



# 前言

## QIAN YAN

为了避免高考前盲目的题海训练,提高备考复习效率,给考生提供新颖、优质的训练试题,同时全面反映“3+X”高考对各学科的最新考查特点及要求,我们特组织编写了本丛书。

本丛书力求贯彻教育新理念,注重能力和素质的培养,以《考试说明》为依据,思维拓展为重点,方法点拨为主线,能力提升为核心,将考试内容、命题探索、知识归纳和能力提升融为一体,灌注于认识过程的主动形成性及研讨性训练之中。在训练题的设计上关注梯度,追求创新。

本书的思考点是:

- (1)由“易”到“难”;
- (2)由“章节”到“专题”到“整体”;
- (3)由“基础”到“能力”到“综合”;

以题带练,以点带面,层层递进,步步提高。

《高考能力测试步步高·数学》分册将学科知识分解为60个训练点,据“点”组题,联题成套,总体上分成三大部分:

**第一篇 基础训练** 侧重于学科基础知识和基本能力的训练,重点解决知识理解和过关的问题。

**第二篇 能力训练** 侧重于学科方法和能力的训练,重点解决学科思想渗透和方法技巧传授的问题。

**第三篇 题群训练** 此部分是在前面“专点”的基础上根据高考试题结构特点,编制知识、能力点相对密集、稳定的具有模拟和综合性的题群,进行较大跨度的提升性训练。着力

于培养学生思维转换、迁移和拓展能力,同时,又兼具模拟性。

本书与同类高考用书相比不落俗套,不拖泥带水,给人一种简洁明了的感觉。试题的编写难易分级提升,基础与综合并举。逐项训练,但不零乱;分别设题,自成体系,切实可达到一步一个台阶,全面提高的效果。

每套试题按90分钟或45分钟设计,活页装订,既便于随堂测试,也便于课后练习。

为了帮助教师充分把握本书的设计思想和意图,促进对本书的有效使用,本书配有《教师用书》,《教师用书》对本书中试题进行了详细解析及思路点拨,并附有大量备课资料和必要的教学建议,内容更加丰富全面,将会使教师的教学指导与备课更加得心应手。

本丛书一经问世,便以其醒目而有力的阵营,准确而权威的导向,坚实适用的内容,科学新颖的体例等特点,引起了人们强烈的关注和广大师生一致好评。2002年,是我国高考改革全面推进的关键性的一年,全国普遍实行了“3+X”高考模式。为了更好地适应时代的潮流,本着“调整、充实、提升”的原则,对原版进行了修订,是2003年高三第一轮复习的同步用书。

由于水平有限,加之成书时间仓促,书中错误与不妥之处在所难免,望广大中学教育界同仁及读者批评指正。

编者

2002年6月


 LU  
 MU  
 目  
 录

基础训练 1 集合的概念和运算 .....	(001)	基础训练 9 函数综合问题 .....	(025)
能力训练 1 集合的概念和运算 .....	(002)	能力训练 9 函数综合问题 .....	(026)
题群训练 1 集合的概念和运算 .....	(003)	题群训练 9 函数综合问题 .....	(027)
基础训练 2 映射与函数、反函数 .....	(004)	基础训练 10 三角函数的概念、图象 .....	(028)
能力训练 2 映射与函数、反函数 .....	(005)	能力训练 10 三角函数的概念、图象 .....	(029)
题群训练 2 映射与函数、反函数 .....	(006)	题群训练 10 三角函数的概念、图象 .....	(030)
基础训练 3 函数的定义域和值域 .....	(007)	基础训练 11 三角函数的性质 .....	(031)
能力训练 3 函数的定义域和值域 .....	(008)	能力训练 11 三角函数的性质 .....	(032)
题群训练 3 函数的定义域和值域 .....	(009)	题群训练 11 三角函数的性质 .....	(033)
基础训练 4 函数的奇偶性、单调性、对称性 .....	(010)	基础训练 12 三角函数的求值问题 .....	(034)
能力训练 4 函数的奇偶性、单调性、对称性 .....	(011)	能力训练 12 三角函数的求值问题 .....	(035)
题群训练 4 函数的奇偶性、单调性、对称性 .....	(012)	题群训练 12 三角函数的求值问题 .....	(036)
基础训练 5 二次函数与二次方程 .....	(013)	基础训练 13 三角函数式的证明、三角形中三角函数问题 .....	(037)
能力训练 5 二次函数与二次方程 .....	(014)	能力训练 13 三角函数式的证明、三角形中三角函数问题 .....	(038)
题群训练 5 二次函数与二次方程 .....	(015)	题群训练 13 三角函数式的证明、三角形中三角函数问题 .....	(039)
基础训练 6 指数式与对数式、幂函数 .....	(016)	基础训练 14 三角函数中的最大值和最小值 .....	(040)
能力训练 6 指数式与对数式、幂函数 .....	(017)	能力训练 14 三角函数中的最大值和最小值 .....	(041)
题群训练 6 指数式与对数式、幂函数 .....	(018)	题群训练 14 三角函数中的最大值和最小值 .....	(042)
基础训练 7 指数函数、对数函数 .....	(019)	基础训练 15 反三角函数的概念、性质及运算 .....	(043)
能力训练 7 指数函数、对数函数 .....	(020)	能力训练 15 反三角函数的概念、性质及运算 .....	(044)
题群训练 7 指数函数、对数函数 .....	(021)	题群训练 15 反三角函数的概念、性质及运算 .....	(045)
基础训练 8 函数最值 .....	(022)	基础训练 16 不等式的证明(一) .....	(046)
能力训练 8 函数最值 .....	(023)	能力训练 16 不等式的证明(一) .....	(047)
题群训练 8 函数最值 .....	(024)	题群训练 16 不等式的证明(一) .....	(048)



