

图书在版编目(CIP)数据

奥数一点通. 小学四年级 /《奥数一点通》编写组编.

2 版. —南京: 南京大学出版社, 2008. 4

(解开数学奥秘)

ISBN 978-7-305-04444-1

I. 奥... II. 奥... III. 数学课—小学—教学参考资料

IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 026112 号

出版者 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093  
网 址 <http://press.nju.edu.cn>  
出版人 左 健  
丛 书 名 解开数学奥秘  
书 名 奥数一点通(小学四年级)  
作 者 本书编写组  
责任编辑 孟庆生 编辑热线 025-83597482  
照 排 南京南琳图文制作有限公司  
印 刷 江苏苏中印刷厂  
开 本 787×1092 1/16 印张 8.375 字数 209 千  
版 次 2008 年 5 月第 2 版 2008 年 5 月第 1 次印刷  
ISBN 978-7-305-04444-1  
定 价 12.00 元  
发行热线 025-83594756  
电子邮箱 [sales@press.nju.edu.cn](mailto:sales@press.nju.edu.cn)(销售部)  
[nupress1@public1.ptt.js.cn](mailto:nupress1@public1.ptt.js.cn)

---

\* 版权所有,侵权必究

\* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购  
图书销售部门联系调换

奥

数



通

# 目录

第一单元	数列求和	1
第二单元	巧求周长	8
第三单元	简单幻方	15
第四单元	数字问题	22
第五单元	方阵问题	29
第六单元	年龄问题	36
第七单元	简单排列	43
第八单元	行程问题	50
综合检测		57
第九单元	倒水问题	59
第十单元	鸡、兔同笼	66
第十一单元	页码问题	73
第十二单元	定义新运算	80
第十三单元	图形的变换	87
第十四单元	算式谜题	94
第十五单元	一笔画问题	101
第十六单元	“奇、偶性”问题	108
综合检测		115
期末测试 A		117
期末测试 B		119
参考答案		121



## 第一单元 数列求和(一)



### 知识导航

将一些数按照一定的规律排成一列,就形成一个数列,如:

(1) 1,3,5,7,9,11;

(2) 3,9,27,81,243。

数列里有这样一些概念:

- ① 首项:数列的第一个数,如数列(1)的首项是 1,数列(2)的首项是 3;
- ② 末项:数列中的最后一个数,如数列(1)的末项是 11,数列(2)的末项是 243;
- ③ 项数:数列中数的个数,如数列(1)有 6 个数,项数就是 6,数列(2)有 5 个数,项数就是 5。

仔细观察数列(1),我们还发现,数列的第一项和第二项相差 2,第二项和第三项也相差 2,第三项和第四项也相差 2……也就是每相邻两项的差都是 2。像这样的相邻两项的差都相等的数列我们称之为等差数列,其中相邻两项的差就称为这个数列的公差。在这个数列中,公差就是 2。

在日常生活中,我们也经常遇到求一列等差数列的和的问题。如果逐一相加,计算太繁,而且容易计算错误,那么怎样才能算得又快又对呢?这周我们就来研究等差数列求和的问题。

### 例 1

传说德国著名数学家高斯小时候,有一次他们班课堂纪律特别差。为了惩罚这些学生,数学老师布置了一道计算题:求  $1+2+3+\dots+98+99+100$  的和。没想到小高斯一会就算出来了,你知道他是怎么算的吗?



### 常规分析

如果逐项相加,计算量非常大,一不小心,漏加了一个数或多加了一个数,又得从头再来,所以高斯的同学算了整整一节课都没有算出来。



### 创新点拨

高斯经过观察发现:第一项与最后一项的和是 101,第二项与倒数第二项的和也是 101,第三项与倒数第三项的和也是 101……即:



$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100$$

这 100 个数一共可以配成  $100 \div 2 = 50$  (组), 每组的和都是 101, 所以可以用  $101 \times 50$  求出这个数列的和。

