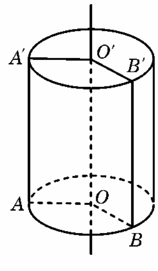


图 1－1－3

圆柱的轴　旋转轴叫做圆柱的轴,如图 1－1－3 中的 OO'.

圆柱的底面　垂直于轴的边旋转而成的圆面叫圆柱的底面. 如图 1－1－3 中的 $\odot O$ 和 $\odot O'$.

圆柱的侧面　平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面;

圆柱的母线　无论旋转到什么位置,平行于轴的边都叫做圆柱的母线,如图 1－1－3 中的 AA'、BB'.

(2)圆柱的结构特征:

观察图 1－1－3 可知:

①它有两个互相平行的平面,且这两个"平面"是等圆;

②圆形可以看作是矩形 $AOO'A'$ 绕 OO' 旋转而成的.

6. 如何表示圆柱?

提示　圆柱的记法:

用表示它的轴的字母表示,如圆柱 OO'.

说明　圆柱和棱柱统称为柱体.

7. 什么是圆锥?如何表示?有何结构特征?

提示　(1)定义:以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥.

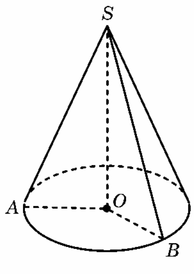


图 1－1－4

圆锥的轴　旋转轴叫做圆锥的轴. 如图 1－1－4 中的 SO.

圆锥的底面　垂直于轴的边旋转所成的圆面叫做圆锥的底面. 如图 1－1－4 中的 $\odot O$.

圆锥的侧面　三角形的斜边绕轴旋转所成的曲面叫做圆锥的侧面.

圆锥的母线　无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线. 如图 1－1－4 中的 SA、SB 都是母线.

(2)圆锥的记法:

用表示它的轴的字母表示. 如图 1－1－4 的圆锥可记为圆锥 SO.

(3)圆锥的结构特征:

观察图 1－1－4,可以看出:①它有一个圆面,一个顶点. 其他为曲面;②可看作是 $\mathrm{Rt}\triangle AOS$ 绕其直角边 OS 旋转而成的.

说明　圆锥与棱锥统称为锥体.

8. 什么是圆台?棱台?如何表示?有什么特征?

提示　(1)定义:用一个平行于棱锥(圆锥)底面的平面去截棱锥(圆锥),底面和截面之间的几何体叫做棱台(圆台).

棱(圆)台的上、下底面　原棱(圆)锥的底面和截面分别叫做棱(圆)台的下底面和上底面. 如图 1－1－5 中的面 $ABCD$、面 $A'B'C'D'$、面 $\odot O$、面 $\odot O'$.

棱(圆)台的侧面　原棱(圆)锥的侧面被平面截去后剩余的曲面叫做棱(圆)台的侧面.

棱台的侧棱　原棱锥的侧棱被平面截去后剩余的部分叫做棱台的侧棱如图 1－1－5①中的侧棱 AA'、BB'、CC'、DD'.

圆台的母线　原圆锥的母线被平面截后剩余的部分叫做圆台的母线. 如图 1－1－5②中的 AA'.

棱台的顶点　棱台的侧面与底面的公共顶点叫做棱台的顶点. 如图 1－1－5①中的 A、B、C、D、A'、B'、C'、D' 等.

圆台的轴　圆台可以看作直角梯形绕垂直于底边的腰旋转而成的,因此旋转的轴叫做圆台的轴. 如图 1－1－5②中的 OO'.

(2)圆台的记法:

用表示轴的字母表示,如圆台 OO'.

(3)棱台的记法:

①用各顶点表示:如四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.

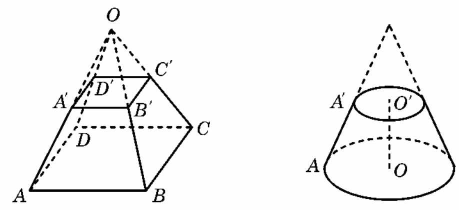
②用对角面表示:如四棱台 AC'.

说明　①圆台可以看作是由圆锥截得的,也可以看作是由直角梯形绕其直角边旋转而成的.

②圆台和棱台统称为台体.

(4)圆台和棱台的结构特征:

观察图 1－1－5 可以看出图形是由平行于底面的平面去截锥体而得到的.



①　②

图 1－1－5

9. 什么是球?有什么特征?如何表示?

提示　(1)定义:以半圆的直径所在的直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体,简称球.

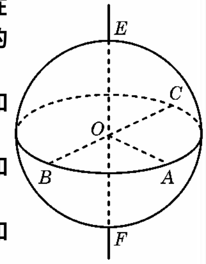


图 1－1－6

球心　半圆的圆心叫做球的球心,如图 1－1－6 中的 O.

半径　半圆的半径叫做球的半径,如图 1－1－6 中的 OA、OE 等.

直径　半圆的直径叫做球的直径,如图 1－1－6 中的 BC、EF 等.

(2)球的记法:

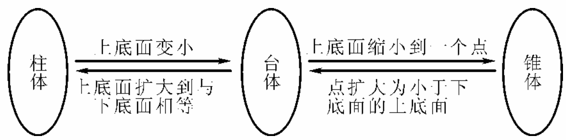
用表示球心的字母表示. 如球 O.

(3)球的结构特征:

从图 1－1－6 可以看出,此几何体是由半圆以其直径为旋转轴旋转而成的.

10. 柱、锥、台的关系.

提示



疑难点解析

课标要求是:利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形,认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

重点和难点是柱、锥、台、球的结构特征的概括.

1. 关于棱柱的结构特征问题

棱柱有两个本质特征:有两个面互相平行;其余各面每相邻两面的公共边都互相平行. 因此,棱柱有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形. 但是要注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形"的几何体未必就是棱柱. 如图 1－1－7 所示的几何体有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形,但这个几何体不是棱柱,而是两个棱柱的组合体.

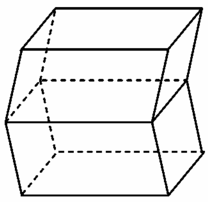


图 1－1－7

2. 关于棱锥的结构特征问题

棱锥也有两个本质特征：有一个面是多边形；其余的各面是有一个公共顶点的三角形，二者缺一不可. 因此，棱锥有一个面是多边形，其余各面都是三角形. 但是也要注意“有一个面是多边形，其余各面都是三角形”的几何体未必就是棱锥. 如图 1－1－8 所示的几何体满足各面都是三角形，但这个几何体不是棱锥.

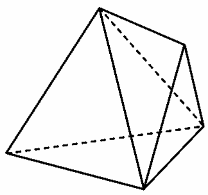


图 1－1－8

3. 关于棱台的结构特征问题

棱台也有两个基本特征：有两个面互相平行；其余各面都是梯形. 但是，有两个面互相平行，其余各面都是梯形的几何体不一定是棱台. 如图1－1－9所示的几何体，有两个面平行，其余各面都是梯形，但不是棱台.

