

图书在版编目(CIP)数据

新教材重要习题集——名师解题·高一数学(上册)/杜晓彦
主编.—2版.—大连:大连理工大学出版社,2002.6
ISBN 7-5611-1453-2

I. 新… II. 杜… III. 数学课-高中-习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 12794 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河 邮政编码 116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:<http://www.dutp.com.cn>
大连理工印刷有限公司印刷

开本:880 毫米×1230 毫米 1/32 字数:327 千字 印张:11.125 插页:2
印数:33001—63000 册

2001 年 7 月第 1 版

2002 年 6 月第 2 版

2002 年 6 月第 4 次印刷

责任编辑:刘晓晶
封面设计:孙宝福

责任校对:于大全
版式设计:孙宝福

定价:12.50 元

第一部分 精讲与习题

第一章	集合与简易逻辑	3
1.1	集合	3
	基础训练题	3
1.2	子集、全集、补集	6
	基础训练题	6
1.3	交集、并集	8
	基础训练题	9
1.4	含绝对值的不等式解法	11
	基础训练题	12
1.5	一元二次不等式解法	14
	基础训练题	15
1.6	逻辑联结词	17
	基础训练题	18
1.7	四种命题	20

基础训练题	21
1.8 充分条件与必要条件	23
基础训练题	23
综合训练题	25
金牌竞赛题	29

第二章	函 数	30
2.1	映射	30
	基础训练题	31
2.2	函数	33
	基础训练题	35
2.3	函数的单调性和奇偶性	40
	基础训练题	41
2.4	反函数	46
	基础训练题	47
2.5	指数	51
	基础训练题	52
2.6	指数函数	55
	基础训练题	56
2.7	对数	61
	基础训练题	62
2.8	对数函数	65
	基础训练题	66
2.9	函数应用举例	72
	基础训练题	72
2.10	实验作业	77

基础训练题	78
综合训练题	79
高考真题	81
金牌竞赛题	86

第三章	数列	89
3.1	数列	89
	基础训练题	90
3.2	等差数列	94
	基础训练题	95
3.3	等差数列的前 n 项和	99
	基础训练题	99
3.4	等比数列	105
	基础训练题	106
3.5	等比数列的前 n 项和	109
	基础训练题	109
3.6	研究性课题:分期付款中的有关计算	114
	基础训练题	116
	综合训练题	120
	高考真题	125
	金牌竞赛题	128

第二部分 题解与答案

本书习题题解与答案	135
第一章 集合与简易逻辑	135
基础训练题	135

综合训练题	153
金牌竞赛题	157
第二章 函数	157
基础训练题	157
综合训练题	205
高考真题	211
金牌竞赛题	218
第三章 数列	223
基础训练题	223
综合训练题	274
高考真题	281
金牌竞赛题	292

教材习题答案	222
第一章 集合与简易逻辑	298
第二章 函数	312
第三章 数列	333

第一章 集合与简易逻辑



目标要求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念;了解空集和全集的意义;了解属于、包含、相等关系的意义;掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合。
2. 了解命题的概念和命题的构成;理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义;掌握四种命题及其相互关系;掌握充要条件。

1.1 集 合



重要知识点

1. 集合的定义

集合是指一组确定的不同的对象组成的一个整体。

2. 集合的分类

按集合中元素的个数来分,可分为有限集、无限集和空集。

3. 集合中元素的特征

确定性、互异性、无序性。

4. 集合的表示法

列举法、描述法、文氏图法。

5. 元素和集合的关系符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”。

6. 常见的数集符号: $\mathbb{N}$ 、 $\mathbb{N}^+$ 、 $\mathbb{Z}$ 、 $\mathbb{Q}$ 、 $\mathbb{R}$ 、 $\mathbb{Q}^+$ 、 $\mathbb{R}^+$ 等。



命题方向

集合几乎是每年高考必考内容之一,对这部分知识的命题方向是:

