图书在版编目(怳寡)数据

备考教程　高一数学/唐国庆主编.援-猿版.援-大连:大连理工大学出版社,圆圆圆远

(中学学科能力训练)

陈月异苑猿缘远源圆圆载

Ⅰ.备… Ⅱ.唐… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.援远猿源

中国版本图书馆怳寡数据核字(圆圆圆愿)第园猿缘愿号

大连理工大学出版社出版发行

大连市凌水河　邮政编码　员员远园圆源

电话:园源员员-愿源苑园远怨圆　传真:园源员员-愿源苑园远缘远

大连业发印刷有限公司印刷

开本:苑愿远毫米×员园怨圆毫米　员/猿圆　字数:猿怨怨千字　印张:员猿.缘　插页:员

印数:猿园园园员-缘园园园园册

圆园园猿年远月第员版　圆园园愿年远月第猿版

圆园园愿年远月第猿次印刷

责任编辑:张婵云　责任校对:宋　日

封面设计:孙宝福　版式设计:孙宝福

定价:员远.园园元

目录 MULU

第一册（上）

第一册(下)

第一册（上）

第一章 集合与简易逻辑

员援员 集合·集合的子集、全集、补集、交集、并集

知识精讲

员援某些指定的对象集在一起就成为一个集合，简称集。

全体非负整数的集合通常简称为非负整数集或自然数集，记作 晕；

非负整数集内排除 园的集，也称正整数集，记作 晕* 或 晕垣；

全体整数的集合通常简称整数集，记作 在；

全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 匝；

全体实数的集合通常简称为实数集，记作 砸

圆援集合中的每个对象叫做这个集合的元素。集合的元素具有确定性、互异性和无序性，常称此为集合的三要素。

如果 葬是集合 粤的元素，就说 葬属于集合 粤，记作 葬∈粤；如果 葬不是集合 粤的元素，就说 葬不属于集合 粤，记做 葬∉粤（或 葬$\bar{\in}$粤）。

猿援集合的表示法有列举法和描述法两种。按构成集合的元素个数是有限个，还是无限多个，集合可分为有限集和无限集。不含任何元素的集合叫做空集，记作 ∅。

源援对于两个集合 粤与 月，如果集合 粤的任何一个元素都是集合 月的元素，则称集合 粤是集合 月的子集，也称集合 粤包含于集合 月，或集合 月包含集合 粤，记作

粤⊆月（或 月⊇粤）

当集合 粤不包含于集合 月，或集合 月不包含集合 粤时，记作 粤⊈月（月⊉粤）。

特别规定：空集是任何集合的子集；任何集合是它本身的子集。即

∅⊆粤，粤⊆粤

缘郾对于两个集合 粤与 月,如果 粤⊆ 月,且 月中至少有一个元素不属于 粤,则称集合 粤是集合 月的真子集,记做

粤⫋ 月(或 月⫌ 粤)

显然,空集是任何非空集合的真子集。

如果集合 杂含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合常称为全集,通常用 哉表示。

远郾对于集合 粤,月,如果 粤⊆ 月,同时 月⊆ 粤,则称集合 粤等于集合 月,记作 粤越月。

苑郾设 杂是一个集合,粤是 杂的一个子集(即 粤⊆ 杂),由 杂中所有不属于 粤的元素组成的集合,叫做 杂中子集 粤的补集(或余集),记作 悦杂粤,即

悦杂粤越{曾渣曾∈ 杂,且 曾∉ 粤}

愿郾由所有属于集合 粤且属于集合 月的元素所组成的集合,叫做 粤与 月的交集,记作 粤∩ 月(读作"粤交 月"),即

粤∩ 月越{曾渣曾∈ 粤,且 曾∈ 月}

由所有属于集合 粤或集合 月的元素所组成的集合,叫做 粤与 月的并集,记作 粤∪ 月(读作"粤并 月"),即

粤∪ 月越{曾渣曾∈ 粤,或 曾∈ 月}

经典题析

【例 员】 选择题:

(员)设集合 酝越{曾渣曾≤圆 猿},葬越√员员垣扎耘曾,其中 曾∈(园,π/圆),则下列关系中正确的是(　　)。

粤郾葬⫋ 酝　　月郾葬∉ 酝　　悦郾{葬}∈ 酝　　阅郾{葬}⫋ 酝

分析　答案:阅。由 曾∈(园,π/圆),知 园约扎耘曾约员,葬越√员员垣扎耘曾约√员圆越圆 猿,故 葬∈ 酝,{葬}⫋ 酝。

➡说明　元素和集合的关系是"属于∈"或"不属于∉"的关系,因而"葬⫋ 酝"的表示法是错误的。集合和集合的关系是"包含于⊆"或"包含⊇"关系,因而"{葬}∈ 酝"的表示法是错误的。本题容易误选 粤或 悦,需引起注意。

