图书在版编目(CIP)数据

奥数一点通. 小学五年级/《奥数一点通》编写组编.
2版. —南京:南京大学出版社,2008.4
(解开数学奥秘)
ISBN 978-7-305-04445-8

Ⅰ.奥… Ⅱ.奥… Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料
Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第026111号

出 版 者 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路22号　　邮　编 210093
网　　址 http://press.nju.edu.cn
出 版 人 左　健

丛 书 名 解开数学奥秘
书　　名 奥数一点通(小学五年级)
作　　者 本书编写组
责任编辑 孟庆生　　编辑热线 025-83597482

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 江苏苏中印刷厂
开　　本 787×1092 1/16 印张8.75 字数218千
版　　次 2008年5月第2版 2008年5月第1次印刷
ISBN 978-7-305-04445-8
定　　价 12.00元

发行热线 025-83594756
电子邮箱 sales@press.nju.edu.cn(销售部)
nupress1@public1.ptt.js.cn

目录

第一单元　速算技巧(一)

知识导航

同学们,本周我们要研究的问题与计算有关。主要研究在计算中如何通过"凑整"、"拆数"、"等积变形"、"应用补充的数"等等方法改变运算方法、运算顺序,运用运算定律、运算性质、计算公式等进行简算和速算。在这一内容里,同学们在审题时要善于观察并根据题目中数的特点、数的排列规律等选用合适的巧算方法,以达到简算和巧算的目的。掌握了此种方法,对日后学习、生活中碰到的一些看似麻烦、复杂的计算问题就能迎刃而解了。

例 1　计算 $898+899+901+907+895+911+898+897+906+890$。

常规分析

看到这道题,同学们可能觉得十个数相加很麻烦,不过列竖式计算也不需要多长时间就可以把这道题做出来。如果你想这样做当然是可以的,但是有没有更简便的方法呢?

创新点拨

其实只要仔细观察,我们就会发现这十个加数都接近 900,它们的和一定也接近 900×10 的积,因此,我们可以把这些加数先当作 900 来加,然后运用"多加的要减去,少加的要补上"的原则,迅速地把正确的结果算出来。

解　$898+899+901+907+895+911+898+897+906+890$

$=900\times10-2-1+1+7-5+11-2-3+6-10$

$=9000-2+7-5+11-2-3+6-10$

$=9002$。

看来求几个大小接近的加数的和,可以选择一个比较接近的数(如上题各个加数都接近 900)作相同加数,用乘法求出这几个相同加数的和,然后加上少加的数,减去多加的数,这样计算更为简便。

例2 计算 1420×3.4+1.42×2300+14.2×430。

常规分析

通过观察，同学们一定发现这道题中的三个因数都有数字1，4，2，但这三个因数的大小不同，即没有相同的因数，故不能运用乘法分配律进行计算，所以就按照四则混合运算的运算顺序，先同时计算乘法，再把三个积相加。

创新点拨

如果你能根据题中因数的数据特征想到了运用乘法分配律，说明你已经有了简算的意识。顺着上面的思路往下想，其实只要根据积不变的规律，即把一个因数扩大（或缩小）若干倍，另一个因数缩小（或扩大）相同的倍数，积的大小不变，比如 20×30=200×3=2000×0.3。这样我们就可以使得三个乘式中有一个相同的因数，从而使计算更加简便。

解 1420×3.4+1.42×2300+14.2×430

=1420×3.4+1420×2.3+1420×4.3

=1420×(3.4+2.3+4.3)

=1420×10

=14200。

本来是一道需要列竖式来进行计算的四则混合运算题，我们只是运用了“积变化的规律”，只需片刻就能迅速地算出其结果，既快又简便。

思路回眸

从以上例题可以看出，我们在进行四则混合运算时，要仔细观察数的特点，运用合理的方法，以一个数为标准，进行简便计算；如果几个加数的大小接近，可以以一个大小比较接近的数做相同加数进行简便计算；如果有几个乘式相加，若根据积变化的规律能使得其中一个因数相同，接下来就可以运用乘法分配律进行简便计算。

自主检测

1. 计算：8888+253+249+248+250+248+246+251+255 的值。

2. 计算：0.16×5.96+264×0.0596+72×0.596 的值。

第一单元　速算技巧(二)

知识导航

在进行四则混合运算的时候，运用运算定律和运算性质，通过改变题目的运算顺序，能使几个数的和、差、积或商的计算结果是整千、整百、整十……的数时，我们就要根据题中数据的特点，充分运用运算定律和运算性质，力求使计算简便。在今天的四则混合运算学习中，要求同学们能熟练掌握加、减、乘、除法的一些运算定律和运算性质，并能灵活地运用于四则混合运算之中。