用列举法或描述法给出集合,考查元素与集合之间的关系等,或不给出集合中的元素,只给出若干个抽象的集合及其某些关系,运用文氏图解决有关的问题。



基础训练题

一、选择题

1. 下列所指对象能够构成集合的是()。

A. 景德镇漂亮的瓷器

B. 与 $\sqrt{2}$ 非常接近的实数

- C. 我国 2000 年使用高一新教材的学校 D. 身材高大的运动员
2. 下列各条件不能确定一个集合的是()。
- A. 小于 100 的质数的全体
B. 数轴上到原点的距离大于 1 的点的全体
C. 充分接近 $\sqrt{3}$ 的所有实数的全体
D. 身高不高于 1.7 m 的人的全体
3. 下列命题中正确的是()。
- A. $\{4,5\}$ 和 $\{5,4\}$ 是两个不同的集合
B. $\{x \in \mathbf{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$ 是空集
C. 若 $a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}^*$, 则 $a+b$ 最小值为 2
D. 小于 10 的偶数集合是有限集
4. 若集合 $A = \{x | kx^2 + 4x + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 只有一个元素, 则 A 中实系数 k 值为()。
- A. 1 B. 0 C. 0 或 1 D. 以上答案都对
5. 集合 $A = \{\text{一条边为 1, 一个角为 } 40^\circ \text{ 的等腰三角形}\}$ 中的元素个数为()。
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无数个
6. 设 a, b, c 为非零实数, 则 $M = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的所有值组成的集合为()。
- A. $\{4\}$ B. $\{-4\}$ C. $\{4, -4, 0\}$ D. $\{0\}$
7. 下列集合中, 不同于另外三个集合的是()。
- A. $\{x | x = 1\}$ B. $\{y | (y-1)^2 = 0\}$ C. $\{x = 1\}$ D. $\{1\}$
8. 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ z+x=3 \end{cases}$ 的解集是()。
- A. $\{1, 0, 2\}$ B. $\{x=1, y=0, z=2\}$
C. $\{(1, 0, 2)\}$ D. $\{(x, y, z) | (1, 0, 2)\}$
9. 已知集合 $M = \{m | m = a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbf{Q}\}$, 则下列元素中属于集合 M 的元素个数是()。
- ① $m = 1 + \sqrt{2}\pi$ ② $m = \sqrt{7+2\sqrt{12}}$
③ $m = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$ ④ $m = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
10. 已知 $A = \{x | x = 5n + 1, n \in \mathbf{N}\}, B = \{x | x = 5n + 2, n \in \mathbf{N}\}, C = \{x | x = 5n + 3, n \in \mathbf{N}\}, D = \{x | x = 5n + 4, n \in \mathbf{N}\}$ 。若 $a \in A, \beta \in B, \theta \in C, \gamma \in D$, 则()。

A. $\alpha^2 \in A, \beta^2 \in D, \theta^2 \in D, \gamma^2 \in A$

B. $\alpha^2 \in A, \beta^2 \in B, \theta^2 \in C, \gamma^2 \in D$

C. $\alpha^2 \in A, \beta^2 \in C, \theta^2 \in B, \gamma^2 \in A$

D. $\alpha^2 \in B, \beta^2 \in D, \theta^2 \in D, \gamma^2 \in B$

11. 在 $\{1, 2\}$ 与 $\{(1, 2)\}$, $\{(1, 2)\}$ 与 $\{(2, 1)\}$, $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$, $\emptyset$ 与 $\{0\}$, 0 与 $\emptyset$ 这五组关系中能用“ $\subseteq$ ”或“ $\supseteq$ ”连结的有()。

A. 0 组 B. 1 组 C. 2 组 D. 3 组

12. 若 $A = \{1, x^2\}$, $B = \{1, 3, x\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则这样的 x 的不同值有()。

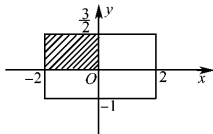
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

13. 集合 $\{x \in \mathbf{N}^* \mid \sqrt{2} < x < \sqrt{2} + \sqrt{5}\}$ 的元素个数为_____。

14. 将集合 $\{\text{所有被 7 整除余 3 的数}\}$ 用另一种形式表示为_____。

15. “单位圆与坐标轴的交点”组成的集合用列举法可表示为_____。



16. 用描述法表示如图 1-1 中阴影部分的点(包括边界上的点)的坐标集合是_____。

图 1-1

三、解答题

17. 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 4\}$, $B = \{(a, b) \mid a + b^2 = 1, b \in A\}$, 试用列举法表示集合 B 。

18. 已知 $A = \left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{2000}{2000-x} \in \mathbf{N}\right\}$, 试用列举法表示 A 。

19. 若集合 $M = \{x \mid ax^2 + 2x + a = 0\}$ 是单元素集合, 求实数 a 组成的集合。

20. 用描述法表示直角坐标系中第三象限的点的集合 M , 并指出集合 $A = \{(x, y) \mid y = -x^2 + 2x - 3, x < 0\}$ 中的元素是否属于 M ?