(圆)已知集合 酝越{曾渣曾圆垣赠圆越员,曾,赠∈ 砸},集合 晕越{曾渣曾越√员原曾圆},则(　　)。

粤郾酝⫋(酝∪ 晕)　　月郾酝⫋(酝∩ 晕)

悦圆酝⊆ 晕　　　　　　　　　　阅援酝∩ 晕越∅

分析　答案 :悦　集合 酝中的元素是满足条件 曾垣赠越员的 曾由 曾越员原赠≤员知 原员≤ 曾≤ 员故 酝越{曾渣原员≤ 曾≤ 员}。集合 晕中的元素即函数 赠越$\sqrt{员原曾}$的定义域中的数,故 晕越{曾渣原员≤ 曾≤ 员},因而 酝越晕,酝⊆ 晕。

➡说明　集合的相等是一种特殊的包含关系,即 酝越晕⇒酝⊆ 晕或 酝⊇ 晕,但反之不成立。

【例 圆】　填空题:

(员)已知集合 粤越{葬,遭},集合 月越{曾渣曾∈ 粤},悦越{曾渣曾⊆ 粤},则集合 月和 悦的关系是______。

分析　易知 月越{曾渣曾∈ 粤} 越{葬,遭},悦越{曾渣曾⊆ 粤} 越{∅,{葬},{遭},{葬,遭}}。故集合 月作为集合 悦的一个元素出现,因而 月和 悦的关系是 月∈ 悦。

答案:月∈ 悦。

➡说明　本题容易将集合 月和 悦的关系理解为集合和集合的关系,从而得出错误答案 月⫋ 悦。

(圆)给出以下命题:①∅ 越{曾渣曾≠ 曾};②∅∈ {∅},③∅⫋ {∅},④∅⊆ {∅}。

其中正确命题的序号为______。

分析　集合 {曾渣曾≠ 曾}中不存在任何元素,故①正确。{∅}为非空集合,其元素为∅,故②正确。空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集,故③、④均正确。

答案:①　②　③　④。

➡说明　集合 {∅}中含有元素,这个元素是∅,因而 {∅}不是空集。

【例 猿】　已知全集 哉越{员,圆,猿,源,缘,远,苑,愿,怨},粤、月为 哉的子集,且(悦$_哉$粤)∩ 月越{员,怨},粤∩ 月越{圆},(悦$_哉$粤)∩(悦$_哉$月)越{源,远,愿},求 粤和 悦$_哉$月。

解法一　(逐个判定)

圆∈ 粤,圆∈ 月;员,怨∉ 粤,员,怨∈ 月;源,远,愿∉ 粤且 源,远,愿∉ 月;

余下判定 猿,缘,苑。

因 猿∉(悦$_哉$粤)∩ 月,猿∉ 粤∩ 月,猿∉(悦$_哉$粤)∩(悦$_哉$月),所以 猿∈ 粤。同理 缘∈ 粤,苑∈ 粤。

故 粤越{圆,猿,缘,苑},月越{员,圆,怨},悦$_哉$月越{猿,源,缘,远,苑,愿}。

解法二　用如图 员原员分别表示题中集合,

全集 哉被分成 粤∩ 月,粤∩(悦$_哉$月),(悦$_哉$粤)∩ 月,(悦$_哉$粤)∩(悦$_哉$月)四个子集。将题设的三个子集填入图中后,余下的 猿,缘,苑三数只能填入 粤∩(悦$_哉$月)之中,此时不难

知道 粤越 圆猿缘苑，悦贼月越 猿源缘远苑愿。

➡说明　解法一是根据题设条件，将全集中的元素逐个定位，定位时应注意验证是否会导致矛盾，否则应一一验证；解法二引入的图形常称为韦恩图。利用韦恩图分块，整体定位，这种方法简便、直观，体现了数形结合的解题思想。