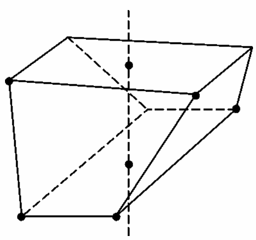


图 1－1－9

4. 关于圆柱、圆锥、圆台、球的问题

圆柱、圆锥、圆台和球都是由某个平面图形绕轴旋转得到的，所以它们都是旋转体. 一定要弄清圆柱、圆锥、圆台、球分别是由哪一种平面图形旋转而成的，从而可掌握旋转体中各基本元素的关系.

圆柱、圆锥、圆台、球分别是矩形、直角三角形、直角梯形、半圆按规定的条件旋转所成的曲面围成的几何体，一定要注意旋转轴的位置.

例如：以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆旋转一周所形成的几何体就是球，这种说法是错误的，应该是“半圆面旋转而形成几何体”才是球.

5. 简单几何体既可按柱、锥、台分类，也可以按以下分类：

- 简单几何体
  - 多面体
    - 棱柱
    - 棱锥
    - 棱台
  - 旋转体
    - 圆柱
    - 圆锥
    - 圆台
    - 球

典例归类

一、关于几何体的概念问题(结构特征问题)

例 1 根据下列对几何体结构特征的描述，说出几何体的名称.

(1)由八个面围成，其中两个面是互相平行且全等的正六边形，其他各面都是矩形；

(2)一个等腰梯形绕着两底边中点的连线所在的直线旋转 180°形成的封闭曲面所围成的图形；

(3)一个直角梯形绕较长的底边所在的直线旋转一周形成的曲面所围成的几何体.

分析 要判断几何体的类型，首先应熟练掌握各类几何体的结构特征.

解 (1)如图 1－1－10①，该几何体满足有两个面平行，其余六个面都是矩形，可使每相邻两个面的公共边都相互平行，故该几何体是六棱柱；

(2)如图 1－1－10②，等腰梯形两底边中点的连线将梯形平分为两个直角梯形，每个直角梯形绕直角边旋转 180°形成半个圆台，故该几何体为圆台；

(3)如图 1－1－10③，由梯形 $ABCD$ 的顶点 A 引 $AO\perp CD$ 于 O 点，将直角梯形分为一个 $\mathrm{Rt}\triangle AOD$ 和矩形 $AOCB$，绕 CD 旋转一周形成一个组合体，该组合体由一个圆锥和一个圆柱组成.

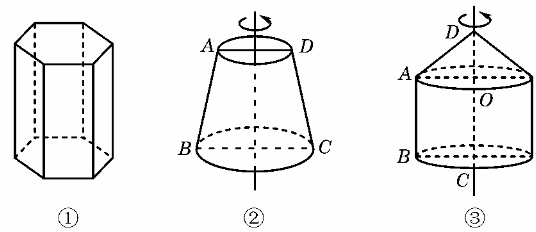


图 1－1－10

说明 对于不规则的平面图形绕轴旋转问题，要对原平面图形作适当的分割，再根据圆柱、圆锥、圆台的结构特征进行判断.

例 2 如图 1－1－11 所示的四个几何体中，哪些是圆柱与圆锥，哪些不是，并指出圆柱与圆锥的结构名称.

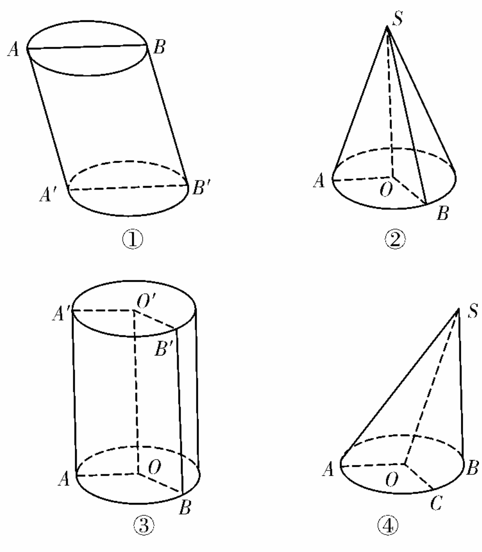


图 1－1－11

分析 由圆柱与圆锥的定义进行选择判定，再由圆柱与

圆锥的结构进行分析说明.

解　由圆柱定义知③是圆柱,①不是圆柱,因为其不符合圆柱的定义.

③圆柱 OO',其轴为:OO';底面为⊙O 与⊙O',侧面为曲面 $A'BA$;母线为 $A'A$,$B'B$ 等.

由圆锥定义知②为圆锥,④不是圆锥,因为其不符合圆锥的定义.

②为圆锥 SO,其轴为:SO,底面为⊙O,母线为 SA、SB 等.

说明　在分析选择时,要抓住圆柱与圆锥定义中的关键特点:是以矩形或直角三角形旋转而形成的曲面为侧面;由此可以排除①与④,虽然两者与圆柱、圆锥类似,但不符合圆柱与圆锥的定义,防止混淆.

二、关于侧面展开图问题

例1　请画出图 1-1-12 所示的侧面展开图.

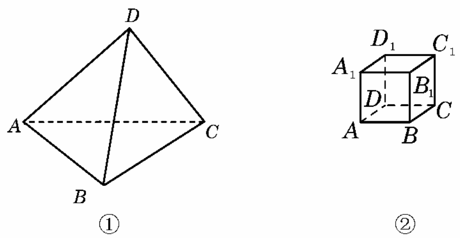


图 1-1-12

分析　将立体图形沿着某些棱剪开,然后伸展在平面上.

解　展开图如图 1-1-13 所示.

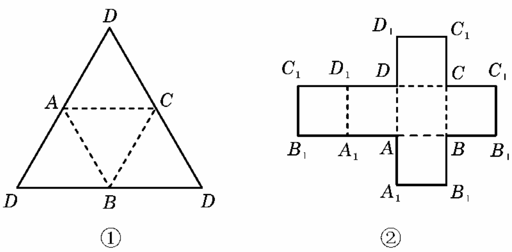


图 1-1-13

说明　立体图形的展开或平面图形的折叠是我们培养空间立体感的较好方法,希望同学们注意这一方面的练习.

思考　根据图 1-1-14 所给的平面图形,画出立体图.

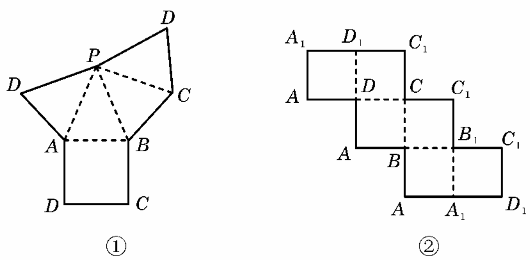


图 1-1-14

解　将各平面图折起后的立体图形为图 1-1-15 所示.