21. 已知集合 $A = \{-2, x^2 + x - 4, 3x^2 + 3x - 4\}$, 且 $2 \in A$, 求满足上述条件的实数 x 组成的集合。

22. 数集 A 满足条件: 若 $a \in A$, 则有 $\frac{1+a}{1-a} \in A (a \neq 1)$ 。

(1) 已知 $2 \in A$, 求证: 在 A 中必定还有另外三个数, 并求出这三个数。

(2) 若 $a \in \mathbf{R}$, 求证: A 不可能是单元素集合。

四、思考题

23. 数集 $\{0, 1, x^2 - x\}$ 中的 x 不能取哪些数值?

1.2 子集、全集、补集

重要知识点

1. 子集

如果对任意 $x \in A$, 必有 $x \in B$, 则 $A \subseteq B$; 且至少有一个 $y \in B$, 但 $y \notin A$, 则 $A \subsetneq B$; 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A = B$ 。

性质: (1) $A \subseteq A$;

(2) $\emptyset \subseteq A, \emptyset \subsetneq A$ (A 是非空集合);

(3) 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$;

若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$ 。

2. 全集与补集

补集: 设 S 是一个集合, $A \subseteq S$, 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做 S

中子集 A 的补集(或余集), 记作 $\complement_S A$, 即

$$\complement_S A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$$

全集: 含有所要研究的各个集合的全部元素, 称为全集。全集通常用 U 表示。

$$\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$$

$$A \cup \complement_U A = U, A \cap \complement_U A = \emptyset, \complement_U(\complement_U A) = A, \complement_U U = \emptyset, \complement_U \emptyset = U$$

命题方向

此部分内容几乎每年都出现过。

基础训练题

一、选择题

1. 下列命题中正确的是()。

- A. 空集没有子集 B. 任何一个集合必有两个以上的子集
C. 如果 B 是 A 的子集, 那么 A 中的元素一定也是 B 中的元素
D. 任何一个集合, 它的补集的补集一定是它本身

2. 下面六个关系式中正确的是()。

- ① $a \subsetneq \{a\}$ ② $\emptyset \subseteq \{a\}$ ③ $\{a\} \in \{a, b\}$ ④ $\{a\} \subseteq \{a\}$
⑤ $\emptyset \in \{a, b\}$ ⑥ $a \in \{a, b, c\}$