**解**  $1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) \times (100 \div 2)$   
 $= 101 \times 50 = 5050。$

**例 2** 计算:  $2 + 6 + 10 + 14 + 18。$



### 常规分析

根据例 1 的分析, 可以这样计算:

$$2 + 6 + 10 + 14 + 18 = (2 + 18) \times (5 \div 2)$$

$$= 20 \times 5 \div 2 = 50。$$



### 创新点拨

经过观察发现: 这个数列有 5 项, 它们的平均数就是数列的中间项 10, 所以它们的和可以用  $10 \times 5$  来计算。

**解**  $10 \times 5 = 50。$



### 思路回眸

从上面的两个例题可以看出: 一列数中, 前后两项的差均相等, 这列数的和  $S_n$  可以用公式  $S_n = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$  来求出。如果一个数列有奇数项, 也可以用中间数乘项数求得数列的和。



### 自主检测

1. 计算:  $1 + 2 + 3 + \cdots + 19 + 20。$

2. 计算:  $12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24。$



## 第一单元 数列求和(二)



## 知识导航

根据上一节的学习,我们知道求等差数列的和,一般要先知道首项、末项以及项数,而首项一般是已知的,今天我们就来研究怎样先求出末项,再进一步求出数列的和。

## 例 1

求数列 6, 9, 12, 15, … 的前 100 个数的和。



## 常规分析

根据公式  $S_n = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$ , 要求这个和, 就要知道首项、末项和项数。首项是 6, 项数是 100, 只有末项不知道, 为了求出和, 可以把这个数列接着往下写, 直到写满 100 项。这固然是个办法, 但太繁了些。



## 创新点拨

数列的第 2 项比第 1 项多 3, 第 3 项比第 1 项多了 2 个 3, 第 4 项比第 1 项多了 3 个 3……以此类推, 第 100 项应比第 1 项多了 99 个 3。

## 解

(1) 这个数列的第 100 项是:

$$6 + (100 - 1) \times 3 = 6 + 99 \times 3 = 303。$$

(2) 这个数列的和是:

$$(6 + 303) \times 100 \div 2 = 309 \times 100 \div 2 = 15450。$$

## 例 2

林林读一部小说, 第一天读了 40 页, 从第二天起, 每天读的页数都比前一天多 5 页, 共花了 10 天读完, 这本书共有多少页?



## 常规分析

根据题意, 把林林每天读的页数依次枚举: 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 这样, 可以根据公式  $S_n = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$ , 求出这本书的页数了。





## 创新点拨

我们可以先算出最后一天读的页数,即数列  $40, 45, 50, \dots$  的末项,然后求出这个数列的和,也就是这本书的页数。

解

林林第 10 天读了多少页?

$$40 + (10 - 1) \times 5 = 40 + 9 \times 5 = 85(\text{页})。$$

这本书一共有多少页?

$$(40 + 85) \times 10 \div 2 = 125 \times 10 \div 2 = 625(\text{页})。$$

答:这本书共有 625 页。



## 思路回眸

在例 1 中,求数列  $6, 9, 12, 15, \dots$  的第 100 项时,用  $6 + (100 - 1) \times 3$ 。例 2 中,求第 10 天看的页数时,用  $40 + (10 - 1) \times 5$ 。这些算式中的每一个数与它在数列中的位置存在这样的对应关系:

$$\text{第 100 项} = 6 + (100 - 1) \times 3;$$

$$\text{第 10 项} = 40 + (10 - 1) \times 5。$$

$$\text{末项} = \text{首项} + (\text{项数} - 1) \times \text{公差}。$$

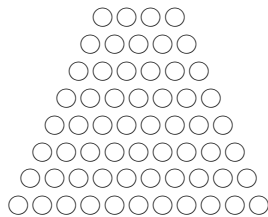
于是得到求等差数列末项的公式:末项 = 首项 + (项数 - 1) × 公差,这样我们就可以用公式方便地求出等差数列的末项了。



## 自主检测

1. 已知等差数列  $5, 9, 13, 17, \dots$  它的第 20 项是多少? 前 20 项的和是多少?