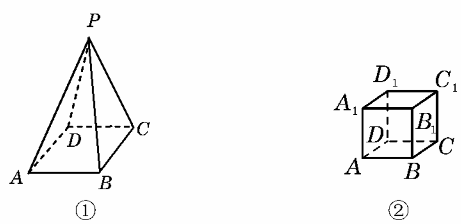


图 1-1-15

三、关于柱、锥、台的有关运算问题

例1　圆台两底半径分别是 2 cm 和 5 cm,母线长是 $3\sqrt{10}$ cm,则它的轴截面的面积为________.

分析　画出圆台的轴截面图,找直角三角形来解决.

解　圆台的轴截面如图1-1-16 所示,作 $CD\perp AB$ 于 D,在 $\mathrm{Rt}\triangle CDB$ 中,$BD=(5-2)$ cm$=3$ cm.

$CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=\sqrt{(3\sqrt{10})^2-3^2}=9$ cm.

∴轴截面积为 $S=\frac{1}{2}(10+4)\times 9=63\ \mathrm{cm}^2$.

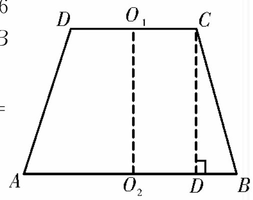


图 1-1-16

说明　计算轴截面积要画出平面图,利用平面图形的关系来解决.

例2　以两直角边为 3 cm 和 4 cm 的直角三角形旋转而形成的圆锥,其底面积为______ cm^2. 母线长为______ cm.

分析　以 3 cm 和 4 cm 的直角边分别作为旋转轴,可以得到两个圆锥,底面积是不同的,应考虑周全.

解　(1)以 3 cm 长的直角边为旋转轴旋转时,得的是底面半径为 4 cm,所以底面积为 $16\pi\ \mathrm{cm}^2$,以 4 cm 的直角边为旋转轴得到的圆锥底面半径为 3 cm,这时底面积为 $9\pi\ \mathrm{cm}^2$. 母线长都是斜边长度,为 5 cm.

说明　对于旋转体的有关运算问题,要分清哪一边为旋转轴,不确定时要讨论.

四、关于截面的有关问题

例1　从一个底面半径和高都是 R 的圆柱中,挖去一个以圆柱上底面为底,下底面中心为顶点的圆锥,得到如图 1-1-17 所示的几何体. 如果用一个与圆柱下底面距离等于 l 并且平行于底面的平面去截它,求所得截面的面积.

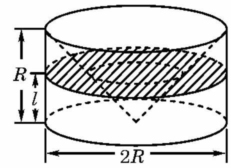


图 1-1-17

分析　圆柱中挖去圆锥后的几何体被平行于底面的平面所截得的截面是一个圆环面,它是由圆柱被截得的圆面去掉一个圆锥被截得的同心圆面而得. 作出轴截面再求解.

解　轴截面如图 1-1-18 所示.

被平行于下底面的平面所截的圆柱的截面圆的半径 $O_1C=R$,设圆锥的截面圆的半径 O_1D 为 x.

∵ $OA=AB=R$,

∴ $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形.

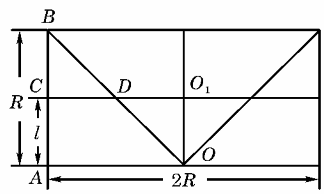


图 1-1-18

又 $CD\parallel OA$,

则 $CD=BC$.

故 $x=l$.

∴ 截面面积 $S=\pi R^2-\pi l^2=\pi(R^2-l^2)$.

说明　处理旋转体的有关问题一般要过轴作出其轴截面,在轴截面中寻找各元素的关系.

例2　用一个平面截半径为 25 cm 的球,截面面积是 $225\pi\ \mathrm{cm}^2$ 则球心到截面的距离为________.

分析　球的截面是圆面,球心与截面圆心的连线即是所求的距离. 由 $d=\sqrt{R^2-r^2}$ 可以求得.

解　设截面圆半径为 r,则 $\pi r^2=225\pi$ ∴$r=15$,

$\therefore d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{25^2-15^2}=\sqrt{625-225}=20.$

∴答案为:20 cm.

说明 解决球的截面问题,要找截面圆心、球心所在的大圆面,画出平面草图,利用 $d=\sqrt{R^2-r^2}$ 来解决,其 R 为球的半径,r 为截面圆的半径,d 为球心到截面的距离.

五、关于探究思考的问题

例 (1)由若干个平面围成的几何体称为多面体,我们学过哪几种多面体,其中最少有几个面?

(2)由一个平面图形绕一条轴旋转而围成的几何体称为旋转体.我们所学过的旋转体有哪几种?我们学过的几种最少有几个面?

分析 我们学过的多面体有棱柱、棱锥、棱台.旋转体有圆柱、圆锥、圆台、球.

解 (1)多面体有棱柱、棱锥、棱台.其中面最少的是三棱锥,也称四面体,它有 4 个面.

(2)旋转体有圆柱、圆锥、圆台、球,它们的曲面(包括平面)数分别是 3,2,3,1 个.因此球的面数最少为 1 个.

说明 学完每个知识点,要细心思考、总结,才能灵活运用.

思考 点运动成线,线运动成面,面运动成体,你能举出生活中的例子吗?你能从平行移动定义棱柱吗?

分析 几何体是由点、线、面构成,而线是由点运动而成,面是由线运动而成,体是由面运动而成.

解 笔尖运动画成线,汽车划水板运动形成一个面将水划掉,制陶工人利用转动的机器转动框架制成陶器.

由一个平面多边形沿某一方向平行移动形成的空间几何体叫做棱柱.平移起止位置的两个面叫做底面,多边形的边平移所形成的面叫做侧面.

学习笔记

1.棱柱是最简单的多面体之一,围成棱柱必须具备有两个条件:(1)有两个互相平行的面;(2)其余每相邻两个面的公共边都互相平行,但一定要注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体"不一定是棱柱.

2.棱柱的性质

根据定义,可以得到棱柱如下的性质:

(1)棱的性质:侧棱都平行,并且都相等.

(2)面的性质:侧面是平行四边形,两个底面平行,且是全等的多边形.

3.棱锥有两个本质特征:①有一个面是多边形;②其余的各面是有一个公共顶点的三角形,二者缺一不可,因此有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体未必是棱锥.

棱锥至少有四个面.

4.由圆柱的定义,可以分析圆柱有如下特点:

(1)上下两个底面的面积相等;

(2)母线有无数条;

(3)由底面中圆的直径与两条母线所围成的平面图形一定是矩形.

5.由圆锥的定义,可以分析圆锥有如下特点:

(1)由底面圆的一条弦与两母线构成的平面图形一定是等腰三角形.

(2)母线有无数条.

6.圆柱(圆锥)与棱柱(棱锥)结构上的区别主要是:棱柱(锥)有侧棱无母线;圆柱(锥)有母线无侧棱.

7.棱台是由一个棱锥得到,但并不是一个棱台与一个棱锥合在一起,就一定组合成棱锥.

8.棱台的侧面的形状一定为梯形.

9.圆台是由一个圆锥得到,但并不是一个圆台与一个圆锥合在一起就一定组合成圆锥.