LU MU  
目 录

基础训练 17 不等式的证明(二) .....	(049)	基础训练 25 数学归纳法 .....	(073)
能力训练 17 不等式的证明(二) .....	(050)	能力训练 25 数学归纳法 .....	(074)
题群训练 17 不等式的证明(二) .....	(051)	题群训练 25 数学归纳法 .....	(075)
基础训练 18 不等式的性质和整式、分式不等式的解法 .....	(052)	基础训练 26 数学归纳法与一类探索性问题 .....	(076)
能力训练 18 不等式的性质和整式、分式不等式的解法 .....	(053)	能力训练 26 数学归纳法与一类探索性问题 .....	(077)
题群训练 18 不等式的性质和整式、分式不等式的解法 .....	(054)	题群训练 26 数学归纳法与一类探索性问题 .....	(078)
基础训练 19 无理不等式、绝对值不等式的解法 .....	(055)	基础训练 27 数列的综合应用 .....	(079)
能力训练 19 无理不等式、绝对值不等式的解法 .....	(056)	能力训练 27 数列的综合应用 .....	(080)
题群训练 19 无理不等式、绝对值不等式的解法 .....	(057)	题群训练 27 数列的综合应用 .....	(081)
基础训练 20 指数、对数不等式的解法 .....	(058)	基础训练 28 复数概念及代数式运算 .....	(082)
能力训练 20 指数、对数不等式的解法 .....	(059)	能力训练 28 复数概念及代数式运算 .....	(083)
题群训练 20 指数、对数不等式的解法 .....	(060)	题群训练 28 复数概念及代数式运算 .....	(084)
基础训练 21 不等式的应用 .....	(061)	基础训练 29 复数的三角形式及运算 .....	(085)
能力训练 21 不等式的应用 .....	(062)	能力训练 29 复数的三角形式及运算 .....	(086)
题群训练 21 不等式的应用 .....	(063)	题群训练 29 复数的三角形式及运算 .....	(087)
基础训练 22 数列的一般概念 .....	(064)	基础训练 30 复数的几何意义 .....	(088)
能力训练 22 数列的一般概念 .....	(065)	能力训练 30 复数的几何意义 .....	(089)
题群训练 22 数列的一般概念 .....	(066)	题群训练 30 复数的几何意义 .....	(090)
基础训练 23 等差数列和等比数列 .....	(067)	基础训练 31 复数的模、辐角及复数集上的方程 .....	(091)
能力训练 23 等差数列和等比数列 .....	(068)	能力训练 31 复数的模、辐角及复数集上的方程 .....	(092)
题群训练 23 等差数列和等比数列 .....	(069)	题群训练 31 复数的模、辐角及复数集上的方程 .....	(093)
基础训练 24 数列的极限及应用 .....	(070)	基础训练 32 两个基本原理、排列与组合 .....	(094)
能力训练 24 数列的极限及应用 .....	(071)	能力训练 32 两个基本原理、排列与组合 ... ..	(095)
题群训练 24 数列的极限及应用 .....	(072)	题群训练 32 两个基本原理、排列与组合 ... ..	(096)