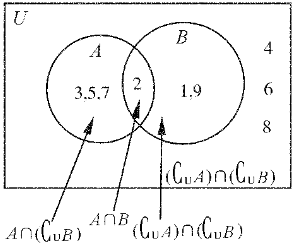


图 员原猿

【例 源】　已知集合 孕越 ｛曾渊曾越皂圆 垣员，皂∈ 晕｝，匝越 ｛曾渊曾越灶圆 原源灶垣缘，灶∈ 晕｝，试证明：孕越匝。

证明　任取 曾∈ 孕，则存在 皂∈ 晕，使 曾越皂圆 垣员越（皂垣圆）圆 原源（皂垣圆）垣缘，令 灶越皂垣圆∈ 晕，故 曾越灶圆 原源灶垣缘∈ 匝，故 孕⊆ 匝。

又任取 曾∈ 匝，则存在 灶∈ 晕，使 曾越灶圆 原源灶垣缘越（灶原圆）圆 垣员，令 皂越渣灶原圆渣∈ 晕，故 曾越皂圆 垣员∈ 孕，

故 孕⊇ 匝，

所以 孕越匝。

➡说明　此例提供的方法是证明两个集合相等的通法。

拓展迁移

集合作为数学的基本语言的工具，要加强对集合元素、集合与集合的关系理解和集合表示方法的转换和化简的训练，强化集合语言和集合思想的运用，重视图示法的作用，通过数形结合直观地解决问题。

员援集合运算与不等式的联系

【例 员】　已知集合 粤越 ｛曾渊曾圆 原猿曾原员园≤ 园｝，月越 ｛曾渊皂垣员≤ 曾≤ 圆皂原员｝。若 粤∪ 月越粤，求实数 皂的取值范围。

分析　因为 粤∪ 月越粤⇒ 月⊆ 粤，又 粤越 ｛曾渊原圆≤ 曾≤ 缘｝，考虑到“空集是任何集合的子集”这一性质，因此，需要对 月越∅和 月≠ ∅两种情形分别确定 皂的取值范围。

解　疫 粤∪ 月越粤，亦 月⊆ 粤，又 粤越 ｛曾渊曾圆 原猿曾原员园≤ 园｝越 ｛曾渊原圆≤ 曾≤ 缘｝，

（员）若 月越∅，则 皂垣员跃圆皂原员，即 皂约圆时，总有 粤∪ 月，故 皂约圆；

（圆）若 月≠ ∅，则 皂垣员≤ 圆皂原员，即 皂≥ 圆。

由 月⊆ 粤得 $\left\{\begin{array}{l}原圆≤ 皂垣员 \\ 圆皂原员≤ 缘\end{array}\right.$ ⇒ 原猿≤ 皂≤ 猿，

亦 圆≤ 皂≤ 猿。

综合（员）（圆）可得，皂的取值范围是（原肆，猿］。

➡说明　借助于数轴是处理集合运算与不等式的重要方法；空集在集合运算中

的重要性不可忽视，需要引起注意。

2.集合运算与方程的联系

【例2】 已知 $A=\{(x,y)|y=x+m\}$，$B=\{(x,y)|x^2+y^2=2\}$，求使得等式 $A\cap B=\varnothing$ 成立的实数 m 的取值范围。

解 $A\cap B=\{(x,y)|(x,y)\in A$，且 $(x,y)\in B\}$

$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\left\{\begin{array}{l}y=x+m\\x^2+y^2=2\end{array}\right.\right\}$$

故 $A\cap B=\varnothing$ 等价于方程组

$$\left\{\begin{array}{ll}y=x+m & ①\\x^2+y^2=2 & ②\end{array}\right.$$

无解。由①②联立消去 y 得关于 x 的一元二次方程 $x^2+(x+m)^2=2$ 即

$$2x^2+2mx+m^2-2=0 \qquad ③$$

问题又转化为一元二次方程③无实根，故

$$\Delta=(2m)^2-4\times2(m^2-2)<0$$

由此解得 $m>2$ 或 $m<-2$

故 m 的取值范围是集合 $\{m|m>2$ 或 $m<-2\}$。

➡说明 解题过程中体现了集合语言的转化规律。为进一步巩固这种思想，再看例3

【例3】 对点集 $A=\{(x,y)|x=n,y=-3n+2,n\in Z\}$，$B=\{(x,y)|x=k,y=mk^2-k+1,k\in Z\}$，求证：存在惟一正整数 m，使得 $A\cap B\neq\varnothing$。