10.圆台可以看作是一个直角梯形,以垂直于底边的腰为轴,旋转而成的曲面所围成的几何体.

11.注意棱台与圆台的画法,要先画棱锥与圆锥,再画棱台与圆台.

12.以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆旋转一周形成的几何体叫做球体,简称球.半圆的圆心叫做球的球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.球常用表示球心的字母表示.

13.简单组合体是指由柱体、锥体、台体或者是球体组合在一起而形成的空间几何体,其结构特点应从各组成部分进行分析.

14.由四分之一圆绕半径旋转,可以形成半个球体.

15.有些组合体也可以由平面图形进行旋转得到,如一个钝角三角形,作钝角所对的边上的高线,然后以这一边为轴进行旋转,可以构成两个对着的圆锥,这两个圆锥的底面是相同的.

练

泪洒赛场,方显英雄本色.

A 课堂巩固

一、选择题

1.下列命题中正确的是( ).

A.有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B.有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C.有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体叫棱锥

D.有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形的几何体叫棱锥

2.若正棱锥的底面边长与侧棱长相等,则该棱锥一定不是( ).

A.三棱锥 B.四棱锥

C.五棱锥 D.六棱锥

3.等边圆柱的轴截面面积为 S,则它的侧面积为( ).

A. $\frac{1}{2}\pi S$ B. πS

C. $2\pi S$ D. $4\pi S$

4.长方体三条棱长分别是 $AA'=1,AB=2,AD=4$,则从 A 点出发,沿长方体的表面到 C' 的最短距离是( ).

A. 5 B. 7 C. $\sqrt{29}$ D. $\sqrt{37}$

二、填空题

5.一个棱柱至少有______个面,面数最少的棱柱有______个顶点,有______条棱.

6.圆柱、圆锥、圆台的轴截面分别是______、______、______.

7.已知,四边形 $ABCD$ 为等腰梯形,两底边为 AB、CD 且 $AB>CD$,绕 AB 所在的直线旋转一周所得的几何体中是

由________、________、________的几何体构成的组合体.

8. 图 1-1-19 是一多面体的展开图,每个面内都给了字母,请根据要求回答问题:

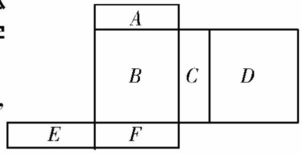


图 1-1-19

①如果 A 在多面体的底面,那么哪一面会在上面________;

②如果面 F 在前面,从左边看是面 B,那么哪一个面会在上面________;

③如果从左面看是面 C,面 D 在后面,那么哪一个面会在上面________.

三、解答题

9. 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥,截得的圆台上、下底面半径的比是 $1:4$,截去的圆锥的母线长是 $3\ \text{cm}$,求圆台的母线长.

10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=3$,$AD=2$,$CC_1=1$,一条绳子从 A 沿着表面拉到点 C_1,求绳子的最短长度.

B 课后拓展

一、选择题

1. 图 1-1-20 所示的图形可以构成正方体的是(　　).

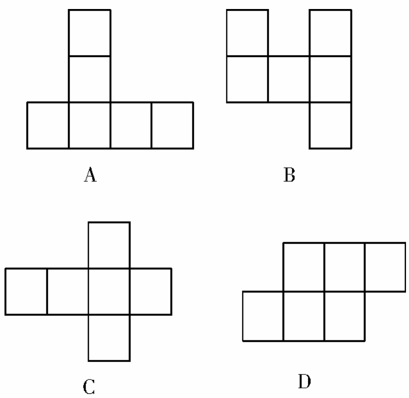


图 1-1-20

2. 圆锥的侧面展开图是直径为 a 的半圆面,那么此圆锥的轴截面是(　　).

A. 等边三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 顶角为 $30°$ 的等腰三角形　　D. 其他等腰三角形

3. 下列命题中正确的是(　　).

A. 由五个平面围成的多面体只能是四棱锥

B. 棱锥的高线可能在几何体之外

C. 仅有一组对面平行的六面体是棱台

D. 有一个面是多边形,其余各面是三角形的几何体是棱锥

二、填空题

4. 若长方体的三个面的面积分别为 $\sqrt{2}\ \text{cm}^2$、$\sqrt{3}\ \text{cm}^2$、$\sqrt{6}\ \text{cm}^2$,则长方体的对角线长为________.

5. 圆柱的轴截面 $ABCD$ 是边长为 $5\ \text{cm}$ 的正方形,一只蚂蚁在圆柱的侧面从 A 点爬到 C 点,所爬最短路程为________.

6. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=2$,$BC=3$,$AA_1=5$,则一只小虫从 A 点沿长方体的表面爬到 C_1 点的最短距离是________.

三、解答题

7. 图 1-1-21 所给的图形制成几何体后,哪些点重合在一起.

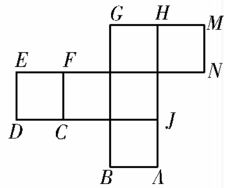


图 1-1-21

8. 若一个几何体有两个面平行,且其余各面均为梯形,则它一定是棱台,此命题是否正确,说明理由.

9. 把一个圆锥截成圆台,已知圆台的上、下底面半径的比是 $1:4$,母线长为 $10\ \text{cm}$. 求:圆锥的母线长.

10. 在正方形 $ABCD$ 中(如图1-1-22所示),E、F 分别为 AB、BC 的中点,现在沿 DE、DF 及 EF 把 $\triangle ADE$、$\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 折起,使 A、B、C 三点重合,重合后的点记为 P.

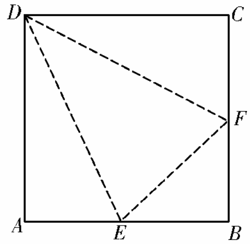


图 1-1-22

问:(1)依据题意制作的这个几何体是什么几何体?

(2)这个几何体有几个面构成,每个面的三角形是什么三角形?

(3)若正方形边长为 $2a$,则每个面的三角形面积为多少?

C 考题演练

1. (2005 年高考全国卷Ⅱ)正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,P、Q、R 分别是 AB、AD、B_1C_1 的中点,那么正方体的过 P、Q、R 的截面图形是(　　).

A. 三角形　　B. 四边形　　C. 五边形　　D. 六边形

2. (2005 年全国卷Ⅰ)在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E,交 CC' 于 F,则

①四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形;

②四边形 $BFD'E$ 可能是正方形;

③四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影一定是正方形;

④平面 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$.

以上结论正确为________.(写出所有正确结论的编号).

1.2　空间几何体的三视图和直观图

学

总结、概括,创新,这是内化知识,创新运用的基础.

预习探路

1. 什么是中心投影?

提示　光由一点向外散射形成的投影叫做中心投影.

2. 什么是平行投影?

提示　在一束平行光线照射下形成的投影,叫做平行投

影. 平行投影的投影线是平行的. 当投影线正对着投影面时,叫做正投影,其余的叫做斜投影.

3. 中心投影与平行投影的区别与联系是什么?