- A. ②④⑤ B. ②③④⑤ C. ②④⑥ D. ①⑤⑥
3. 满足 $\{1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数是()。
- A. 2 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 7 个
4. 若集合 $A = \{x | x = 4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则()。
- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$ C. $A = B$ D. 以上结论都不对
5. 设 U 为全集, 集合 $M, N \subsetneq U$, 且 $M \subseteq N$, 则下列各式成立的是()。
- A. $\complement_U M \supseteq \complement_U N$ B. $\complement_U M \subseteq M$ C. $\complement_U M \subseteq \complement_U N$ D. $\complement_U N \subseteq M$
6. 设集合 $P = \{a, b, 2\}$, $Q = \{2a, 2, b^2\}$, 且 $P = Q$, 则 a, b 值分别为()。
- A. $a = 0, b = 1$ B. $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$
- C. $a = 0, b = 1$ 或 $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$ D. 以上答案都不对
7. 设两集合 $S = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{x | x = 4n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$, 则下列关系正确的是()。
- A. $S \subseteq P$ B. $S = P$ C. $S \supsetneq P$ D. $S \subsetneq P$
8. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $C = \{x | x = a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbf{Q}\}$, 则有()。
- A. $C \subsetneq \complement_U Q$ B. $\complement_U Q \subsetneq C$ C. $C \subsetneq Q$ D. $C \supsetneq Q$
9. 下列集合中, 只有一个子集的集合为()。
- A. $\{x | x^2 \leq 0\}$ B. $\{x | x^3 \leq 0\}$ C. $\{x | x^2 < 0\}$ D. $\{x | x^3 < 0\}$
10. 已知全集 $S (S \neq \emptyset)$ 和集合 M_1, M_2, M_3 , $M_1 = \complement_S M_2$, $M_2 = \complement_S M_3$, 则 M_1 与 M_3 的关系是()。
- A. $M_1 = \complement_S M_3$ B. $M_1 = M_3$ C. $M_3 \subsetneq M_1$ D. $M_1 \subsetneq M_3$
11. 设 $M_1 = \{\text{正方形}\}$, $M_2 = \{\text{平行四边形}\}$, $M_3 = \{\text{四边形}\}$, $M_4 = \{\text{矩形}\}$, 则下列结论正确的是()。
- A. $M_1 \subseteq M_2 \subseteq M_3 \subseteq M_4$ B. $M_1 \subseteq M_4 \subseteq M_3 \subseteq M_2$
- C. $M_1 \subseteq M_2 \subseteq M_4 \subseteq M_3$ D. $M_1 \subseteq M_4 \subseteq M_2 \subseteq M_3$
12. 已知三个元素的集合 $A = \{x, xy, x - y\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A = B$, 则 $x + y$ 的值为()。
- A. 2 B. 0 C. -2 D. -1

二、填空题

13. 已知集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$, 且 $A \subsetneq M \subseteq B$, 则满足上述条件的集合 M

的个数是_____。

14. 设全集 $S = \mathbf{Z}$, $A = \{x \in \mathbf{Z} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | x \leq 2\}$, 则 $\complement_S A$ 与 $\complement_S B$ 的关系是_____。

15. 已知非空集合 M 满足: $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且若 $x \in M$, 则 $6 - x \in M$, 则满足条件的集合 M 的个数是_____。

16. 以下关系正确的是()。

① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 且 $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$ ② $0 \subseteq \{\emptyset\}$ 且 $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

③ $0 = \{0\}$ 且 $\emptyset = \{\emptyset\}$ ④ $\emptyset \in \{0\}$ 且 $0 \in \{\emptyset\}$

三、解答题

17. 设全集 $S = \{2, 3, x^2 + 2x - 3\}$, $A = \{2, |x - 1|\}$, $\complement_S A = \{5\}$, 求实数 x 的值。

18. 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0\}$ 。

①若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值;

②若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的值。

19. 已知 $A = \{-1, a^2 - 3, a^2 + 1\}$, $B = \{a - 3, a - 1, a + 1\}$, 若 $\{-2\} \subsetneq A$, 且 $\{-2\} \subsetneq B$, 求实数 a 组成的集合的真子集的个数。

20. 已知集合 $A = \{a, a + d, a + 2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$, 其 $a, d, q \in \mathbf{R}$, 若 $A = B$, 求 q 的值。

21. 若 $A = \{x | x = 6a + 8b, a, b \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2m, m \in \mathbf{Z}\}$ 。求证: $A = B$ 。

22. 已知全集 $S = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$, $A = \{1, |2x - 1|\}$, 如果 $\complement_S A = \{0\}$, 则这样的实数 x 是否存在? 若存在, 求出 x ; 若不存在, 请说明理由。

四、思考题

23. 同时满足 (1) $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$; (2) 若 $a \in M$, 则 $6 - a \in M$, 的非空集合 M 有多少个? 写出这些集合来。

1.3 交集、并集

重要知识点

1. 交集

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

$$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A$$

2. 交集

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

$$A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A$$

$$3. (1) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(2) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(3) \complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$$

$$\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$$

$$(4) \emptyset \subseteq A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$$

$$\emptyset \subseteq A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$$

命题方向

集合的交、并、补几乎在每年高考中都出现过。

基础训练题

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x | x \leq 5 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x > 1, \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()。

- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 5\}$

2. 集合 $A = \{(x, y) | x + 2y = 3\}$, $B = \{(x, y) | 2x + y = 3\}$, 则 $A \cap B$ 是 ()。

- A. $(1, 1)$ B. $\{1\}$ C. $\{1, 1\}$ D. $\{(1, 1)\}$

3. 已知集合 A, B 满足 $A \cup B = B$, 则必有 ()。

- A. $A = B$ B. $A \subseteq B$ C. $A \not\subseteq B$ D. $B \subseteq A$

4. 已知 $A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{梯形}\}$, 则 $A \cap B$ 与 $A \cup B$ 分别为 ()。

- A. $\{\text{梯形}\}$ 、 $\{\text{平行四边形}\}$ B. $\{\text{平行四边形}\}$ 、 $\{\text{梯形}\}$
C. $\emptyset$ 、 $\{\text{平行四边形或梯形}\}$ D. $\emptyset$ 、 $\{\text{平行四边形且梯形}\}$

5. 设集合 $S = \{x | -x < 0\}$, $T = \{x | -x^2 < 0\}$, 则 $S \cap T$ 等于 ()。

- A. $\{x | x > 0\}$ B. R C. $\{x | x \leq 0\}$ D. $\{x | x < 0\}$

6. 设 S, T 为非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 则 $S \cup X$ 等于 ()。

- A. X B. T C. $\emptyset$ D. S

7. 已知 $A = \{(x, y) | x + y > 2, \text{ 且 } xy > 1\}$, $B = \{(x, y) | x > 1, \text{ 且 } y > 1\}$, 则有 ()。

- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$ C. $A = B$ D. $A \cap B = A$

8. 设集合 $\{(x, y) | y = 3x\}$ 为 A 集, $\{(x, y) | \frac{y}{x} = 3\}$ 为 B 集, 则集合 A、B 间的关系 ()。

- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$ C. $A = B$ D. 以上答案都不对

9. 若非空集合 P 与 Q 的关系是 $P \not\subset Q$, 则一定成立的是 ()。

- A. $Q \subsetneq P$ B. $P \cap Q = \emptyset$ C. $P \cap Q \neq \emptyset$ D. $P \cap Q \neq P$

10. 设全集 $U = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{R}\}$, $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$,

则 $\complement_U M \cap \complement_U N =$ ()。

- A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$
C. $\{(x, y) | y = x+1\}$ D. $\{(x, y) | x = 2 \text{ 或 } y = 3\}$

11. 设全集为 S, 对任意子集合 A、B, 若 $A \subsetneq B$, 则下列集合为空集的是 ()。

- A. $A \cap (\complement_S B)$ B. $(\complement_S A) \cap (\complement_S B)$
C. $(\complement_S A) \cap B$ D. $A \cap B$

12. 设全集 $S = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | -3 \leq x < 2\}$, $P = \{x | x \geq 0\}$, 则 $\complement_S (M \cap P)$ 的是 ()。

- A. $\{x | 0 \leq x < 2\}$ B. $\{x | x \geq 2\}$
C. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ D. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 2\}$

二、填空题

13. 满足 $\{a, b\} \cup B = \{a, b, c\}$ 的集合 B 的个数是_____。

14. 已知全集 $S = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $A = \{(x, y) | \frac{y-4}{x-2} = 3\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x-2\}$, 则 $(\complement_S A) \cap B =$ _____。

15. 设全集 $S = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 10\}$, $A = \{\text{不大于 } 10 \text{ 的质数}\}$, $B = \{6 \text{ 的正约数}\}$, 则 $\complement_S (A \cup B) =$ _____。

16. 设 $S = \{2, 4, 1-a\}$, $A = \{2, a^2-a+2\}$, 若 $\complement_S A = \{-1\}$, 则 $a =$ _____。

三、解答题

17. 设全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 如果 $A \cap \complement_S B = \{2, 8\}$, $(\complement_S A) \cup (\complement_S B) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ 。求集合 A。