2. 有一堆粗细均匀的圆木,最上面有 4 根,每一层都比上一层多 1 根,一共有 8 层,这堆圆木共有几根?(根据题意插圆木的平面示意图)



## 第一单元 数列求和(三)



## 知识导航

求等差数列的和时,也常常会遇到已知首项、末项,不知道项数的情况,那怎样求项数呢?今天我们就来研究这个问题。

例 1

计算:  $17+18+19+\cdots+81$ 。



## 常规分析

要求这个数列的和,除了要知道首项、末项外,还要知道项数,而这里的项数不能直接看出来,因此先把这个数列补充完整,然后再数出有几项,再用等差数列求和公式求出这个数列的和。但是把这么多项全部列举出来,也是一项“浩大的工程”。

有别的方法吗?



## 创新点拨

在这个数列前增加 16 项,扩大成  $1+2+3+\cdots+17+18+\cdots+81$ ,那么这个数列的和就等于  $(1+2+3+\cdots+15+16+17+18+\cdots+81)-(1+2+3+\cdots+15+16)$ 。

解

解法一:

$$\begin{aligned} & 17+18+19+\cdots+81 \\ &= (1+2+3+\cdots+15+16+17+18+\cdots+81)-(1+2+3+\cdots+15+16) \\ &= (1+81)\times 81\div 2-(1+16)\times 16\div 2=3321-136=3185. \end{aligned}$$

解法二:也可以这样想,数列  $1+2+3+\cdots+15+16+17+18+\cdots+81$  共有 81 项,数列  $1+2+3+\cdots+15+16$  有 16 项,所以数列  $17+18+19+\cdots+81$  的项数可用  $81-16$  来计算,然后根据数列求和公式可以直接求出这个数列的和了。

(1) 这个数列的项数:  $81-16=65$ ; (2) 这个数列的和:  $17+18+19+\cdots+81=(17+81)\times 65\div 2=98\times 65\div 2=3185$ 。

例 2

云云读一部小说,第一天读了 6 页,从第二天起,每天读的页数都比前一天多 4 页,最



后一天读了 38 页,这本书共有多少页?



### 常规分析

显然这本书的页数也就是数列  $6+10+14+\dots+38$  的和,怎样求呢?  
我们可以在数列前补充一项 2,然后用例 1 的方法来求。

**解**

$$6+10+14+\dots+38=(2+6+10+14+\dots+38)-2。$$

解到这儿又发现了一个新的问题,数列  $2+6+10+14+\dots+38$  的项数是多少呢?看来还真绕不过求项数的问题。



### 创新点拨

在前面的学习中知道,求数列的末项可以用公式:末项=首项+(项数-1)×公差,利用这道公式可以推导出求项数的公式:项数=(末项-首项)÷公差+1,由此,我们可以利用公式求出数列的项数,再进一步求出数列的和。

**解**

(1) 云云一共读了几天?  $(38-6) \div 4 + 1 = 9$ (天)。

(2) 这本书一共有几页?  $(6+38) \times 9 \div 2 = 198$ (页)。

答:这本书一共有 198 页。



### 思路回眸

从以上例题中,我们掌握了一个求项数的公式,即项数=(末项-首项)÷公差+1。在求一个不知道项数的数列的和时,我们可以利用公式,先求出数列的项数,再求和。



### 自主检测

1. 计算: $11+14+17+\dots+101$ ;

2. 计算: $1+3+5+\dots+109$ 。





## 单元练习

1. 计算： $4+9+14+19+\dots+99$ 。
2. 求自然数中所有两位数的和。
3. 求数列  $1, 4, 7, 10, \dots$  的前 20 个数的和。
4.  $(21+24+27+\dots+63+66)-(11+14+17+\dots+53)$ 。
5. 时钟在几点敲几下,每半点钟敲一下,那么这个时钟一昼夜共敲几下?  
(提示:一昼夜时钟转 2 圈)



## 第二单元 巧求周长(一)



## 知识导航

周长是指围成一个平面图形的所有线段(或曲线)的长度之和。有些基本图形的周长是有公式可计算的,如长方形的周长=(长+宽) $\times$ 2,正方形的周长=边长 $\times$ 4。那么对于一些稍复杂的图形又怎么来求周长呢?这一周我们就来研究这个问题。

## 例 1

宝宝学拼图,把3个边长为4厘米的正方形拼成一个大长方形,这个长方形的周长是多少厘米?