提示　中心投影与平行投影都是空间图形的基本画法. 平行投影包括斜二测画法与三视图,平行投影的投影线是平行的. 中心投影后的图形与原来的图形相比虽然相差较多,但直观性强,看起来与人的视觉效果一致,最像原来的物体,常用来进行绘画,中心投影的投影线相交于一点. 立体几何中画图形时一般用平行投影法.

4. 什么叫正视图?什么叫侧视图?什么叫俯视图?什么是三视图?

提示　光线从几何体的前面向后面正投影,得到的投影图叫做几何体的正视图. 光线从几何体的左面向右面正投影,得到投影图叫做几何体的侧视图. 光线从几何体的上面向下面正投影,得到的投影图叫做几何体的俯视图. 几何体的正视图、侧视图和俯视图统称几何体的三视图.

5. 画三视图的原则是什么?

提示　一个几何体的侧视图和正视图高度一样,俯视图与正视图的长度一样,侧视图与俯视图的宽度一样. 就是常说的正侧一样高,正俯一样长,俯侧一样宽.

一般地,画一个物体的三视图的排列规则是:俯视图在正视图的下面,长度与正视图一样,俯视图放在正视图的右侧,高度与正视图一样,宽度与俯视图的一样. 看不到的线画成虚线,看得到的线画成实线. 不同的角度看同一个物体,画出的三视图是不一样的.

6. 圆柱、圆锥、圆台、球的三视图各是什么样的图形?

提示　(1)圆柱的正视图与侧视图都是矩形,俯视图是圆,无圆心.

(2)圆锥的正视图与侧视图都是三角形,俯视图是有圆心的圆.

(3)圆台的正视图和侧视图都是等腰梯形,俯视图是两个同心圆,无圆心.

(4)球的三视图都是无圆心的圆.

疑难点解析

课标要求:是能画出空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等简易组合体)的三视图,能识别上述三视图所表示的立体模型,会使用材料(如纸板)制作模型,会用斜二测画法画出它们的直观图. 通过观察各种方法(中心投影与平行投影)画出的三视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式.

关于直观图的画法问题要注意平行关系不改变,平行于 x 轴的线段长度不变,平行于 y 轴的线段缩为原来的一半. 在计算时要特别注意. 要多观察实物来增强立体感觉.

例　一个四边形的直观图是边长为 a 的正方形,则原图的面积为________.

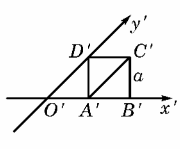


图 1－2－1

错解　如图 1－2－1,正方形$A'B'C'D'$中,$\angle B'A'C'=45°$,∴ $A'C' /\!/ y'$轴. 原图中 $AC\perp AB$,$AC=\sqrt{2}a$,

∴ $S_{四边形ABCD}=a\cdot\sqrt{2}a=\sqrt{2}a^2$.

正解　直观图中平行于坐标轴的线段,原图中也平行于坐标轴,故 $AC\perp AB$. 但平行于 y 轴的线段,画直观图时,缩为原来的$\frac{1}{2}$,即 $A'C'=\frac{1}{2}AC$,所以原四边形为平行四边形,且高为 $2\sqrt{2}a$,底为 a. 故 $S_{四边形ABCD}=2\sqrt{2}a^2$.

典例归类

一、关于已知立体图形画三视图的问题

例　画出如图 1－2－2 所示的三视图.

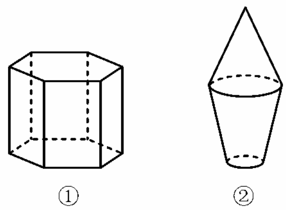


图 1－2－2

分析　图①为正六棱柱,可按棱柱的画法画出,图②为一个圆锥与一个圆台的组合体,再按圆锥和圆台的三视图画出它们的组合形状.

解　三视图如图 1－2－3 所示.

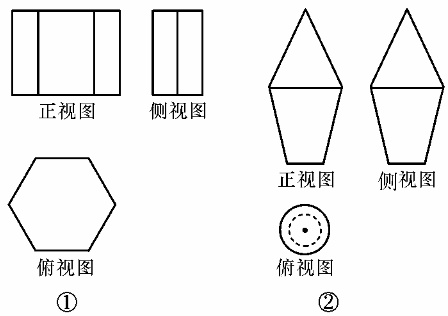


图 1－2－3

说明　(1)三视图的训练有助于我们空间能力的培养和今后应用数学知识解决工程建设、机械制造及日常生活中的问题.

(2)画图时要保证"长对正,高平齐,宽相等".

思考　画出如图 1－2－4 的三叉接头水管的三视图.

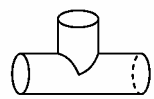


图 1－2－4

解　图 1－2－4 的三视图如图 1－2－5所示.

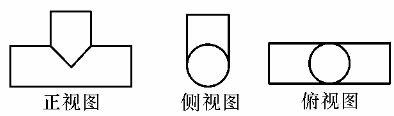


图 1－2－5

二、关于由三视图认识立体图形的问题

例　图 1－2－6 所示的是一些立体图形的三视图,请说出立体图形的名称.

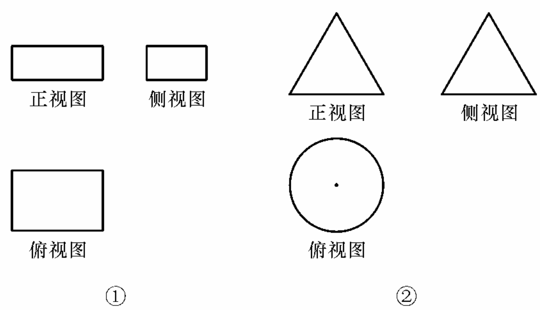


图 1－2－6

分析 由三视图的特征,结合柱、锥、台、球的三视图逆推.

解 (1)图1-2-6①所示的立体图形为长方体,立体图形如图1-2-7①所示.

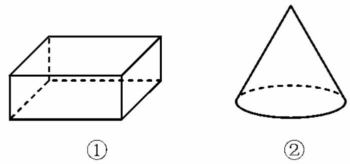


图1-2-7

(2)图1-2-6②所示的立体图形为圆锥,立体图形如图1-2-7②所示.

说明 想像力的培养与多观察实物相结合是解决此类题目的关键.

思考 根据图1-2-8所给出的一个物体的三视图,试画出它的形状.

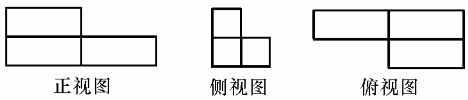


图1-2-8

解 如图1-2-9所示.

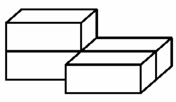


图1-2-9

四个长方体叠加在一起.

三、关于由物体的实物图画三视图的问题

例 螺栓是棱柱和圆柱构成的组合体,如图1-2-10,画出它的三视图.

解 该物体是由一个正六棱柱和一个圆柱组合而成的,正视图反映正六棱柱的三个侧面和圆柱侧面,左视图反映正六棱柱的两个侧面和圆柱侧面,俯视图反映该物体投影后是一个正六边形和一个圆(中心重合).