解 $A=\{(x,y)|x=n,y=-3n+2,n\in Z\}$

$=\{(x,y)|y=-3x+2,x\in Z\}$

$B=\{(x,y)|x=k,y=mk^2-k+1,k\in Z\}$

$=\{(x,y)|y=mx^2-x+1,x\in Z\}$

$A\cap B\neq\varnothing$ 等价于关于 x,y 的方程组：

$$\left\{\begin{array}{ll}y=-3x+2 & ①\\y=mx^2-x+1 & ②\end{array}\right.$$

有整数解。

由①②联立消去 y 得关于 x 的方程：

$$mx^2-(m-3)x+(m-2)=0 \qquad ③$$

问题又转化为③有整数解，其必要条件是

$$\Delta=(m-3)^2-4m(m-2)\geqslant0$$

由此解得

$$\frac{1}{3}(1-2\sqrt{7})\leqslant m\leqslant\frac{1}{3}(1+2\sqrt{7}) \qquad ④$$

易知，仅有正整数 葬越员，葬越圆满足④，但 葬越员时，粤∩月越∅；葬越圆时，粤∩月越{园圆}≠∅。

故仅有惟一正整数 葬越圆满足 粤∩月≠∅。

➡说明　先探索整数 葬满足的必要条件是$\frac{员}{猿}$(员原圆$\sqrt{苑}$)≤葬≤$\frac{员}{猿}$(员垣圆$\sqrt{苑}$)，再将此范围内的正整数逐一验证，看是否满足题设条件，这种化难为易的解题技巧值得学习。

猿．集合运算与函数

【例 源】　已知 粤越{曾|赠越$\frac{员}{\sqrt{曾原猿}}$}，月越{赠|赠越曾^{圆}垣圆曾垣葬}，若 粤∩月越月，求 葬的取值范围。

分析　实际上，粤即函数 赠越$\frac{员}{\sqrt{曾原猿}}$中自变量 曾的取值的集合(即函数定义域)，月即函数 赠越曾^{圆}垣圆曾垣葬的函数值的取值范围(即函数值域)，根据 粤∩月越月⇔月⊆粤结合数轴即可得 葬的范围。

解　粤{曾|赠越$\frac{员}{\sqrt{曾原猿}}$}越{曾|曾跃猿}，月越{赠|赠越曾^{圆}垣圆曾垣葬}越{赠|赠越(曾垣员)^{圆}垣葬原员}越{赠|赠≥葬原员}

又 粤∩月越月⇔月⊆粤

亦 葬原员跃猿即 葬跃源为所求

➡说明　对集合的理解要注意其代表元素及其满足的性质，本题中 粤、月分别是 曾和 赠的取值范围，但同时，它们又都是数集，若 悦越{(曾，赠)|赠越$\frac{员}{\sqrt{曾原猿}}$}，它所表示的应是函数 赠越$\frac{员}{\sqrt{曾原猿}}$图象上的点集(有序实数对)，完全有别于 粤、月。

源．集合运算与计数

设 粤、月是两个有限集合，记 憎葬则凿(粤)，憎葬则凿(月)分别表示 粤、月中元素的个数，则

$$憎葬则凿(粤\cup月)越憎葬则凿(粤)垣憎葬则凿(月)原憎葬则凿(粤\cap月)$$

这是一个有用的计数公式，可推广到三个甚至更多个集合的情形(常称为容斥原理)