 LU MU  
 目 录

基础训练 33	排列组合应用题	.....	( 097 )	基础训练 41	平面图形的翻折	.....	( 121 )
能力训练 33	排列组合应用题	.....	( 098 )	能力训练 41	平面图形的翻折	.....	( 122 )
题群训练 33	排列组合应用题	.....	( 099 )	题群训练 41	平面图形的翻折	.....	( 123 )
基础训练 34	二项式定理、二项式系数性质	.....	( 100 )	基础训练 42	棱柱、棱锥、棱台	.....	( 124 )
能力训练 34	二项式定理、二项式系数性质	.....	( 101 )	能力训练 42	棱柱、棱锥、棱台	.....	( 125 )
题群训练 34	二项式定理、二项式系数性质	.....	( 102 )	题群训练 42	棱柱、棱锥、棱台	.....	( 126 )
基础训练 35	二项式定理的应用	.....	( 103 )	基础训练 43	圆柱、圆锥、圆台	.....	( 127 )
能力训练 35	二项式定理的应用	.....	( 104 )	能力训练 43	圆柱、圆锥、圆台	.....	( 128 )
题群训练 35	二项式定理的应用	.....	( 105 )	题群训练 43	圆柱、圆锥、圆台	.....	( 129 )
基础训练 36	平面、空间两直线	.....	( 106 )	基础训练 44	球、截面、展开图	.....	( 130 )
能力训练 36	平面、空间两直线	.....	( 107 )	能力训练 44	球、截面、展开图	.....	( 131 )
题群训练 36	平面、空间两直线	.....	( 108 )	题群训练 44	球、截面、展开图	.....	( 132 )
基础训练 37	直线与平面的平行和垂直	.....	( 109 )	基础训练 45	体积计算及应用	.....	( 133 )
能力训练 37	直线与平面的平行和垂直	.....	( 110 )	能力训练 45	体积计算及应用	.....	( 134 )
题群训练 37	直线与平面的平行和垂直	.....	( 111 )	题群训练 45	体积计算及应用	.....	( 135 )
基础训练 38	两个平面平行与垂直	.....	( 112 )	基础训练 46	有向线段、定比分点、直线方程	.....	( 136 )
能力训练 38	两个平面平行与垂直	.....	( 113 )	能力训练 46	有向线段、定比分点、直线方程	.....	( 137 )
题群训练 38	两个平面平行与垂直	.....	( 114 )	题群训练 46	有向线段、定比分点、直线方程	.....	( 138 )
基础训练 39	空间角	.....	( 115 )	基础训练 47	两直线的位置关系及对称问题	.....	( 139 )
能力训练 39	空间角	.....	( 116 )	能力训练 47	两直线的位置关系及对称问题	.....	( 140 )
题群训练 39	空间角	.....	( 117 )	题群训练 47	两直线的位置关系及对称问题	.....	( 141 )
基础训练 40	空间距离	.....	( 118 )	基础训练 48	圆的方程、直线与圆的位置关系	.....	( 142 )
能力训练 40	空间距离	.....	( 119 )	能力训练 48	圆的方程、直线与圆的位置关系	.....	( 143 )
题群训练 40	空间距离	.....	( 120 )	题群训练 48	圆的方程、直线与圆的位置关系	.....	( 144 )





## 基础训练 1 集合的概念和运算

班级

姓名

### 一、选择题

- ⇒1. 设  $A = \{a \mid a \text{ 使方程 } ax^2 + 2x + 1 = 0 \text{ 有惟一实数解}\}$ , 则  $A$  用列举法可表示为 ..... ( )
- A.  $A = \{1\}$                       B.  $A = \{0\}$   
 C.  $A = \{0, 1\}$                     D.  $A = \{0\}$  或  $\{1\}$
- ⇒2. 集合  $M = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $M, N$  的关系是 ..... ( )
- A.  $M = N$                       B.  $M \supseteq N$   
 C.  $M \subsetneq N$                     D.  $M \cap N = \emptyset$
- ⇒3. 集合  $\{1, 2, 3\}$  的子集的个数为 ..... ( )
- A. 7                                B. 8  
 C. 9                                D. 5

### 二、填空题

- ⇒4. 已知集合  $M = \{a, a+d, a+2d\}$ ,  $N = \{a, ar, ar^2\}$ , 如果  $M = N$ , 求  $r$  的值 \_\_\_\_\_.
- ⇒5. 设全集  $I = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $M = \{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\}$ ,  $N = \{(x, y) \mid y \neq x+1\}$ , 那么  $\overline{M \cap N} =$  \_\_\_\_\_.
- ⇒6. 设方程  $x^2 - px - q = 0$  的解集为  $A$ , 方程  $x^2 + qx - p = 0$  的解集为  $B$ , 若  $A \cap B = \{1\}$ , 则  $p+q =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- ⇒7. 已知全集  $I = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \geq 0\}$ ,  $A = \{x \mid |x-2| > 1\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{x-1}{x-2} \geq 0\}$ , 求  $\overline{A}, \overline{B}, A \cap B, A \cup B, A \cap \overline{B}, \overline{A} \cup B$ .