它的三视图如图1-2-11.

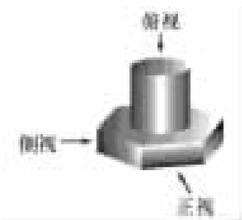


图1-2-10

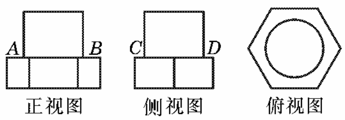


图1-2-11

说明 在绘制三视图时,应注意:

若相邻两物体的表面相交,表面的交线是它们的分界线,在三视图中,分界线和可见轮廓线都用实线画出.例如图1-2-11中,表示上面圆柱与下面棱柱的分界线是正视图中的线段AB、侧视图中的线段CD以及俯视图中的圆.

四、关于水平放置的平面图形的画法问题

按照斜二测画法的步骤进行,画图时要注意长度的变化.

例 画正五边形的直观图.

分析 建立坐标系xOy后,B、E两点不在平行于坐标轴的直线上,故需作$BG\perp x$轴于G,$EH\perp x$轴于H.

画法 (1)建立如图1-2-12①所示的直角坐标系xOy,再建立如图1-2-12②所示的坐标系$x'O'y'$,使$\angle x'O'y'=45°$.

(2)在图1-2-12①中作$BG\perp x$轴于G,$EH\perp x$轴于H,在坐标系$x'O'y'$中作$O'H'=OH$,$O'G'=OG$,$O'A'=\frac{1}{2}OA$,$O'F'=\frac{1}{2}OF$,过F'作$C'D'\parallel x'$轴且$C'D'=CD$,$C'F'=F'D'$.

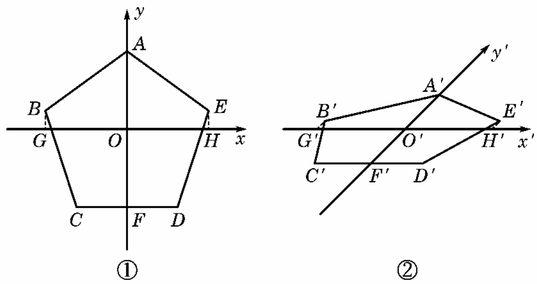


图1-2-12

(3)在平面$x'O'y'$中,过G'作$G'B'\parallel y'$轴,且$G'B'=\frac{1}{2}BG$,过H'作$H'E'\parallel y'$轴,且$H'E'=\frac{1}{2}HE$,连结$A'B'$、$B'C'$、$C'D'$、$D'E'$、$E'A'$,所得五边形$A'B'C'D'E'$为正五边形$ABCDE$的平面直观图.

说明 平行于x轴的线段长度不变,平行于y轴的线段变为原来长度的一半,是斜二测画法的根本.

思考 画出有一个锐角为45°的平行四边形的直观图.

画法 如图1-2-13①建立直角坐标系xOy,再建立坐标系$x'O'y'$,如图1-2-13②,在x'轴上截取线段$O'A'=OA$,$O'B'=OB$,在y'轴上截取线段$O'D'=\frac{1}{2}OD$,过D'点作线段$D'C'\parallel x'$轴,且$D'C'=DC$.连结$B'C'$、$A'D'$,则四边形$A'B'C'D'$为平行四边形$ABCD$的直观图.

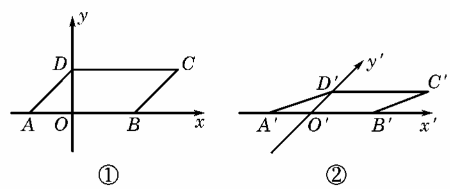


图1-2-13

五、关于由几何体的三视图画直观图的问题

例 如图1-2-14,已知几何体的三视图,用斜二测画法画出它的直观图.

分析 由几何体的三视图知道,这个几何体是一个简单组合体,它的下部是一个圆台,上部是一个圆锥,并且圆锥的底面与圆台的上底面重合,我们可以先画出下部的圆台,再画出上部的圆锥.

画法 (1)画轴.如图1-2-15①,画x轴、y轴、z轴,使$\angle xOy=45°$,$\angle xOz=90°$.

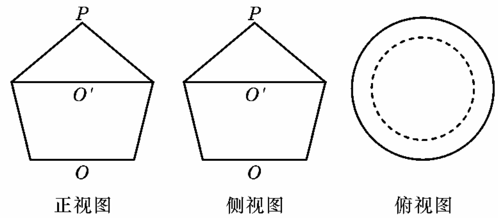


图1-2-14

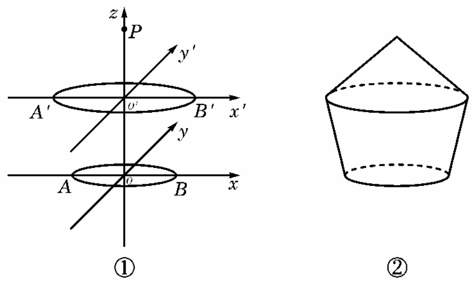


图 1－2－15

(2)画圆台的两底面. 利用斜二测画法，画出底面⊙O，在 z 轴上截取 OO'，使 OO' 等于三视图中相应高度，过 O 作 Ox 的平行线 $O'x'$，Oy 的平行线 $O'y'$，利用 $O'x'$ 与 $O'y'$ 画出上底面⊙O'(与画⊙O 一样).

(3)画圆锥的顶点. 在 Oz 上截取点 P，使 PO' 等于三视图中相应的高度.

(4)成图. 连结 PA'、PB'、$A'A$、$B'B$，整理得到三视图表示的几何体的直观图，如图 1－2－15②.

说明 由三视图想像几何体画直观图时也要根据"长对正、宽相等、高平齐"的基本特征，想像视图中每部分对应的实物部分的图形.

六、关于根据直观图进行的有关运算的问题

例 已知正三角形 ABC 的边长为 a，那么△$A'B'C'$ 的直观图的面积为(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{8}a^2$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{16}a^2$

分析 先根据题意，画出直观图，然后根据直观图求解△$A'B'C'$ 的边长及夹角.

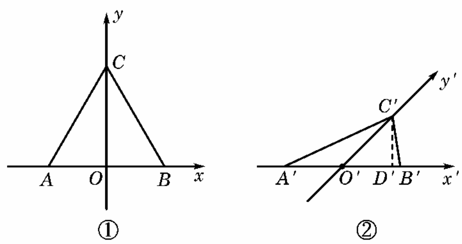


图 1－2－16

解 如图 1－2－16①②所示的实际图形和直观图，由图②可知，$A'B'=AB=a$，$O'C'=\frac{1}{2}OC=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，在图②中作 $C'D'\perp A'B'$ 于 D'，则 $C'D'=\frac{\sqrt{2}}{2}O'C'=\frac{\sqrt{6}}{8}a$.

$$\therefore S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}A'B'\cdot C'D'=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{\sqrt{6}}{8}a=\frac{\sqrt{6}}{16}a^2.$$

∴ 应选 D.