例1　计算 63587－3963－2065＋36413－4789－3183 的值。

常规分析

这是一道多位数的加减混合运算题，同学们发现这么多数相加、减，当然想到了运用简便算法。通过观察，发现两个加数能凑成整万数，但是减数却没有明显的特征，于是先通过改变题目的运算顺序算出两个加数的和以后，再按照从左到右的顺序列竖式来帮助计算。这样做自然是可行的，但计算起来还是比较麻烦，而且非常容易出错。

创新点拨

在数学课上，我们学习了连减的运算规律，即一个数连续减去两个数等于这个数减去这两个减数的和。那么，连续减去三个数、四个数……有没有这样的规律呢？其实规律是一样的：28－6－9－5＝28－(6＋9＋5)；100－17－34－29＝100－(17＋34＋29)。通过仔细观察，我们发现题中几个减数的和正好是一个整千数，所以这道题我们可以改变题目的运算顺序，先算出两个加数的和，再运用连减的运算规律使计算简便。

解　63587－3963－2065＋36413－4789－3183

＝63587＋36413－3963－2065－4789－3183

＝(63587＋36413)－(3963＋2065＋4789＋3183)

＝100000－14000

＝86000。

例2 计算(97932－97.932)÷(32644－32.644)的值。

常规分析

同学们可能已经观察到这道题中的数字具有一定的特征:每个括号里的数的数字相同,而且是一个五位数减去一个三位小数。但是又不能明显地看出能运用什么运算定律和运算性质使计算简便。

创新点拨

根据观察,发现本题中每个小括号内的被减数是减数的 1000 倍,并且两个被减数、两个减数之间都是 3 倍关系。因此我们可以运用乘法分配律先把被除数改写成 97932－97.932＝(32644－32.644)×3,再进行简便计算。

解法一 (97932－97.932)÷(32644－32.644)

＝(32644×3－32.644×3)÷(32644－32.644)

＝[(32644－32.644)×3]÷(32644－32.644) (观察:被除数是除数的 3 倍)

＝3。

顺着上面的思路往下想,既然每个括号内的被减数都是减数的 1000 倍,那么,97932－97.932＝97.932×1000－97.932＝97.932×(1000－1),32644－32.644＝32.644×1000－32.644＝ 32.644×(1000－1),所以这道题还可以这样解:

解法二 (97932－97.932)÷(32644－32.644)

＝(97.932×1000－97.932)÷(32.644×1000－32.644)

＝[97.932×(1000－1)]÷[32.644×(1000—1)]

＝97.932÷32.644 (运用商不变的性质)

＝3。

思路回眸

从上面的例题可以看出:在进行四则混合运算时,我们要注意仔细观察算式中的数字特征、运算符号、小数点的位置等,熟练地运用运算定律、性质对题目进行适当变形,使本来很复杂的计算变得较为简便。

自主检测

1. 计算 236.87－37.4－6.87－28.5－34.1 的值。
2. 计算(12344－123.44)÷(24688－246.88)的值。

第一单元　速算技巧(三)

知识导航

同学们在进行多位数乘法计算时，更多的是采用列竖式计算的方法。那多位数乘法计算中能不能进行简便计算呢？其实和多位数的加减运算一样，我们也要学会根据题中数据的特点，巧妙地运用乘法的一些运算定律：乘法交换律、乘法分配律、乘法结合律。在进行今天的学习之前，首先有几组算式值得大家记住：$5\times2=10$；$25\times4=100$；$125\times8=1000$。记住了它们，对一些多位数乘法的简便计算定会大有帮助。运用这一知识，我们可以解决比较复杂的乘法计算。

例1　计算 80.8×125 的值。

常规分析

本题是一道一步计算题，列竖式计算似乎也很快，但是有没有什么方法使得这道题的计算又快又简便呢？

创新点拨

我们已经学习了乘法分配律，知道 $125\times8=1000$，而这道题第一个乘数是 80.8，因此我们可以把 80.8 先拆成 80 与 0.8 的和，再运用乘法分配律进行简便计算。