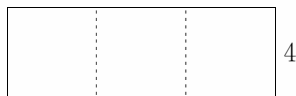
## 常规分析

每个正方形的周长是  $4 \times 4 = 16$ (厘米),3个正方形的周长就是  $16 \times 3 = 48$ (厘米)。



## 创新点拨

不妨把拼成的长方形画出来:



## 解

解法一:从图上可以看到新长方形的宽是4厘米,长是  $4 \times 3 = 12$ (厘米),所以它的周长是  $(4+12) \times 2 = 32$ (厘米)。

解法二:由解法一看出,计算结果比一开始算到的48厘米少了,为什么会少呢?从图上可以看出:每两个正方形拼在一起的时候,就会使两条边重合,从而比原来两个正方形的周长和少了  $4 \times 2 = 8$ (厘米),三个正方形相拼,一共重合了4条边,那么周长就会减少  $4 \times 4 = 16$ (厘米),这样我们又想到了另外一种解法:

$$16 \times 3 - 4 \times 4 = 48 - 16 = 32(\text{厘米}).$$

答:这个长方形的周长是32厘米。

## 例 2

一个正方形的边长是6厘米,把这个正方形分成三个同样大小的长方形,每个长方形



的周长是多少厘米？



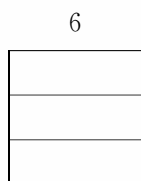
### 常规分析

可以先算出这个正方形的周长： $6 \times 4 = 24$ （厘米），再把这个周长平均分成三份： $24 \div 3 = 8$ （厘米）。



### 创新点拨

先画图：



**解**

解法一：由图上看到，这三个长方形的周长和是长方形的 6 条长与 6 条宽的和，而长方形的长 = 原正方形的边长；

3 个长方形的宽 = 原正方形的边长。

所以 3 个长方形的周长和 = 6 个边长 + 2 个边长 = 8 个边长。

即这三个长方形的周长和比原正方形多了 4 个边长。

$6 \times 8 \div 3 = 48 \div 3 = 16$ （厘米）。

解法二：也可以这样想，原正方形的边长是长方形的宽的 3 倍，所以长方形的宽是  $6 \div 3 = 2$ （厘米），那么长方形的周长是  $(6 + 2) \times 2 = 16$ （厘米）。

答：每个长方形的周长是 16 厘米。



### 思路回眸

从以上的例题可以看出，将几个图形拼成一个图形，或将一个图形分解成几个图形后求新图形的周长，需要通过画图，找到其转化的规律，然后才能有效地解决问题。



### 自主检测

- 把 4 个边长为 3 厘米的正三角形拼成一个大正三角形，这个大正三角形的周长是多少厘米？
- 一个正方形的边长是 8 厘米，把它剪成两个同样大小的长方形，每个长方形的周长是多少厘米？



## 第二单元 巧求周长(二)



## 知识导航

将一个图形分解成几个图形后求它的周长,是相当开放的,需要从不同的角度去考虑,才能得到比较完满的解答。

例

小明要折纸飞机,把一张长 10 厘米、宽 8 厘米的长方形纸剪成两张同样大小的长方形小纸片,每张长方形小纸片的周长是多少厘米?

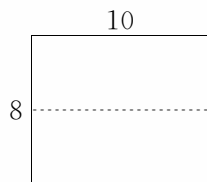


## 常规分析

为了帮助分析,先画图:

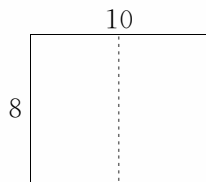
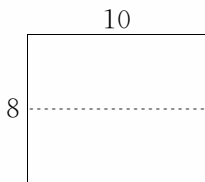
可以看到,小长方形的长是 10 厘米,宽是  $8 \div 2 = 4$  (厘米),所以小长方形的周长是:

$$(10+4) \times 2 = 14 \times 2 = 28 \text{ (厘米)}。$$



## 创新点拨

题中只说剪成两个相同的长方形,并没有规定怎样剪,因此我们应当把所有剪的方法列出来,一共有两种,如图所示。



不同的剪法所得的长方形的周长是不同的,应分别求出来。

解

小长方形的周长有两种可能:

(1) 沿长方形的长边的方向剪,得小长方形的长是 10 厘米,宽是  $8 \div 2 = 4$  (厘米),所以小长方形的周长是  $(10+4) \times 2 = 28$  (厘米)。