说明 本例是求直观图的面积，因此应在直观图中求解. 需求出直观图的底和高，然后用三角形面积公式求解.

七、关于平行投影与中心投影的问题

例 有下列说法：

①从投影的角度看，三视图和斜二测画法画出的直观图都是在平行投影下画出来的空间图形；②平行投影的投影线互相平行，中心投影的投影线相交于一点；③空间图形经过中心投影后，直线变成直线，但平行线可能变成了相交的直线；④空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式.

其中正确命题有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

分析 利用平行投影与中心投影的概念逐一判断.

解 以上四句话都正确.

∴ 应选 D.

说明 记住以上内容，但要注意我们在高中的学习中主要应用平行投影来作图.

思考 画出正方体的中心投影图.

分析 中心投影是一个点光源把图形投影的结果，因此，要找好点光源所对应的点.

解 如图 1－2－17 所示为正方体的中心投影图.

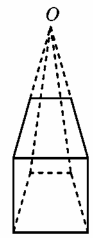


图 1－2－17

八、关于由直观图求实际图形的问题

例 图 1－2－18 所示的平行四边形 $A'B'C'D'$ 为一个平面图形的直观图，请画出它的实际形状.

分析 先建立 45°角的坐标系，再建立直角坐标系，然后还原成实际图形.

解 在图 1－2－18 中建立如图所示的坐标系 $x'A'y'$，再建一个直角坐标系，如图 1－2－19 所示.

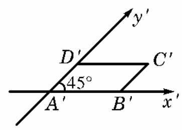


图 1－2－18

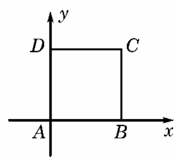


图 1－2－19

在 x 轴上截取线段 $AB=A'B'$，在 y 轴上截取线段 AD，使 $AD=2A'D'$.

过 B 作 $BC\parallel AD$，过 D 作 $DC\parallel AB$，使 BC 与 DC 交于点 C，则四边形 $ABCD$ 为平行四边形 $A'B'C'D'$ 的实际图形.

说明 还原图形的过程是画直观图的逆过程，它主要包括平行于 x 轴的线段长度不变，平行于 y 轴的线段变为原来的 2 倍.

学习笔记

1. 空间几何体的三视图可以使我们很好地把握空间几何体的性质，由空间几何体可以画出它的三视图，同样由三视图可以想像出空间几何体的形状，两者之间的相互转化，可以培养我们的几何直观能力和空间想像能力.

2. 画空间图形的直观图在要求不太严格的情况下，长度和角度可适当选取. 为了增强立体感，被挡住的部分通常用虚线表示.

画图时要紧紧把握住一斜——在已知图形中垂直于 x 轴的线段，在直观图中均与 x 轴成 45°或 135°；二测——两种度量形式，即在直观图中，平行于 x 轴的线段长度不变，平行于 y 轴的线段变为原长度的一半.

3. 画水平放置的几何图形的直观图应注意的问题.

(1)要根据图形的特点选取适当的坐标系，这样可以简化作图步骤；

(2)平行于 y 轴的线段画直观图时一定要画成原来长度的一半；

(3)对于图形中与 x 轴、y 轴、z 轴都不平行的线段，可通过确定端点的办法来解决，即过端点作坐标轴的平行线段，再借助于所作的平行线段确定端点在直观图中的位置.

4. 三视图的正视图、侧视图、俯视图分别是从几何体的正前方、正左方、正上方观察几何体画出的轮廓线. 画几何体

的三视图的要求是正视图、俯视图长对正，正视图、侧视图高平齐，俯视图、侧视图宽相等，前后对应. 画出的三视图要检验是否符合“长对正、宽相等、高平齐”的基本特征.

由三视图想像几何体时也要根据“长对正、宽相等、高平齐”的基本特征，想像视图中每部分对应的实物部分的图形，特别注意几何体中与投影面垂直或平行的线及面的位置.

对于简单几何体的组合体，首先要分清它是由哪些简单几何体组成的，然后再画出它的三视图.

练 狼狗横流，方显英雄本色.

A 课堂巩固

一、选择题

1. 下列各项不属于三视图的是（　　）.

A. 正视图　B. 侧视图　C. 后视图　D. 俯视图

2. 直线的平行投影可能是（　　）.

A. 点　B. 线段　C. 射线　D. 曲线

3. 两条不平行的直线，其平行投影不可能是（　　）.

A. 两条平行直线　B. 一点和一条直线

C. 两条相交直线　D. 两个点

4. 用斜二测画法得到：

①相等的线段和角在直观图中，仍然相等；②平行四边形在直观图中仍是平行四边形；③等腰梯形在直观图中仍是等腰梯形；④菱形的直观图是菱形.

上述结论正确的个数为（　　）.

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

5. 下列几种说法正确的个数是（　　）.

①相等的角在直观图中对应的角仍然相等；

②相等的线段在直观图中对应的线段仍然相等；

③平行的线段在直观图中对应的线段仍然平行；

④线段的中点在直观图中仍然是线段的中点.

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

二、填空题

6. 等腰梯形 $ABCD$，上底边 $CD=1$，腰 $AD=CB=\sqrt{2}$，下底 $AB=3$，按平行于上、下底边取 x 轴，则直观图 $A'B'C'D'$ 的面积为________.

7. 如图 1-2-20，一个广告气球被一束入射角为 $45°$ 的平行光线照射，其投影是一个最长的弦长为 5 m 的椭圆，则这个广告气球直径是________ m.

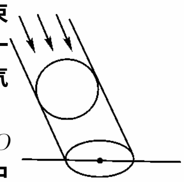


图 1-2-20

8. 如图 1-2-21 为水平放置的 $\triangle ABO$ 的直观图 $\triangle A'B'O'$，由图判断原三角形中 AB、BO、BD、OD 由小到大的顺序为________.

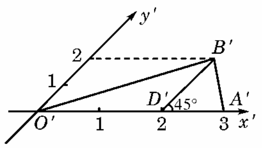


图 1-2-21

三、解答题

9. 说出图 1-2-22 所示的三视图所表示的几何体：

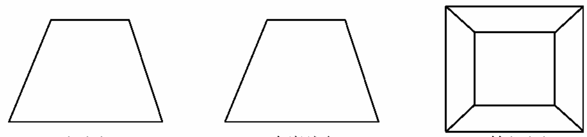


图 1-2-22

10. 已知一平面图形的直观图是底角为 $45°$，上底和腰均为 1 的等腰梯形，梯形上、下底与横轴平行，求原图形的面积.

B 课后拓展

一、选择题

1. 若一个几何体的三视图都是等腰三角形，则这个几何体可能是（　　）.

A. 圆锥　B. 正四棱锥　C. 正三棱锥　D. 正三棱台

2. 在一个侧置的正三棱锥容器内放入一个钢球，钢球恰与棱锥的四个面都接触，过棱锥的一条侧棱和高作截面，正确的截面图形是（　　）.