解 解法一：　$80.8\times125=(80+0.8)\times125$

$=80\times125+0.8\times125=10000+100=10100$。

解法二：　$80.8\times125=8\times10.1\times125$

$=(8\times125)\times10.1$

$=1000\times10.1=10100$。

此外，我们还可以根据“积不变的规律”，即“一个因数扩大若干倍，另一个因数缩小相同的倍数，积不变”进行简便计算。

解法三：　$80.8\times125=(80.8\div8)\times(125\times8)$

$=10.1\times1000=10100$。

小学五年级

例2 计算 125×239×25×64×5 的值。

常规分析

看到这道题，发现有乘数 125，25 和 5，同学们肯定希望用简便方法来进行计算，但是题中没有因数 2，4，8，所以有的同学只好按照运算顺序从左往右计算。那这题除了按照运算顺序计算外，能否进行简便计算呢？

创新点拨

当你看到 125，25，5 时，你会想，“最好用 125 乘 8；25 乘 4；5 乘 2”，如果题中有因数 2，4，8 就好了。再一看，发现 64＝2×4×8，正好有因数 2，4，8，因此，我们可以先把 64 拆成三个数的乘积，再运用乘法交换律和乘法分配律进行简便计算。

解 125×239×25×64×5

＝125×239×25×(2×4×8)×5

＝125×239×25×2×4×8×5

＝(125×8)×(25×4)×(5×2)×239

＝1000×100×10×239

＝239000000。

思路回眸

从以上例题可以看出，在乘法计算中，如果有一个因数是 125，25 或 5，而另一个因数我们能设法分解出与 125，25 或 5 相乘得整数的数时，我们就先把另一个因数分解，再运用乘法交换律和乘法结合律使之简便。以上两题讲的都是乘法计算，那在除法计算中是否也能进行相应的简便计算呢？比如计算 50000÷125，我们除了可以用列竖式等方法计算出结果外，由除数“125”想到了 125×8＝1000，所以这道题还可以运用商不变的性质，把被除数和除数都扩大 8 倍进行简便计算：50000÷125＝(5000×8)÷(125×8)＝40000÷1000＝40。

自主检测

计算下面各题。

1. (1) 2468×25；　　(2) 0.125×0.25×0.5×128。

2. (1) 32000÷250；　　(2) 40.4×25。

单元练习

简便计算下列各式的值：

1. 72.19＋6.48＋27.81－1.38－5.48－0.62。

2. 0.125×0.25×32。

3. 3.14×6.5＋4.5×3.14－3.14。

4. 54＋99×99＋45。

5. 1234＋5678＋8766＋4322。

6. 58＋56＋63＋62＋57＋60＋59＋65＋61。

7. 16×125×25×5×4。

8. (52864－528.64)÷(26432－264.32)。

第二单元　二进制(一)

知识导航

在本周的学习中，我们要研究的内容是二进制计数法。人们在日常生活和生产实践中接触到很多很多的数，可能由于大多数人们常用十个手指来计数的缘故，所以人们一般采用了“满十进一”的十进制计数法。随着科技的进步和发展，现在已进入电子计算机时代，而计算机都是采用二进制计数法，就是计数时，“满二进一”。它和十进制计数法的道理实质是一样的。如一个，在二进制中就计作1，二个则满2就应向前一位进一，记作10，连续进位计作100，…因此二进制计数只需要用两个数字：0和1。有了这两个数字就可以表示二进制数并能进行四则计算了。

今天我们首先研究怎样把十进制的数化为二进制的数，知道十进制数化成二进制数有哪些方法，并能比较熟练地运用这种方法把十进制的数化成二进制。

例　化$(27)_{10}$为二进制数。

常规分析

在知识导航中我们提到了二进制是满二进一，那么各位上的数所表示的大小依次是右边第一位表示几个$1(2^0)$，右边第二位表示几个$2(2^1)$，右边第三位表示几个$4(2^2)$…也就是从右往左每一位上的数字依次表示几个1，2，4，8，16，32…据此，我们发现27里首先有“1”个16，所以先在右边起的第五位上写上“1”，还余“11”，“11”里面有“1”个8，在右边起的第四位写上1，还余“3”，不满“4”，所以再在右边起的第三位上写上“0”，但是刚才剩下的“3”里有一个“2”，所以要在右边起的第二位上写上“1”，还剩“1”，写在最后一位上，因为最后一位上的数表示有几个“1”。

如果这样想当然是可以的，但是一旦出现比较大的数，还采用这种方法解答的话就会显得很麻烦。有没有更简单的方法呢？

创新点拨

其实，我们还可以用另一种更简单的方法来解答。因为二进制数就是“满二进一”的计数法，所以我们可以运用“满二进一”的法则用 2 连续去除这个十进制数，第一次除得的余数就是二进制数的右起第一位数字，第二次除得的余数是二进制数的右起第二位数字……依次往下，直到商为 0 为止，然后把每次得到的余数连起来就是所得的二位数。