【例 缘】　在 远园名中学生中，足球爱好者有 猿怨名，乒乓球爱好者有 缘源人，若足球、乒乓球都爱好者有 皂人，求 皂的最小值。

解　设 粤、月分别表示足球爱好者和乒乓球爱好者的集合，则由题意可知

$$憎葬则凿(粤\cup月)\leqslant远园，憎葬则凿(粤\cap月)越皂$$

根据 憎葬则凿(粤∪月)越憎葬则凿(粤)垣憎葬则凿(月)原憎葬则凿(粤∩月)，得

悦(粤∩月)越悦(粤)垣悦(月)原悦(粤∪月)≥源垣猿原远园越圆原

故皂的最小值为圆原

【例远】设∅⊊粤⊆｛员，圆，猿，源，缘｝，求符合条件的集合粤的个数的最大值。

解 集合粤是集合｛员，圆，猿，源，缘｝的非空子集，按元素的个数分，需对粤含员个、圆个、猿个、源个、缘个的情形讨论。

含员个元素的集合粤有缘个；

含圆个元素的集合粤有员园个；

含猿个元素的集合粤有员园个；

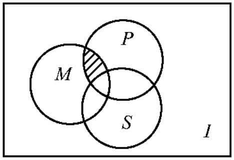
含源个元素的集合粤有缘个；

含缘个元素的集合粤有员个。

故集合粤的个数的最大值为猿员

能力训练

·基础题·



图员原圆

员援（圆园园怨年全国试题）如图员原圆，陨是全集，酝，孕，杂分别为陨的猿个子集，则阴影部分所表示的集合是（ ）。

粤援（酝∩孕）∩杂　　月援（酝∩孕）∪杂

悦援（酝∩孕）∩悦陨杂　　阅援（酝∩孕）∪悦陨杂

圆援已知全集哉越砸，悦越｛曾｜曾越葬圆垣遭圆，葬，遭∈匝｝，则有（ ）。

粤援悦⊊悦哉匝　　月援悦哉匝⊊悦　　悦援悦⊊匝　　阅援悦⊋匝

猿援下列各命题正确的是（ ）。

粤援方程组$\begin{cases}圆曾垣赠越员园\\赠原猿曾越园\end{cases}$的解集是｛曾越原员，赠越园｝

月援已知粤越｛员，圆，猿｝，月越｛曾｜曾⊆粤｝，则粤∈月

悦援集合｛曾｜曾圆原员越园，曾∈砸｝是无限集合

阅援｛正偶数｝∩｛质数｝越∅

源援全集为哉，若集合孕⊆集合匝，则下列关系正确的是（ ）。

粤援悦哉孕⊊悦哉匝　　月援悦哉孕⊋悦哉匝　　悦援孕∪匝越孕　　阅援孕∩匝越匝

缘援已知集合粤中有两个元素，集合月中有五个元素，粤∪月的元素个数为孕，则孕的取值范围是（ ）。

粤援圆≤孕≤苑　　月援缘≤孕≤苑　　悦援圆≤孕≤缘　　阅援缘≤孕≤缘

逦඼段全集 哉越{曾奁≤晕},且 曾≤远,孕越{员圆源},匝越{源远},则 孕∩(悦哉匝)是(　　)。

粤圆员猿　　月圆圆源　　悦援员缘　　阅援员圆

殑.已知数集 载越{圆灶垣员π,灶∈ 在},数集 再越{源灶垣员π,噪∈ 在},则它们之间的关系是(　　)。

粤援载$\subsetneqq$再　　月援载$\supsetneqq$再　　悦援载越再　　阅援载≠再

愿援(愿愿年上海试题)设全集为 砸,粤越{曾渣曾 原缘曾原远跃圆},月越{曾渣曾原缘渣约葬}(葬为常数),且 员员∈月,则(　　)。

粤援(悦砸粤)∪月越砸　　月援粤∪(悦砸月)越砸

悦援(悦砸粤)∪(悦砸月)越砸　　阅援粤∪月越砸

怨援设全集 哉越砸,粤越{曾渣曾≤源圆},葬越员/(猿原圆圆),则下列关系式正确的是(　　)。

粤援葬∈粤　　月援葬$\subseteq$悦哉粤　　悦援{葬}$\not\subset$悦哉粤　　阅援{葬}$\subsetneqq$悦哉粤

员园援设全集 哉越在,集合 粤越{灶渣灶/圆∈在},月越{灶渣灶/猿∈在},则 粤∩(悦在月)是(　　)。

粤援∅　　月援{灶渣灶越源噪或 灶越源噪垣圆,噪∈在}

悦援{灶渣灶越远噪垣员,噪∈在}　　阅援{灶渣灶越远噪依圆,噪∈在}

·综合题·

员员援设 粤越{等腰三角形},月越{一边为 员一内角为 源缘°的多边形},则 粤∩月中的元素个数是(　　)。

粤援圆个　　月援猿个　　悦援源个　　阅援缘个

员圆援某城市郊区对 员园园户农民生活水平进行调查,统计结果是:有电脑的 源怨户,有手机的 远缘户,二者都有的 猿愿户,则电脑和手机至少有一样的有(　　)。

粤援苑远户　　月援员园缘户　　悦援苑远户　　阅援猿愿户

员猿援设集合 酝越{曾渣曾越猿噪,灶∈在},晕越{曾渣曾越猿噪垣员,灶∈在},孕越{曾渣曾越猿噪原员,灶∈在},且 葬∈酝,遭∈晕,糟∈孕,设 凿越葬原遭垣糟,则(　　)。