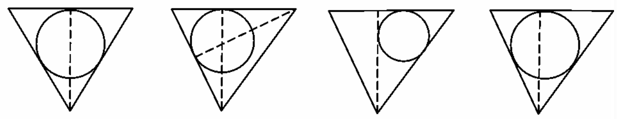


图 1-2-23

3. 一个三角形在其直观图中对应一个边长为 1 的正三角形，则原三角形的面积为（　　）.

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. 下列哪个实例不是中心投影（　　）.

A. 工程图纸　B. 小孔成像　C. 相片　D. 人的视觉

5. 关于斜二测画法画直观图说法不正确的是（　　）.

A. 在实物图中取坐标系不同，所得的直观图有可能不同

B. 平行于坐标轴的线段在直观图中仍然平行于坐标轴

C. 平行于坐标轴的线段长度在直观图中仍然保持不变

D. 斜二测坐标系取的角可能是 $135°$

二、填空题

6. 平行投影与中心投影之间的区别是____________.

7. 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图如图 1-2-24 所示，已知 $A'C'=3$，$B'C'=2$，则 AB 边上的中线的实际长度为________.

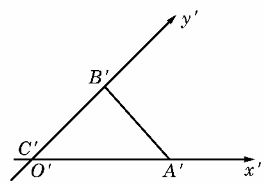


图 1-2-24

8. 已知 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形，那么原 $\triangle ABC$ 的面积为________.

9. 三视图和用斜二测画法画出的直观图都是在________投影下画出来的空间图形.

三、解答题

10. 根据图 1-2-25 给出的空间几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

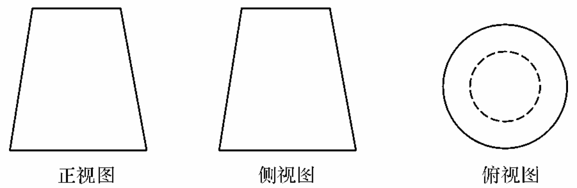


图 1-2-25

考题演练

1.(2006 年北京模拟题)如图 1-2-26 所示为一平面图形的直观图,则此平面图形可能是图 1-2-27 中的(　　).

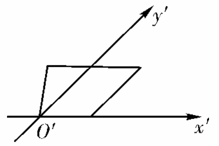


图 1-2-26

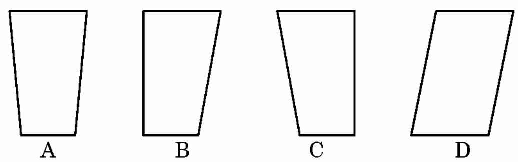


图 1-2-27

2.(2006 年山东模拟题)给出下列命题:

①如果一个几何体的三视图是完全相同的,则这个几何体是正方体;②如果一个几何体的正视图和俯视图都是矩形,则这个几何体是长方体;③如果一个几何体的三视图都是矩形,则这个几何体是长方体;④如果一个几何体的正视图和侧视图都是等腰梯形,则这个几何体是圆台.

其中正确命题的个数是(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3.(2005 年全国卷Ⅱ)正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,P、Q、R 分别为 AB、AD、B_1C_1 的中点,那么,正方体的过 P、Q、R 的截面图形是(　　).

A. 三角形　B. 四边形　C. 五边形　D. 六边形

1.3　空间几何体的表面积与体积

1.3.1　柱体、锥体、台体的表面积与体积

学

总结、模仿,创新,这是内化知识,创新运用的基础.

预习探路

1. 什么是柱体的表面积?如何来求柱体的表面积?

提示　柱体的表面积是侧面面积与上、下底面面积之和. 直棱柱的侧面展开图是矩形,上、下底面不变,因此只要计算出侧面面积,其表面积可求;圆柱的侧面展开图是矩形,上、下底面不变.

设柱体的底面周长为 c,高为 l,则侧面积为 $S_{侧}=c\cdot l$,故 $S_{表面积}=S_{侧}+2S_{底}$.

2. 什么是锥体的表面积?如何计算?

提示　一个棱锥的侧面展开图是由若干个三角形拼成的,因此侧面积为各个三角形面积之和,一个圆锥的侧面展开图为扇形,利用扇形面积公式可求侧面积,所以它们的表面积公式为:

$S_{表面积}=S_{侧}+S_{底}$.

3. 什么是台体的表面积?如何计算?

提示　一个棱台的侧面展开图为若干个梯形拼接而成,因此侧面积为各个梯形的面积之和,而圆台的侧面展开图为扇环,其侧面积可由大扇形的面积减去小扇形的面积而得到,所以它们的表面积公式为:

$S_{表面积}=S_{侧}+S_{上底}+S_{下底}$.

说明　区分所求的是侧面积还是表面积;再就是要认清所求的几何体是柱、锥、台中的哪一类及是“棱”还是“圆”.

4. 什么是柱体的体积公式?

提示　$V=Sh$,其中 S 为底面积,h 为柱体的高.

说明　它既适合于棱柱,又适合于圆柱.

5. 什么是锥体的体积公式?

提示　$V=\frac{1}{3}Sh$,其中 S 为底面积,h 为锥体的高.

说明　(1)它既适合于棱锥,也适合于圆锥.

(2)证明过程是把一个棱柱分割成三个同底同高的三棱锥,然后用祖暅原理说明.

6. 什么是台体的体积公式?

提示　$V=\frac{1}{3}(S+\sqrt{SS'}+S')h$,其中 S 为台体的上底面面积,S' 为台体的下底面面积,h 为台体的高.

说明　(1)台体公式适合于棱台和圆台.

(2)证明过程是两个锥体体积的差.

疑难点解析

1. 圆柱、圆锥、圆台的侧面积分别是它的侧面展开图的面积,因此弄清侧面展开图的形状及侧面展开图中各线段与原旋转体的关系是关键.

2. 求柱体、锥体和台体的体积,关键是根据条件找出相应的底面面积和高,要充分利用多面体的有关截面及旋转体的轴截面,将空间问题转化为平面问题.

3. 关于柱、锥、台的体积、表面积,求最大值、最小值问题,要结合函数、图形、几何意义来求,要将立体问题转化到特殊的平面图形中去解.

4. 解有关计算时,要考虑实际意义.

例　一个长方体的长、宽、高分别为 9、3、8,若在上面钻一个圆柱形孔后其表面积没有变化,则孔的半径为(　　).

A. 3　　B. 8　　C. 9　　D. 3 或 8 或 9

错解　要使表面积不改变,应使钻的圆柱孔的侧面积等于圆柱的上、下底面积和.

$2\pi r^2=\pi rl$,故 $r=l$,圆柱孔母线长等于底面半径即可,故选 D.

正解　当 $r=8$ 时,$2r=16>9$;$r=9$ 时,$2r=18>9$,两种情况下均不能钻.

只有当 $r=3$ 时,$2r=6<9$,$2r=6<8$. 故选 A.

典例归类

一、关于柱、锥、台体的表面积计算问题

例 1　圆台的上、下底面半径分别是 10 cm 和 20 cm,它