解

		余数	
2	27		
2	13……	1	（右起第一位数字）
2	6……	1	（右起第二位数字）
2	3……	0	（右起第三位数字）
2	1……	1	（右起第四位数字）
	0……	1	（右起第五位数字）

所以，$(27)_{10}=(11011)_2$。

思路回眸

从以上例题可以看出，十进制数化为二进制数，根据二进制数“逢二进一”的原则用 2 连续去除这个十进制数，直到商为零为止。然后将每次所得到的余数（只能是 0 或 1）按照自下而上的顺序依次写出来，就是与这个十进制数相等的二进制。这种方法通常叫做“除二取余法”。

自主检测

1. 把 $(45)_{10}$ 化为二进制数。

2. 将 $(20)_{10}$ 化为二进制数。

第二单元　二进制(二)

知识导航

今天我们要研究的问题是怎样把二进制的数化成十进制的数。通过今天的学习，同学们要明白十进制的数可以写成十进制数的展开式，即如 $384=3\times10^2+8\times10^1+4\times10^0$，二进制的数也可以写成展开式的形式，所不同的是它的底数是 2，二进制的计数单位从右往左依次是：$2^0,2^1,2^2,2^3,2^4,2^5\cdots$

例 1　化 $(101101)_2$ 为十进制数。

常规分析

看到这道题，有的同学也许会想到把十进制的数化成二进制的数，采用的方法是“除二取余法”，而这道题恰好相反，是把二进制的数化成十进制的数，那我们可以采用“除二取余法”的倒推法(还原法)，即根据除数、余数和商一步步往上推，直到推到最后的被除数为止。

除数	被除数	余数	
2	45		→(　　)=2×22+1
2	22……	1	→(　　)=2×11+0
2	11……	0	→(　　)=2×5+1
2	5……	1	→(　　)=2×2+1
2	2……	1	→(　　)=1×2+0
2	1……	0	→(　　)=0×2+1
	0……	1	

把二进制数化成十进制数运用这种方法当然是可以的，只不过显得麻烦了一点，那有没有更简单的方法呢？

创新点拨

我们知道,任何一个十进制数都可以写成各数位上的数与 1 后面带有若干个零的数相乘所得积的和的形式。如:$6538=6\times1000+5\times100+3\times10+8\times1$,而 1 后面带有若干个零的数又可以写成 10 的乘方形式,即:$6538=6\times10^3+5\times10^2+3\times10^1+8\times10^0$。$6538=6\times1000+5\times100+3\times10+8$(任何不等于零的数的零次方规定为 1),等号右边的式子叫做十进制数的展开式,其中 10 叫做十进制数的底数,十进制数的计数单位是 $10^0,10^1,10^2,10^3,10^4,\cdots$(个、十、百、千……)。同样的道理,二进制数也可以写成展开式的形式,它的底数为 2,二进制数的计数单位是:$2^0,2^1,2^2,2^3,2^4,\cdots$所以,二进制的写法是:一写作$(1)_2$(为了与十进制计数有区别,在数字右下角写"2",二写作$(10)_2$,三写作$(11)_2$,四写作$(100)_2$,……因此二进制数$(101101)_2$的展开式就是 $1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$。

解

$$\begin{aligned}(101101)_2&=1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0\\&=32+0+8+4+0+1\\&=(45)_{10}。\end{aligned}$$

思路回眸

从以上例题可以看出,把二进制数化成十进制数,可以先把二进制数写成它的展开式,即写成数码与计数单位积的和的形式,再进行计算就行了。

自主检测

把下面的二进制数还原成十进制数。

1. $(10111)_2$;
2. $(11110)_2$;
3. $(1110110)_2$;
4. $(11011010)_2$。

第二单元　二进制(三)

知识导航

今天我们研究的内容是二进制数的加、减法。通过今天的学习,要求同学们记住二进制数加法的加法口诀,理解并掌握二进制数加减的计算法则,并能正确地进行计算。

例1 计算:$(1011)_2+(1100)_2$。

常规分析

有的同学在想,十进制数的加法我们早就会了,但是二进制数的加法该怎样计算呢?有的同学想索性把它们先化成十进制数再进行计算,也有同学估猜大概和十进制的加法差不多,从低位加起吧。

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ \hline 2\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

所以,$(1011)_2+(1100)_2=(2111)_2$。

创新点拨

可别忘了,二进制数只用两个数字:0 和 1。二进制加法的计算方法和十进制的方法差不多。在计算十进制数的加减时有加法口诀,在二进制的加法计算中也有加法口诀,所不同的是它的口诀要简单得多了,一位数加法口诀是:$0+0=0$,$1+0=1$,$0+1=1$,$1+1=10$,即“满二进一”,某位满二了,就要向前一位进一。