- ⇒8. 已知集合  $A = \{-1, 2\}$ ,  $B = \{m \mid mx + 1 = 0\}$ , 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $m$  的取值集合  $M$ .

- ⇒9. 已知  $A = \{x \mid |x - \frac{(a+1)^2}{2}| \leq \frac{1}{2}(a-1)^2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 3(a+1)x + 2(3a+1) \leq 0\}$ , 求使  $A \subseteq B$  的  $a$  的范围.



## 能力训练 1 集合的概念和运算

班级

姓名

### 一、选择题

- ⇒1. 已知集合  $P = \{y | y = -x^2 + 2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $Q = \{y | y = -x + 2, x \in \mathbf{R}\}$ , 那么  $P \cap Q =$  ..... ( )
- A.  $(0, 2), (1, 1)$       B.  $\{(0, 2), (1, 1)\}$   
 C.  $\{1, 2\}$       D.  $\{y | y \leq 2\}$
- ⇒2. 已知集合  $A$  有 10 个元素,  $B$  有 6 个元素, 全集  $I$  有 18 个元素,  $A \cap B \neq \emptyset$ , 设集合  $\overline{A \cup B}$  有  $x$  个元素, 则  $x$  的范围是 ..... ( )
- A.  $3 \leq x \leq 8$  且  $x \in \mathbf{N}^*$   
 B.  $2 \leq x \leq 8$  且  $x \in \mathbf{N}^*$   
 C.  $8 \leq x \leq 12$  且  $x \in \mathbf{N}^*$   
 D.  $10 \leq x \leq 15$  且  $x \in \mathbf{N}^*$
- ⇒3. 设  $x, y$  是两个非空集合, 则  $a \in x \cup y$ , 是  $a \in x \cap y$  的 ..... ( )
- A. 充分非必要条件  
 B. 必要非充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

### 二、填空题

- ⇒4. 设  $S$  为非空集合, 且  $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 那么满足性质“若  $a \in S$ , 则  $6 - a \in S$ ”的集合  $S$  的个数共 \_\_\_\_\_ 个.
- ⇒5. 设  $A_n = \{x | 2^n < x < 2^{n+1}, \text{ 且 } x = 7m + 1, m, n \in \mathbf{N}^*\}$ , 则  $A_6$  中各元素之和为 \_\_\_\_\_.

⇒6. 已知  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 16\}$ ,  $B = \{(x, y) | x - y = m\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $m$  的范围是 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

⇒7. 已知  $A = \{x | x^2 + (p + 2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ , 求实数  $p$  的取值范围.

⇒8. 设  $S$  为满足下列两个条件的实数所构成的集合:

- (1)  $S$  中不含 1;
- (2) 若  $a \in S$ , 则  $\frac{1}{1-a} \in S$ .

试解答下面问题:

- (1) 若  $2 \in S$ , 则  $S$  中必有其他两个根, 试求出来.
- (2) 求证: 若  $a \in S$ , 则  $1 - \frac{1}{a} \in S$ .
- (3)  $S$  是否可以只有一个元素? 为什么?

⇒9. 设集合  $A = \{y | y = x^2 + 2x + 4, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{z | z = ax^2 - 2x + 4a, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.



## 题群训练 1 集合的概念和运算

班级

姓名

### 一、选择题

⇒1. 设  $S = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1, x > 0\}$ ,  $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1, y > 0\}$ ,  $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1, x < 0\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1, y < 0\}$ , 下面关系正确的是 … ( )

- A.  $S \cup T = M \cup N$       B.  $S \cup N = T \cup M$   
C.  $S \cap T = M \cap N$       D.  $S \cap M = T \cap N$

⇒2. 设  $P = \{x | x \leq 2\sqrt{2}\}$ ,  $a = 3$ , 则下列关系正确的是 … ( )

- A.  $a \notin P$       B.  $\{a\} \subseteq P$   
C.  $a \in P$       D.  $a \subseteq P$

⇒3. 已知三条直线  $3x - y + 2 = 0$ ,  $2x + y + 3 = 0$ ,  $mx + y = 0$  在同一坐标系内没有构成三角形, 则  $m$  的值构成的集合为 … ( )

- A.  $\{-3, -2\}$       B.  $\{-3, -1, 2\}$   
C.  $\{-1, 0\}$       D.  $\{-3, -1, 0\}$

### 二、填空题

⇒4. 已知  $a, b, c$  为非零实数, 集合  $\{x | x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{|abc|}{abc}\}$  用列举法可表示为 \_\_\_\_\_.

