

图书在版编目(CIP)数据

奥数一点通. 小学六年级/《奥数一点通》编写组编.
2 版. —南京:南京大学出版社,2008.4
(解开数学奥秘)
ISBN 978-7-305-04446-5
I. 奥… II. 奥… III. 数学课—小学—教学参考资料
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 026110 号

出版者 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://press.nju.edu.cn>
出版人 左 健
丛 书 名 解开数学奥秘
书 名 奥数一点通(小学六年级)
作 者 本书编写组
责任编辑 孟庆生 编辑热线 025-83597482
照 排 南京南琳图文制作有限公司
印 刷 江苏苏中印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 8.75 字数 216 千
版 次 2008 年 5 月第 2 版 2008 年 5 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-04446-5
定 价 12.00 元
发行热线 025-83594756
电子邮箱 sales@press.nju.edu.cn(销售部)
nupress1@public1.ptt.js.cn

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

奥

数

一

点

通

目录

第一单元	数的进制	1
第二单元	比较分数大小.....	8
第三单元	巧算求和	15
第四单元	分数的拆分	22
第五单元	包含与排除	29
第六单元	平面图形	36
第七单元	工程问题	43
第八单元	分数百分数应用题	50
综合检测	57
第九单元	立体图形	59
第十单元	比和比例	66
第十一单元	抽屉原理	73
第十二单元	简单的不定方程	80
第十三单元	最值问题	87
第十四单元	牛吃草问题	94
第十五单元	数理推理	101
第十六单元	解题策略举隅.....	108
综合检测	115
期末测试 A	117
期末测试 B	119
参考答案	121



第一单元 数的进制(一)



知识导航

同学们,你们听说过“半斤八两”这个成语吗?该成语的意思是一个半斤,一个八两,轻重相等。“半斤”与“八两”怎么会相等呢?其实跟我们这一周要研究的数的进制有关。古代斤与两之间的进率是十六,满十六进一,不是我们现在的十进制,满十进一。旧制一斤等于十六两,半斤就是八两。

在日常生活中,我们除了用十进制外,还有二进制、十六进制、八进制、五进制、七进制、十二进制、六十进制等。在这一内容里,大家要明确各种进制中数的位值,灵活掌握各种进制之间的换算方法,从而根据需要发明其他的进制方法。

今天我们先来研究七进制。生活中哪些地方用到七进制呢?我们平时以周为单位计算日期的方法,就是一种典型的七进制。

例 1 本学期共上课 150 天,一个星期是 7 天,请将十进制的 150 换算成七进制的表示式。



常规分析

150 是十进制表示法。如果我们换算成星期,应该怎样算呢?

在七进制里,用到 0,1,2,3,4,5,6 这七个数字,计数单位是 $7^0, 7^1, 7^2, 7^3, \dots$ 变化规律是“满七进一”,“借一算七”。按照这样的思路,我们可以把十进制的 150 换算成七进制。



解 $(150)_{10} = a \times 7^2 + b \times 7^1 + c$, 在这里 a 最大是 3, b 最大是 0, c 最大是 3。所以

$$(150)_{10} = (303)_7。$$



创新点拨

我们这样思考,用 7 连续去除 150,直到商为 0 为止。然后把每次所得的余数按自下而上的顺序依次写出来就可以了。这种方法通常叫做除七取余法。



解 用短除法可以这样书写:



第一单元 数的进制(二)



知识导航

同学们,昨天我们讲到十进制与七进制之间的互换,今天我们继续学习研究有关不同数进位制之间的互换,学习五进制与十进制之间的互换。我们每个人从小数数时,曾经用过数手指,人的一只手的手指是五个,如果只用一只手数数,用到的就是五进制,即“满五进一”,它只用到 0,1,2,3,4 这五个数字,位值大小从右往左依次是 5^0 , 5^1 , 5^2 , 5^3 , …

例 1

把 150 换成五进制。



常规分析

150 是十进制表示法。如果我们换成五进制,应该怎样算呢?