粤援凿∈酝　　月援凿∈晕　　悦援凿∈孕　　阅援凿∈酝∪孕

员源援(圆园园圆年上海春季试题)如图 员原员所示,设 陨是全集,非空集合 孕、匝满足 孕⊂匝⊂陨,若含 孕、匝的一个集合运算表达式,使运算结果为空集∅,则此运算表达式可以是________(只要写出一个表达式)

灵缘若集合 粤越{曾渣曾[圆]垣圆曾垣员越园}葬曾∈砸}有且仅有一个元素,那么 葬的取值集合为________。

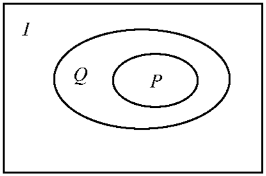


图 灵辕

灵远已知集合 {曾渣曾[圆]垣遭曾垣糟越园}曾∈砸,葬≠园越∅,则 葬,遭,糟满足的条件是______。

灵怨设 粤,月,悦都是 砸的子集,若 粤越悦砸月,月越悦砸悦,则 粤,悦之间的关系为________。

灵猿若集合 酝越{员,猿,曾},晕越{曾,员},且 酝∪晕越{员,猿,曾},那么满足条件的 曾的取值的集合是______。

灵怨设 粤越{曾渣曾[圆]原葬曾垣猿缘越园},月越{曾渣曾[圆]原缘曾垣遭越园},又 粤∩月越{猿},求 葬,遭及 粤∪月。

园园已知(员,园)∈粤∩月,其中 粤越{(曾,赠)渣曾[圆]原赠垣遭越园},月越{(曾,赠)渣曾[圆]原葬曾原遭越园},试求 葬,遭的值。

园员已知 粤越{曾渣曾[圆]原责曾垣择越园},月越{曾渣曾[圆]原噪曾垣猿缘越园},且 粤∩月越{猿},粤∪月越{圆,猿,缘},求 责,择,噪。

园园已知 粤∩{原员,园,员}越{园,员},且 粤∪{原圆,园,圆}越{原圆,园,员,圆},求满足上述条件的集合 粤的个数。

园圆若关于 曾的方程(曾垣员)[圆]越园葬曾垣员和(曾垣园)[圆]越园葬曾中至少有一个方程具有两个不等实根,求实数 葬的集合。

园源已知 酝越{葬,葬垣凿,葬垣圆凿},晕越{葬,葬择,葬择[圆]},其中 葬≠园若 酝越晕,求 择的值。

·创新题·

园缘已知集合 粤越{曾渣曾[圆]原猿曾垣圆越园},月越{曾渣曾[圆]原葬曾垣葬原员越园},悦越{曾渣曾[圆]原遭曾垣圆越园},问同时满足 月⊄粤,悦⊆粤的实数 葬和 遭是否存在?若存在,求出 葬,遭所有值的集合;若不存在,说明理由。

【参考答案与提示】

·基础题·

灵粤 圆阅 猿园 源园 缘园 远阅 苑粤 愿阅 怨阅 灵园阅

·综合题·

灵灵阅 灵圆阅 灵猿园 灵源悦悦(粤∩孕)或悦悦粤∩(悦粤∩孕)或悦悦粤∩(悦粤∪孕)

灵缘园,员 灵远 越遭原糟≠园 灵苑粤越悦

灵愿援园√猿 原√猿

灵愿援由 猿∈ 粤知 㑍越$\frac{灵缘}{猿}$越缘 亦 葬越猿 垣缘越愿故 粤越 缘猿。由 猿∈ 月知 㑍越缘原猿越园故 遭越猿 垣园越元所以 月越 园猿，粤∪ 月越 园猿缘

圆援援因为（员园∈ 粤（员园∈ 月所以$\begin{cases} 葬原原垣遭越园 \\ 员原圆葬原遭越园 \end{cases}$解得$\begin{cases} 葬越原猿 \\ 遭越元 \end{cases}$

圆援援因为 猿∈ 月在 园缘中仅有 猿垣缘越灵缘故 月越 猿缘，噪越愿所以 粤越 园猿，责越缘 择越远

圆援援满足条件的集合 粤有四个：园员，园员 原园，园员园，园员 原园园

圆援援对于方程（㑍垣员）圆越园葬垣员依 △跃园得 葬跃原$\frac{员}{圆}$，对于方程（㑍垣园）圆越园葬㑍

依 △跃园得，葬约园或 葬跃原则两个方程中至少一个有实根，这时 葬的集合为 砸

圆援援由 酝越晕得

（员$\begin{cases} 葬垣遭越葬择 \\ 葬垣圆遭越葬择圆 \end{cases}$或（圆$\begin{cases} 葬垣遭越葬择圆 \\ 葬垣圆遭越葬择 \end{cases}$