⇒5. 设  $x, y \in \mathbf{R}$ ,  $A = \{a | a = x^2 - 3x + 1\}$ ,  $B = \{b | b = y^2 + 3y + 1\}$ . 求集合  $A, B$  之间关系 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

⇒6. 设  $P = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$ ,  $Q = \{x | x - a \geq 0\}$

- (1) 若  $P \subseteq Q$ , 求  $a$  范围;  
(2) 若  $P \cap Q = \emptyset$ , 求  $a$  的范围;  
(3) 若  $P \cap Q = [0, 3)$ , 求  $a$  的范围.

⇒7. 已知集合  $A = \{x | -x^2 + 3x + 10 \geq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x + 2m < 0\}$ , 若  $A \cap B = B$ , 求实数  $m$  的取值范围.

⇒8. 已知集合  $A = \{(x, y) | y = \frac{1}{3}x + \log_2 \frac{k-1}{k}\}$ ,  $B = \{(x, y) | x^2 - 8y^2 + 18y + 18y \cdot \log_2 \frac{k-1}{k} = 9(\log_2 \frac{k-1}{k} + 1)^2\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求  $k$  的范围.

### 四、探索与创新题

⇒9. 某校组织高一学生进行社会调查, 调查某居民区中每户拥有的电视机、电冰箱、电脑的拥有情况. 结果是: 至少有一种的: 电视机 1090 户, 电冰箱 747 户, 电脑 850 户. 至少有两种的: 电视机、电脑 570 户, 电冰箱、电脑 420 户, 电视机、电冰箱 520 户, 三种全都拥有的 265 户, 但调查组的同学在统计上述数字时, 发现没有记下被调查的居民总户数, 你能根据以上数据确定此次调查的居民总户数吗?



## 基础训练 2 映射与函数、反函数

班级

姓名

### 一、选择题

⇨1. 下列函数与  $y=x$  有相同图象的一个函数是 ……………  
…………… ( )

- A.  $y = \sqrt{x^2}$
- B.  $y = \frac{x^2}{x}$
- C.  $y = a^{\log_a x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$
- D.  $y = \log_a a^x$

⇨2. 已知映射  $f: A \rightarrow B$ , 其中集合  $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $B$  中的元素都是  $A$  中元素在映射  $f$  下的象, 且对任意  $a \in A$ , 在  $B$  中和它对应的元素是  $|a|$ , 则集合  $B$  中元素的个数是 …………… ( )  
A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

⇨3. 若  $g(x) = 1 - 2x, f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}, f(\frac{1}{2})$  等于 ……………  
…………… ( )  
A. 1      B. 3      C. 15      D. 30

### 二、填空题

⇨4. 设  $f: A \rightarrow B$  是从  $A$  到  $B$  的映射, 其中  $A = B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{R}\}, f: (x, y) \rightarrow (x+y, x-y)$ , 那么  $A$  中元素  $(1, 3)$  的象是 \_\_\_\_\_,  $B$  中元素  $(1, 3)$  的原象是 \_\_\_\_\_.

⇨5. 已知集合  $A = \{a, b\}, B = \{c, d, e\}$ , 那么从  $A$  到  $B$  的映射共 \_\_\_\_\_ 个. 从  $B$  到  $A$  的映射共 \_\_\_\_\_ 个.

⇨6. 若函数  $y = a^{x-1} + 3 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1 \text{ 为常数})$  的反函数的图象必经过  $P$  点, 则  $P$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

⇨7. 求下列函数的反函数

(1)  $y = x^2 - 2x + 3 (x > 1)$

(2)  $y = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 0) \\ x + 1 & (x < 0) \end{cases}$

⇨8. 设  $f(x)$  满足  $f(x) - 2f(\frac{1}{x}) = x$ , 求  $f(x)$ .

⇨9. 动点  $P$  从边长为 1 的正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  出发顺次经过  $B, C, D$  再回到  $A$ ; 设  $x$  表示  $P$  的行程,  $y$  表示  $PA$  的长, 求  $y$  关于  $x$  的函数.