18. 已知 $A = \{y | y = x^2 + 2x + 4\}$, $B = \{y | y = ax^2 - 2x + 4a\}$, $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值集合。
19. 已知非空集合 $A = \{(x, y) | (a^2 - 1)x + (a - 1)y = 15\}$, $B = \{(x, y) | y = (5 - 3a)x - 2a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的值。
20. 已知全集 $S = \{x | 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | 0 < x \leq 10, x \text{ 是偶数}\}$, $B = \{x | 0 < x < 10, x \text{ 为质数}\}$ 。求
- ① $\complement_S(A \cup B)$ 的所有元素的积;
- ② $\complement_S(A \cap B)$ 的所有元素的和。
21. 已知全集 $S = \{\text{不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, A, B 是 S 的两个子集, 且满足 $A \cap (\complement_S B) = \{3, 5\}$, $(\complement_S A) \cap B = \{7, 19\}$, $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{2, 17\}$, 求集合 A 和集合 B 。
22. 已知集合 $A = \{1, 3, -x^3\}$, $B = \{1, x + 2\}$, 是否存在实数 x , 使得 $B \cup (\complement_S B) = A$? 实数 x 若存在, 求出集合 A 和 B ; 若不存在, 请说明理由。
- 四、思考题
23. 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 若 $B \cup C = B$, 求 a 的取值范围。
24. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 求 a, b 的值。

1.4 含绝对值的不等式解法

重要知识点

1. 不等式的三条基本性质

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc$$

$$a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$$

2. $|x| > a (a > 0) \Leftrightarrow x > a$ 或 $x < -a$

$$|x| < a (a > 0) \Leftrightarrow -a < x < a$$

3. $|ax + b| > c (c > 0) \Leftrightarrow ax + b > c$ 或 $ax + b < -c$

$$|ax + b| < c (c > 0) \Leftrightarrow -c < ax + b < c$$

4. $a \leq |x| < b (b > a > 0) \Leftrightarrow a \leq x < b$ 或 $-b < x \leq -a$



命题方向

高考中对本节知识主要考查:根据给定的条件,利用不等式的性质,将含有绝对值符号的不等式同解转化成不含绝对值符号的不等式。



基础训练题

- 不等式 $|x+3|>1$ 的解集为()。

A. $\{x|-4<x<-2\}$ B. $\{x|x<-4 \text{ 或 } x>-2\}$
 C. $\{x|2<x<4\}$ D. $\{x|x<2 \text{ 或 } x>4\}$
- 不等式 $|x-2|>-1$ 的解集为()。

A. $\emptyset$ B. $\{x|x<1 \text{ 或 } x>3\}$
 C. $\{x|1<x<3\}$ D. $\mathbf{R}$
- $|x-2|\leq 0$ 的解集为()。

A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$ C. $\{x|x\neq 2\}$ D. $\{2\}$
- 以下变形正确的是()。

A. $|5-3x|<7\Rightarrow|3x-5|>7$ B. $\left|\frac{1}{2}x+3\right|>5\Rightarrow|x+3|>10$
 C. $3<|x-1|\leq 4\Rightarrow 3<x-1\leq 4 \text{ 或 } -4\leq x-1<-3$
 D. $(x+2)^2>3\Rightarrow|x+2|>3$
- 以下说法正确的是()。

A. 不等式 $|x|<a$ 的解集为 $\{x|-a<x<a\}$
 B. 不等式 $|x|<a$ 的解集表示数轴上到原点的距离小于 a 的点的集合
 C. $|x|\leq a^2$ 的解集一定不是空集
 D. $1-|x|\geq -a^2$ 的解集一定是空集
- 设 $A=\{x||x-2|<3\}$, $B=\{x||x-1|>1\}$, 则 $A\cap B$ 等于()。

A. $\{x|-1<x<5\}$ B. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$
 C. $\{x|-1<x<0\}$ D. $\{x|-1<x<0 \text{ 或 } 2<x<5\}$
- 已知 $A=\{x||x+2|\geq 5\}$, $B=\{x||3-x|\leq 2\}$, 则 $A\cup B$ 等于()。

A. $\{x|x\leq -7 \text{ 或 } x>1\}$ B. $\{x|-7\leq x<1\}$
 C. $\{x|x\in\mathbf{R}\}$ D. $\{x|x\leq -7 \text{ 或 } x\geq 3\}$
- 不等式 $3-|-1-2x|>0$ 的解集为()。