(2) 沿长方形的宽边的方向剪,得小长方形的长是 8 厘米,宽是  $10 \div 2 = 5$  (厘米),所以小长方形的周长是  $(8+5) \times 2 = 26$  (厘米)。

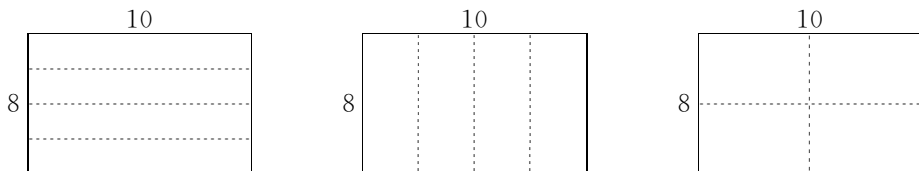


答：每个小长方形纸片的周长是 28 厘米或 26 厘米。

我们还可以将问题想得更深入一些，比如说将例题改成“把一张长 10 厘米、宽 8 厘米的长方形纸剪成四张同样的长方形小纸片，每个小纸片的周长是多少厘米？”

你能想到几种不同的剪法呢？试试看！

下面的几种剪法你都想到了吗？



你能算出每个小纸片的周长吗？

### 思路回眸

从以上例题可以看出：将一个长方形分解成几个相同的图形后求新图形的周长，答案是开放的。解决这一类开放题时，我们的思维也必须开放，要尽可能从不同的角度思考，将解决问题的方案尽可能全想到，这样才能使这类问题得到比较圆满的解决。

### 自主检测

1. 一块长方形的布，长 9 米，宽 6 米，妈妈要用它做一些饰品，把它分成三块同样的小长方形布。每块小长方形的周长是多少米？

2. 一块长方形巧克力，长 6 厘米、宽 2 厘米，被分成三个同样的小正方形，每个小正方形的周长是多少厘米？



## 第二单元 巧求周长(三)

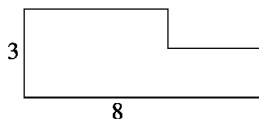


## 知识导航

在实际生活中,也常常遇到求一些不规则图形的周长问题。这些问题又怎么解决?今天我们就来研究。

例 1

有一块地,如图(单位:米),张伯伯要在它的四周围上篱笆,那么他要准备多长的篱笆呢?



## 常规分析

根据周长的概念,求这样一个不规则图形的周长,只要把围成这个图形的所有线段的和求出来。但在这个六边形中,我们只知道两条边的长度,所以用这样的方法求周长是不可能的。

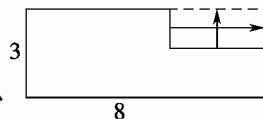


## 创新点拨

能不能将这个图形转化成我们熟悉的图形呢?

可以把其中的一些线段平移,如图:

这样原来的不规则图形就转化成我们熟悉的长方形,可以用公式求出周长了。



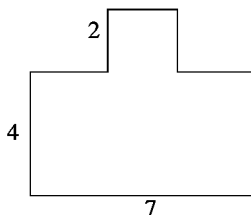
解

$$(3+8) \times 2 = 11 \times 2 = 22(\text{米})。$$

答:张伯伯要准备 22 米长的篱笆。

例 2

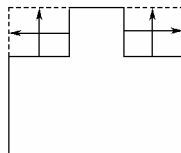
求下图的周长(单位:厘米)。





## 常规分析

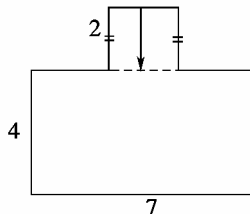
根据例 1 的经验,小朋友可能也想到了把一些线段平移,使之成为一个长方形(如图),这个长方形的宽是  $4+2=6$ (厘米),所以周长是  $(6+7)\times 2=26$ (厘米)。



## 创新点拨

仔细观察图,把某些线段平移后,是不是长方形呢?拿起你的笔画一张示意图看看:

我们发现最上面的一条线段向下平移后,下部的图形就成为一个长是 7 厘米、宽是 4 厘米的长方形,但还有两条线段是长方形之外的,因此这个图形的周长应该是长方形的周长与两条长为 2 厘米的线段的和。