## 能力训练 2 映射与函数、反函数

班级

姓名

## 一、选择题

- ⇒1. (2000 年高考题) 设  $A, B$  都是自然数集  $N$ , 映射  $f: A \rightarrow B$  把集合  $A$  中的元素  $n$  映射到集合  $B$  中的元素  $2^n + n$ , 则在映射  $f$  下, 象 20 的原象是 …………… ( )
- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
- ⇒2. 要使函数  $y = x^2 - 2ax + 1$  在  $[1, 2]$  上存在反函数, 则  $a$  的取值范围是 …………… ( )
- A.  $a \leq 1$       B.  $a \geq 2$   
C.  $a \leq 1$  或  $a \geq 2$       D.  $1 \leq a \leq 2$
- ⇒3. 已知函数  $y = f(x) (x \in [a, b])$ , 那么集合  $\{(x, y) | y = f(x), x \in [a, b]\} \cap \{(x, y) | x = 2\}$  中元素的个数是 …………… ( )
- A. 1      B. 0      C. 0 或 1      D. 1 或 2

## 二、填空题

⇒4. 已知两个函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 (x \geq 0) \\ -x (x < 0) \end{cases}$ ,

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0) \\ x^2 (x < 0) \end{cases}, \text{ 若 } x > 0, \text{ 则 } f[g(x)] = \underline{\hspace{2cm}};$$

若  $x < 0$ , 则  $g[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}, g[g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}.$

- ⇒5. 若点  $(1, 2)$  既在  $f(x) = \sqrt{ax+b}$  的图象上, 又在  $f(x)$  的反函数的图象上, 试求  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}},$   
 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

## 三、解答题

- ⇒6. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{ax+b}$  ( $a, b$  为常数且  $ab \neq 0$ ) 满足  $f(2) = 1$ , 且方程  $f(x) = x$  仅有惟一解, 求  $f(x)$ .

- ⇒7. 给定实数  $a, a \neq 0$ , 且  $a \neq 1$ , 设函数  $y = \frac{x-1}{ax-1} (x \in \mathbf{R}$  且  $x \neq \frac{1}{a})$ , 求证:

- (1) 经过这个函数图象上任意两不同点的直线不平行于  $x$  轴,  
(2) 这个函数的图象关于直线  $x - y = 0$  成轴对称图形.







### 能力训练 3 函数的定义域和值域

班级

姓名

#### 一、选择题

⇒1. 已知函数  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{ax^2+ax-3}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的范围是 ..... ( )

A.  $a > \frac{1}{3}$       B.  $-12 < a < 0$

C.  $-12 < a \leq 0$       D.  $a \leq \frac{1}{3}$

⇒2. 函数  $y = \frac{3-x}{1+2x} (x \geq 0)$  的值域是 ..... ( )

A.  $[0, 3]$       B.  $[-\frac{1}{2}, 3]$

C.  $(-\frac{1}{2}, 3]$       D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$

⇒3. 已知函数  $f(x)$  的定义域是  $\mathbf{R}^+$ , 则函数  $f[\log_2(x^2 - 2)]$  的定义域是 ..... ( )

A.  $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

B.  $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}) \cap (\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

C.  $(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

D.  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

#### 二、填空题

⇒4. 已知函数  $y = f(x)$  的反函数  $f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1 (x \geq 0)$ , 那么  $y = f(x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

⇒5. 设  $y = f(x) = \log_2(x^2 + ax - a)$ .

(1) 若  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的范围是\_\_\_\_\_.

(2) 若  $f(x)$  的值域为  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的范围是\_\_\_\_\_.

⇒6. 设  $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{2}$  的定义域为  $[n, n+1] (n \in \mathbf{N}^*)$ ,

则  $f(x)$  的值域中共有\_\_\_\_\_个整数.

#### 三、解答题

⇒7. 设  $f(x) = a \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \frac{a}{2} + b$  的定义域为

$[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$ , 值域为  $[-1, 5]$ , 试求  $a, b$  的值.

⇒8. 已知  $f(x) = \log_3 \frac{mx^2 + 8x + n}{x^2 + 1}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 值域为

$[0, 2]$ , 求  $m, n$  的值.

⇒9. 设集合  $A = \{x \mid 2\log_{\frac{1}{2}} x - 14\log_4 x + 3 \leq 0\}$ , 若函数

$f(x) = \log_a \frac{x}{a} \cdot \log_a \frac{x}{a^2}$ , 其中  $a > 0$  有  $a \neq 1$ , 当  $x \in A$

时, 其值域为  $B = \{y \mid -\frac{1}{4} \leq y \leq 2\}$ , 求实数  $a$  的值.



### 题群训练 3 函数的定义域和值域

班级

姓名

#### 一、选择题

⇒1. 函数  $y=x+\frac{1}{x}$  的定义域是  $(0,5)$ , 它的值域是 .....

..... ( )

A.  $(\frac{26}{5}, +\infty)$       B.  $[2, \frac{26}{5})$

C.  $(2, \frac{26}{5})$       D.  $[2, +\infty)$

⇒2. 设  $a \in (0,1)$ , 则函数  $y=\sqrt{\log_a(x-1)}$  的定义域为

..... ( )

A.  $(1,2]$       B.  $(1, +\infty)$

C.  $(-\infty, 2]$       D.  $[2, +\infty)$

⇒3. 如果  $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$  的定义域为  $M$ ,  $f[f(x)]$  的定义域

为  $N$ , 则 .....