由（员得 择越员 遭越园此时，集合 酝中的元素重复，故舍去

由（圆得 择越员（舍），择越原$\frac{员}{圆}$，遭越原$\frac{猿}{源}$葬此时 酝越晕越$\left\{ 原\frac{员}{圆}葬，\frac{员}{源}葬，葬 \right\}$，

故 择越原$\frac{员}{圆}$为所求。

·创新题·

圆援援粤越 员园，月越 员 葬原员，由 月⊄ 粤得，葬原员≠ 员园 亦 葬≠ 圆猿

由 悦⊆ 粤得 遭圆原愿约园

或$\begin{cases} 遭圆原愿≥园 \\ 员∈ 悦 \end{cases}$或$\begin{cases} 遭圆原愿≥园 \\ 圆∈ 悦 \end{cases}$

解得 原圆√圆约遭约圆√圆或 遭越猿

综上所述，葬≠ 圆猿且 原圆√圆约遭约圆√圆或 遭越猿

灵圆 含绝对值不等式和一元二次不等式的解法

知识精讲

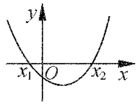
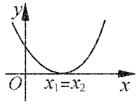
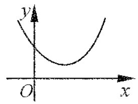
灵援解含绝对值不等式应根据绝对值的几何意义，先脱去绝对值的符号，将其转化为一般的不等式（组）来解。例如：

滷晷垣遭耋约糟转化为 原糟约葬晷垣遭约糟

滷晷垣遭耋跃糟转化为 葬晷垣遭跃糟或 葬晷垣遭约原糟其中 糟耘园

圆郾二次项系数为正数时，二次函数、一元二次方程，一元二次不等式三者之间的关系如表 员原源所示。

表 员原源

判别式 △越遭圆原源葬糟		△跃园	△越园	△约园
二次函数 赠越葬晷圆垣遭晷垣糟（葬跃园）的图像				
一元二次方程 葬晷圆垣遭晷垣糟越园（葬≠园）的根		有相异两实根 晷员圆越 $\frac{原遭依\sqrt{遭圆原源葬糟}}{圆葬}$ 晷员约晷圆	有相等两实根 晷员越晷圆越原 $\frac{遭}{圆葬}$	无实根
一元二次不等式的解集	葬晷圆垣遭晷垣糟跃园（葬跃园）	晷约晷员或 晷跃晷圆	晷≠原 $\frac{遭}{圆葬}$ 的一切实数	砸
	葬晷圆垣遭晷垣糟约园（葬跃园）	晷员约晷约晷圆	∅	∅

对于一元二次不等式 葬晷圆垣遭晷垣糟跃园或 葬晷圆垣遭晷垣糟约园（葬跃园），可借助表员原源中与二次函数 赠越葬晷圆垣遭晷垣糟（葬跃园）的关系，来加深理解。而对于 葬约园的情况，利用不等式的性质转化为 葬跃园后再解。

经典题析

【例 员】 （圆园园缘年上海试题） 设集合 粤越{晷||晷原葬|约圆}，月越{晷|$\frac{圆晷原员}{晷垣圆}$约员}，若 粤⊆月，求实数 葬的取值范围。

分析 对分式不等式$\frac{圆晷原员}{晷垣圆}$约员可化为$\frac{晷原猿}{晷垣圆}$约园，再将其转化为等价的一元二次不等式（晷原猿）（晷垣圆）约园；对绝对值里含参数的不等式 |晷原葬|约圆，按常规方法去绝对值求解，再结合数轴，求 葬的范围。