解

$$(4+7)\times 2+2\times 2=11\times 2+4=22+4=26(\text{厘米})。$$



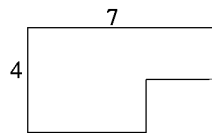
## 思路回眸

从上面两个例题可以看出:求不规则图形的周长时,我们要善于用平移的方法,使不规则图形转化成我们学过的长方形、正方形,然后再求周长。这里我们提到了一个转化的方法。其实转化是一个非常重要的数学思想,它是连接新知识和旧知识的一座桥梁。通过转化,我们可以顺利地把新知识转化成旧知识,从而轻松地走到知识的彼岸。

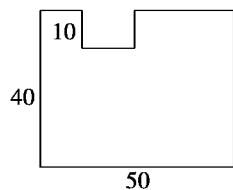


## 自主检测

1. 求右上图的周长(单位:厘米)。

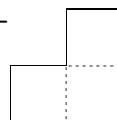


2. 求右下图的周长(单位:分米)。

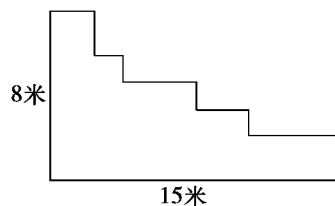


## 单元练习

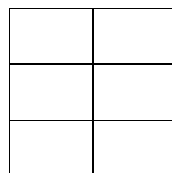
1. 两个相同的长方形,长是 9 厘米,宽是 5 厘米,如果把它们如图叠放在一起,这个图形的周长是多少厘米?



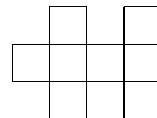
2. 右图的周长是多少米?



3. 一个正方形的边长是 6 厘米,将它分成 6 个同样的长方形,每个长方形的周长是多少厘米?

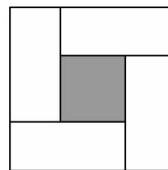


4. 右图中每个小方格的周长是 8 厘米,那么这个图的周长是多少厘米?



5. 如右图所示,四个一样的长方形和一个小正方形拼成了一个大正方形,长方形的周长是 8 分米,小正方形的边长是 2 分米,求大正方形的周长。

[提示:大正方形的边长就是长方形的长与宽的和。]



## 第三单元 简单幻方(一)

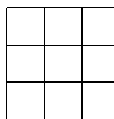


## 知识导航

幻方就是按照一定的格式、一定的要求在方框内填数,使每一行、每一列、每一对对角线上的各个数之和相等。在我国的古代,许多著名学者对幻方进行了深入的研究,创造了许多幻方。这一周,我们就来研究简单的幻方。

例

相传在夏禹时代,洛水曾出现过一只硕大的神龟,它的背上有幅三行三列的方格图,我们称它为九宫图(如右图)。在每一格中分别填入1~9这九个数,使每一行、每一列、两条对角线上的三个数之和相等。该怎样填呢?



## 常规分析

这九个数的和是  $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ ,要使每一行三个数的和都相等,那么每一行的和就是  $45 \div 3=15$ ,同样,每一列、每一条对角线的三个数的和也是15。把15拆成1~9中间的三个不同的数的和,有这样一些拆法: $15=9+5+1=9+4+2=8+6+1=8+5+2=8+4+3=7+6+2=7+5+3=6+5+4$ ,其中三种拆法正好用尽了九个数的有: $15=9+5+1=8+4+3=7+6+2$ ;  $15=9+4+2=8+6+1=7+5+3$ 两种,把这两种拆法放到九宫格中去一一尝试,最后会找到合适的填法,但花的时间太多。



## 创新点拨

在长期的探索中,前人总结了一种简便易行的幻方编排方法——罗泊法。这种方法适合于编排所有的奇数阶幻方(奇数行奇数列),可以用这样几句话来概括:

- 1 居上行正中央(如图 a);
- 依次斜填莫相忘(如图 a 中的数 2);
- 上出框时往下填(如图 b 中的 2);
- 右出框时左边放(如图 c 中的 3);
- 排重便在下格填(如图 d 中的 4);