A.  $M \cup N = \mathbf{R}$       B.  $M \supset N$

C.  $M = N$       D.  $M \subset N$

#### 二、填空题

⇒4. 函数  $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$  的反函数的定义域是 \_\_\_\_\_.

⇒5. 已知函数  $f(x)=\log_2(x^2-4mx+4m^2+m-1)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x) \leq 2$  有解, 则  $m$  范围是 \_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

⇒6. 设函数  $f(x)=\frac{ax+b}{x^2+1}$  的值域为  $[-1,4]$ , 求实数  $a, b$  的值.

⇒7. 已知函数  $f(x)=\frac{1}{\lg(2^x+4 \cdot 2^{-x}-a)}$  的定义域是  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  的范围.

⇒8. 如图,  $\triangle AOB$  是边长为 2 的正三角形, 直线  $x=t$  截这个三角形, 设位于此直线左方的图形的面积为  $y$ , 求  $y=f(x)$  的表达式, 并求其定义域和值域.

#### 四、探索与创新题

⇒9. 已知二次函数  $f(x)=x^2+bx+c$ , 满足  $f(\frac{1}{2}-x)=$

$f(\frac{1}{2}+x)$  且方程  $f(x)=x$  有相等的实根.

(1) 求  $f(x)$ ;

(2) 是否存在常数  $a$ , 使  $f(x)$  的定义域为  $[a, a+1]$  时,

值域为  $[\frac{3}{4}, 2a]$ , 证明你的结论.



## 基础训练 4 函数的奇偶

### 性、单调性、对称性

班级

姓名

#### 一、选择题

⇒1. 下列判断正确的是 ..... ( )

A.  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$  是奇函数

B.  $f(x) = (1-x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$  是偶函数

C.  $f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 - 1})$  是非奇非偶函数

D.  $f(x) = 1$  既是奇函数又是偶函数

⇒2. (2001年高考题) 设  $f(x), g(x)$  都是单调函数, 有如下四个命题

① 若  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) - g(x)$  单调递增;

② 若  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) - g(x)$  单调递增;

③ 若  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) - g(x)$  单调递减;

④ 若  $f(x)$  单调递减,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) - g(x)$  单调递减;

其中, 正确的命题是 ..... ( )

- A. ①③    B. ①④    C. ②③    D. ②④

⇒3. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y = f(x)$  满足  $f(x+1) = -f(x)$ ,

且在  $[-1, 0]$  上单调递增, 设  $a = f(3), b = f(\sqrt{2}), c = f(2)$ , 则  $a, b, c$  的大小顺序是 ..... ( )

- A.  $a > b > c$     B.  $a > c > b$

C.  $b > c > a$

D.  $c > b > a$

#### 二、填空题

⇒4. (2002年上海春季高考题) 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 若当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = \log_3(1+x)$ , 则  $f(-2) =$  \_\_\_\_\_.

⇒5. 函数  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 8)$  的单调递增区间是 \_\_\_\_\_; 单调递减区间是 \_\_\_\_\_.

⇒6. 已知  $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$ , 且  $f(-2) = 10$ , 那么  $f(2) =$  \_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

⇒7. 判断下面函数的奇偶性:

(1)  $f(x) = |2x+3| + |2x-3|$

(2)  $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )

(3)  $f(x) = \frac{x}{a^x - 1} + \frac{x}{2}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )

(4)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & (x < 0) \\ -x^2 + x & (x > 0) \end{cases}$

⇒8. 讨论函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  的单调性.

⇒9. 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  既是单调函数又是奇函数, 若  $f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) > 0$ , 对任意  $t \in \mathbf{R}^+$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.