解

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

所以$(1011)_2+(1100)_2=(10111)_2$。

例2 计算:$(1101)_2-(110)_2$。

常规分析

根据"例 1"的解法，同学们想到了也用列竖式来计算这道题。

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ -\quad 1\ 1\ 0 \\ \hline \end{array}$$

我们看右边第一位是"1－0＝1"、右边第二位是"0－1"不够，肯定要向前一位借1，而前一位的这个1就表示1个4，减去减数右边第二位的"1个2"，就应该等于2，而在二进制数中，2应该写成"10"，这个10该怎样写呢？真的是这样计算的吗？

创新点拨

顺着上面的思路往下想，右边第二位不够减，向右边第三位借"1"，十进制数的加法是"满十进一"，减法不够减时是"借一当十"，那二进制数的加法是"满二进一"，那不够减时是否是"借一当二"呢？我们试着往下做，最后再检验一下，不就行了吗？

解

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ -\quad 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 1 \end{array} \qquad \text{检验：} \begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

所以，$(1101)_2-(110)_2=(111)_2$。

这就说明，在进行二进制数的减法时，当哪位不够减时，只要向前一位"借一当二"再减就行了。

思路回眸

从以上例题可以看出，进行二进制数的加、减法比十进制数的加减法更简单，数位对齐以后只要记住其特点是"满二进一"、"借一当二"。

自主检测

计算二进制加减法。

1. $(1010)_2+(1001)_2$；

2. $(1111)_2+(1001)_2$；

3. $(1101101)_2-(101101)_2$；

4. $(1011)_2-(101)_2$。

单元练习

1. **把下列十进制数化为二进制数：**

(1) $(163)_{10}$；

(2) $(72)_{10}$；

(3) $(89)_{10}$；

(4) $(96)_{10}$。

2. **把下列二进制数化成十进制数：**

(1) $(111011)_2$；

(2) $(1011010)_2$；

(3) $(1011011)_2$；

(4) $(11010100)_2$。

3. **二进制的加减法计算：**

(1) $(1001)_2+(11)_2$；

(2) $(1001)_2+(101101)_2$；

(3) $(11010)_2-(1110)_2$；

(4) $(10101)_2-(1011)_2$。

第三单元　消去问题(一)

知识导航

学习中经常碰到一些应用题,给出了两个或两个以上的未知数间的关系,要求出这些未知的数量。解答此类问题,我门可以通过比较条件,分析对应的未知数量变化的情况,想办法消去其中的一个未知量,从而把一道数量关系较复杂的题目变成比较简单的问题给解答出来。这样的解题方法,我们通常把它叫做“消去法”。

例　小明和小红去文具商店买回了一些铅笔和橡皮,同学们问两样东西的单价。小明说:具体价钱我们忘记了,反正我买了 3 支铅笔和 1 块橡皮,共花了 2.30 元,小红买了 4 支铅笔和 1 块橡皮,共花了 2.80 元。同学们,你能算出铅笔和橡皮的单价各是多少元吗?

常规分析

同学们读完这道题,发现题目中存在着两个未知数量(铅笔的单价、橡皮的单价),两道等量关系式:3 支铅笔的价钱+1 块橡皮的价钱=2.30 元;4 支铅笔的价钱+1 块橡皮的价钱=2.80 元。不管运用哪道等量关系式,要想知道其中一样东西的价钱,必须知道另一样东西的价钱才可以求出来,现在两样东西的价钱都不知道,虽有两道等量关系式,运用以前的方法却无法求解。可能有些同学想到了用方程解答,列出的却是二元一次方程,运用我们现在的知识好像无法解答。

创新点拨

像这样的问题我们需要从整体上进行通盘考虑,先运用数量关系来比较对应的未知数量的情况:

$$\begin{cases}\text{小明买的:3 支铅笔的价钱}+1\text{ 块橡皮的价钱}=2.30\text{ 元,}\\ \text{小红买的:4 支铅笔的价钱}+1\text{ 块橡皮的价钱}=2.80\text{ 元。}\end{cases}$$

比较上面的两条等式,可以看出 2.80 元与 2.30 元相差的元数正好是 1 支铅笔的价钱,因为两次买的橡皮的块数是相同的。利用这一个条件,把 1 块橡皮的价钱消去后,先求出每支铅笔的价钱,再求出每块橡皮的价钱就很容易了。