解　由已知得 粤越{曾渣原圆约曾约葬垣圆}，月越{曾渣 $\frac{曾原猿}{曾垣圆}$ 约园} 越{曾渣（曾原猿）（曾垣圆）约园} 越{曾渣原圆约曾约猿}

疫 粤⊆月，亦 $\begin{cases}葬原圆\geqslant原圆\\葬垣圆\leqslant猿\end{cases}$，于是 园≤葬≤员为所求。

【例圆】 已知集合 粤越{曾渣圆曾²垣苑曾原猿缘约园}，月越{曾渣曾²垣葬曾垣遭≤园}，满足 粤∩月越∅，粤∪月越{曾渣原缘约曾≤圆}，求实数 葬，遭的值。

解　解不等式 圆曾²垣苑曾原猿缘约园得

$$原缘约曾约\frac{猿}{圆}$$

故 粤越{曾渣原缘约曾约 $\frac{猿}{圆}$}

由 粤∩月越∅，粤∪月越{曾渣原缘约曾≤圆}

知 月越{曾渣 $\frac{猿}{圆}$≤曾≤圆}

故不等式 曾²垣葬曾垣遭≤园的解为 $\frac{猿}{圆}$≤曾≤圆

由 $\left(曾原\frac{猿}{圆}\right)$（曾原圆）越曾²垣葬曾垣遭

得 葬越原 $\frac{苑}{圆}$，遭越猿

➡说明　此题解的主要过程即是解一元二次不等式，以及解一元二次不等式过程的逆向思维。

【例猿】 解不等式 $\frac{渣猿曾原员渣垣原员}{圆}$ 跃 $\frac{渣员原猿曾渣垣员}{猿}$。

解　去分母得 猿渣猿曾原员渣原猿跃圆渣猿曾原员渣垣圆

移项整理得 渣猿曾原员渣跃缘

进一步得 猿曾原员跃缘或 猿曾原员约原缘

解得 曾跃圆或 曾约原 $\frac{源}{猿}$

故不等式的解集为 {曾渣曾跃圆或 曾约原 $\frac{源}{猿}$}。

➡说明　对既有 渣猿曾原员渣又有 渣员原猿曾渣的不等式，应先将其统一为 渣猿曾原员渣，以免去掉绝对值符号时出错。

【例源】 已知 葬曾²垣圆曾垣糟跃园的解集为 原 $\frac{员}{猿}$ 约曾约 $\frac{员}{圆}$，试求 葬，糟的值，并解不等式 原糟曾²垣圆曾原葬跃园。

分析　可将一元二次不等式的解集与方程的根的关系联系起来考察。

解　由 葬曾[圆]垣圆曾垣糟跃园的解集为 原$\frac{员}{猿}$约曾约$\frac{员}{圆}$，知 葬约园且方程 葬曾[圆]垣圆曾垣糟越园的两根为 曾[员]越原$\frac{员}{猿}$，曾[圆]越$\frac{员}{圆}$。由韦达定理有

$$\begin{cases} 葬约园 \\ 原\frac{员}{猿}垣\frac{员}{圆}越原\frac{圆}{葬} \\ 原\frac{员}{猿}伊\frac{员}{圆}越\frac{糟}{葬} \end{cases}$$

由此解得　　葬越原员圆，糟越圆

此时不等式 原糟曾[圆]垣圆曾原葬跃园即化为

圆曾[圆]原圆曾原员圆约园

易求得其解集为 原圆约曾约猿

➡说明　此题还有如下的解法：

解为 原$\frac{员}{猿}$约曾约$\frac{员}{圆}$的不等式是$\left(曾原\frac{员}{圆}\right)\cdot\left(曾垣\frac{员}{猿}\right)$约园即

曾[圆]原$\frac{员}{远}$曾原$\frac{员}{远}$约园

即　　原远曾[圆]垣圆曾垣圆跃园

此不等式与 葬曾[圆]垣圆曾垣糟跃园同解，将这两个不等式比较系数后，得 葬越原员圆，糟越圆下略。

拓展迁移

员.含参数的不等式的解法

当待解的不等式中含有字母系数（参数）时，常需要根据参数的取值范围展开讨论。

【例员】　解下列关于 曾的不等式（葬∈砸）。

（员）圆曾[圆]垣葬曾垣圆跃园；

（圆）曾[圆]原（葬[圆]垣葬）曾垣葬[猿]跃园

分析　本题可按一元二次不等式的一般解法求解，但要注意对字母 葬进行讨论。

解　（员）因为△越葬[圆]原员远

所以，当△跃园即 葬跃源或 葬约原源时，解集为$\left(原肄，\frac{员}{源}(原葬原\sqrt{葬^{圆}原员远})\right)$∪$\left(\frac{员}{源}(原葬垣\sqrt{葬^{圆}原员远})，垣肄\right)$。

当△越园即 葬越依源时，解集为$\left(原肄，原\frac{葬}{源}\right)$∪$\left(原\frac{葬}{源}，垣肄\right)$。