## 能力训练 4 函数的奇偶

## 性、单调性、对称性

班级

姓名

## 一、选择题

- ⇨1. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可以表示为一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 的和, 如果 $f(x) = \lg(10^x + 1)$ , 则 ..... ( )
- A.  $g(x) = x, h(x) = \lg(10^x + 10^{-x} + 2)$
- B.  $g(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) + x]$ ,
- $h(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) - x]$
- C.  $g(x) = \frac{x}{2}, h(x) = \lg(10^x + 1) - \frac{x}{2}$
- D.  $g(x) = -\frac{x}{2}, h(x) = \lg(10^x + 1) + \frac{x}{2}$
- ⇨2. 如果函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上是减函数, 那么实数 $a$ 的取值范围是 ..... ( )
- A.  $a \leq -3$                   B.  $a \geq -3$
- C.  $a \leq 5$                      D.  $a \geq 5$
- ⇨3. 已知函数 $y = f(x)$ 在 $(-3, 0)$ 上是减函数, 又 $y = f(x-3)$ 为偶函数, 则下列结论正确的是 ..... ( )
- A.  $f(-\frac{3}{2}) < f(-\frac{7}{2}) < f(-5)$
- B.  $f(-5) < f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{3}{2})$
- C.  $f(-5) < f(-\frac{3}{2}) < f(-\frac{7}{2})$
- D.  $f(-\frac{7}{2}) < f(-\frac{3}{2}) < f(-5)$

## 二、填空题

- ⇨4. 判断 $f(x) = \frac{ax}{x^2-1} (a \neq 0)$ 在 $(-1, 1)$ 上的单调性是 \_\_\_\_\_.
- ⇨5. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x \in (0, 1)$ 时 $f(x) = \lg \frac{1}{1+x}$ , 那么当 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x)$ 的表达式是 \_\_\_\_\_.
- ⇨6. 已知 $f(x) = x^2 - bx + c$ , 且 $f(0) = 3, f(2-x) = f(x) (x \in \mathbf{R})$ , 则 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 的大小顺序是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

- ⇨7. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(2) = 0$ , 解不等式 $f[\log_2(x^2 + 5x + 4)] \geq 0$ .

- ⇨8. 设当 $x \in (-3, 3]$ 时, $f(x+3) = x^2 - 9$ , 且当 $x \in \mathbf{R}$ 时, 总有 $f(x+2) = f(x+1) - f(x)$ 成立, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

- ⇨9. (2002年上海春季高考题) 已知函数 $f(x) = a^x + \frac{x-2}{x+1} (a > 1)$
- (1) 证明: 函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上为增函数;
- (2) 用反证法证明方程 $f(x) = 0$ 无负数根.



## 题群训练 4 函数的奇偶

### 性、单调性、对称性

班级

姓名

#### 一、选择题

⇒1. 在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的函数是 …… ( )

- A.  $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$     B.  $y = \frac{x}{1-x}$   
 C.  $y = -(x+1)^2$     D.  $y = 1+x^2$

⇒2. 若奇函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  ( $a > 0$ ) 上为增函数, 且最小值为 5, 则  $f(x)$  在  $[-b, -a]$  上是 …… ( )

- A. 增函数且最小值为 -5  
 B. 增函数且最大值为 -5  
 C. 减函数且最小值为 -5  
 D. 减函数且最大值为 -5

⇒3. 设  $f(x)$  是以 3 为周期的奇函数, 且  $f(1) > 1, f(2) = a$ , 则 …… ( )

- A.  $a > 2$     B.  $a < -2$     C.  $a > 1$     D.  $a < -1$

#### 二、填空题

⇒4. 若  $f(x), g(x)$  的定义域都为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x)$  为奇函数,  $g(x)$

为偶函数, 且  $f(x) + g(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ , 则  $f(x) =$

\_\_\_\_\_.

⇒5. 已知  $f(x) = \frac{1}{3^x - 1} + a$  的图象关于原点对称, 则  $a =$

\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

⇒6. 设  $f(x) = \lg \frac{1+2^x+4^x a}{3}$ , 若当  $x \in (-\infty, 1]$  时,  $f(x)$  有意义, 求  $a$  的取值范围.

⇒7. 已知  $f(x) = (\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2})x$

(1) 证明:  $f(x) > 0$ ;

(2) 设  $F(x) = f(x+t) - f(x-t)$  ( $t \neq 0$ ), 判断  $F(x)$  的奇偶性.

⇒8. (2001 年高考题) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数,

其图象关于  $x=1$  对称, 对任意  $x_1, x_2 \in [0, \frac{1}{2}]$ , 都有  $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ , 且  $f(1) = a > 0$

(1) 求  $f(\frac{1}{2}), f(\frac{1}{4})$ ;

(2) 证明  $f(x)$  是周期函数;

(3) 记  $a_n = f(2n + \frac{1}{2n})$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln a_n)$ .

#### 四、探索与创新题

⇒9. 设  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  是一个最小正周期为 2 的周期

函数, 且当  $0 < x < 1$  时,  $f(x) = \frac{2^x}{1+4^x}$

(1) 求  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的表示式;

(2) 求证:  $f(x)$  在  $(-1, 0)$  上是减函数;

(3) 若关于  $x$  的方程  $f(x) = \lambda$  在  $[-1, 1]$  上有解, 求实数  $\lambda$  的取值范围.