A. $\{x|x\in\mathbf{R}\}$ B. $\{x|-2<x<1\}$
 C. $\{x|-1<x<2\}$ D. $\{x|x<-2 \text{ 或 } x>1\}$

9. 不等式 $1 \leq |x-2| \leq 7$ 的解集是()。

- A. $\{x | 3 \leq x \leq 9\}$ B. $\{x | -5 \leq x \leq 1\}$
C. $\{x | -5 \leq x \leq 9\}$ D. $\{x | -5 \leq x \leq 1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 9\}$

10. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $-b < \frac{1}{x} < a$ 等价于()。

- A. $-\frac{1}{b} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{a}$ B. $-\frac{1}{a} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{b}$
C. $x < -\frac{1}{b}$ 或 $x > \frac{1}{a}$ D. $-\frac{1}{a} < x < \frac{1}{b}$

11. $(1-|x|)(1+x) > 0$ 的解集为()。

- A. $\{x | |x| < 1\}$ B. $\{x | x < 1\}$
C. $\{x | |x| > 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

12. 已知不等式 $|x-3| + |x-4| < m$ 的解集为空集, 则实数 m 的取值范围是()。

- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m \leq \frac{1}{10}$ D. $m < \frac{1}{10}$

二、填空题

13. 不等式 $\left| \frac{1}{x} \right| \geq 3$ 的解集是_____。

14. 不等式 $1 \leq |x^2-1| < 3$ 的解集是_____。

15. 不等式 $|2x-5| > |4x+7|$ 的解集是_____。

16. 不等式 $|x-2| - |2x+5| > 2x$ 的解集是_____。

三、解答题

17. 已知 $a > 0, A = \{x | |x-a| < a + \frac{1}{2}, x \in \mathbf{Z}\}, B = \{x | |x| < 2a, x \in \mathbf{Z}\}$, 求 $A \cap B$ 。

18. 解不等式 $|x-5| - |2x+3| < 1$ 。

19. 设 $A = \{x | |2x-1| > 1\}, B = \{x | |2x-a| \leq 1\}$, 且 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的值。

20. 设 $0 \leq a \leq 1$, 若满足不等式 $|x-a| < b$ 的一切实数 x , 也满足不等式 $|x-a^2| < \frac{13}{2}$, 求正实数 b 的取值范围。

21. 求 m , 使不等式 $\left| \frac{x^2-mx+1}{x^2+x+1} \right| < 3$ 恒成立。

22. 设 $A = \{x | |2x-1| \leq 3\}, B = \{x | |x+2| < 1\}$, 求集合 C , 使其同时满足下列三个条件:

(1) $C \subseteq [(A \cup B) \cap \mathbf{Z}]$; (2) C 中有三个元素; (3) $C \cap B \neq \emptyset$ 。

四、思考题

23. 已知 $a < b < c, x \in \mathbf{R}$, 若 $|x-a| + |x-b| + |x-c| > k$ 恒成立, 求 k 的取值范围。
24. 已知关于 x 的不等式 $|x+2| + |x-3| < a$ 的解集是非空集合, 求实数 a 的取值范围。

1.5 一元二次不等式解法

 重要知识点

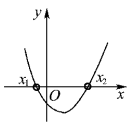
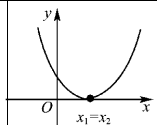
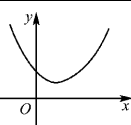
1. 一元二次不等式及其解法:

所谓一元二次不等式, 是指含有一个未知数并且未知数的最高次数是 2 的不等式。一元二次不等式可以归纳为以下两种基本类型:

$$ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$$

$$ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$$

具体解法见下表:

差别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 的根	有两个相异实根 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (取 $x_1 < x_2$)	有两个相等实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	没有实根
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象			
一元二次不等式的解集	$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$)	$\{x x < x_1\} \cup \{x x > x_2\}$ $= \{x x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$	$\left\{x \mid x \neq -\frac{b}{2a}\right\}$
	$ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$)	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$

 命题方向

2. 一元二次不等式的应用

一元二次不等式是最简单的不等式, 历年高考中, 都涉及到解不等式的题目, 对解有理不等式、无理不等式、指数和对数不等式及含绝对值符号的不等式都进行