在五进制里用到的计数单位是 $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, \dots$ 按照这样的思路,我们还可以把十进制的 150 这样换算成五进制。

解

因为 $150 < 5^4$, 所以 $(150)_{10} = a \times 5^3 + b \times 5^2 + c \times 5^1 + d$, 在这里 a 最大是 1, b 最大是 1, c 最大是 0, d 最大是 0, 所以 $(150)_{10} = (1100)_5$ 。



创新点拨

我们这样思考,用 5 连续去除 150,直到商为 0 为止。然后把每次所得的余数按自下而上的顺序依次写出来就可以了。这种方法通常叫做除五取余法。

解

用短除法可以这样书写:

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 150} \quad \text{余数} \\
 \underline{5 \quad 30} \quad 0 \\
 \quad 5 \overline{) 60} \quad 0 \\
 \quad \quad \underline{5 \quad 10} \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \underline{0 \quad 0} \quad 1
 \end{array}$$



$$(150)_{10} = (1100)_5。$$

例 2 把 $(224)_8$ 转化成七进制。



常规分析

把 $(224)_8$ 转化成七进制, 我们可能认为直接用 224 乘以 8 除以 7, 便得到七进制。

解

$$224 \times 8 \div 7 = 1792 \div 7 = 256。$$



创新点拨

把八进制转化成七进制, 我们不能直接转化, 必须借助于十进制这个中介。先把八进制转化成十进制, 再把十进制转化成七进制。

解

$$(224)_8 = 2 \times 8^2 + 2 \times 8 + 4 = 128 + 16 + 4 = (148)_{10}。$$

$$\text{而 } (148)_{10} = (301)_7, \text{ 所以 } (224)_8 = (301)_7。$$



思路回眸

从 $(23401)_5 = (1726)_{10}$, $(150)_{10} = (1100)_5$ 中, 我们发现: 由于计数单位的不同, 而且是数位越高, 其计数单位间的差异就越大, 同样在从右往左的第八位上, 在五进制里与在十进制里, 其差别太大了。

把五进制转化成十进制, 或者把十进制转化成五进制, 首先要弄清这两种进位制的计数单位分别是什么。在十进制里, 10 正好是 5 的 2 倍, 但在十进制与五进制里, 表示同样多的一个数, 其表示形式并没有相对应的 2 倍关系。



自主检测

1. 把 240 换算成八进制数。
2. 把 $(562)_8$ 换成七进制。



第一单元 数的进制(三)



知识导航

同学们,前几天我们学习了五进制、七进制、八进制及十进制之间的互换,在十进制里,有加、减、乘、除四则运算,其实在五进制、七进制、八进制中,也有相应的加、减、乘、除四则混合运算,今天我们来一起研究其他进制里的加、减、乘、除运算,只不过不能受十进制的影响,千万不能满十进一,或借一算十。

例 1

计算 $(3041)_5 + (421)_5 = (\quad)_5$ 。



常规分析

$(3041)_5$ 是五进制表示法。 $(421)_5$ 也是五进制表示法,既然是同一种进制表示法,我们可像十进制表示法一样,按照数位对齐,直接进行加法运算。

解

$$\begin{array}{r} (3041)_5 \\ + (421)_5 \\ \hline (3462)_5 \end{array}$$



创新点拨

在五进制里进行加法运算,所运用的方法跟十进制有相似的地方,数位对齐,从低位加起,更有不同的地方,这里只用到 0,1,2,3,4 这五个数字,超过 4 就要往前一位进一,是满五进一,不能出现 5 或 5 以上的数字。

从右往左:第一位是 $1+1=2$;第二位是 $4+2$ 照理等于 6,但在五进制里,只能用 0,1,2,3,4 这五个数字,超过 4 就要往前一位进一,所以只能写 1,同时向前一位进一,第三位是 $0+4+1=5$,只能写 0 再向前一位进一,最高位上是 $3+1=4$ 。

$$\begin{array}{r} (3041)_5 \\ + (421)_5 \\ \hline (4012)_5 \end{array}$$



计算的到底对不对呢？我们还可以通过另外一种方法加以验算。我们不妨先把五进制数先化成十进制数，用十进制数进行加法运算，然后再转换成五进制数。

因为

$$(3041)_5 = 3 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 1 = 396, (421)_5 = 4 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 1 = 111,$$

则

$$(3041)_5 + (421)_5 = 396 + 111 = 507。$$

因为

$$(507)_{10} = (4012)_5,$$

所以

$$(3041)_5 + (421)_5 = (4012)_5。$$

例 2 已知 $(76)_N = 62$ ，求 N 。



常规分析

因为 $(76)_N = 62$ ，所以 $N = 62 \times 10 \div 76 \approx 8$ 。

解

$$N = 62 \times 10 \div 76 \approx 8。$$



创新点拨

$(76)_N$ 表示 N 进制，按 N 进制数化成十进制数的方法可得： $(76)_N = 7 \times N + 6 = 62$ ，进而可求得 N 的值。

解

因为 $(76)_N = 7 \times N + 6$ ，所以

$$7 \times N + 6 = 62, 7 \times N = 56, N = 8。$$



思路回眸

在不同进位制之间进行计算，一般都要转化成十进制，然后再把十进制转化成相应的进位制。在互相转化时，首先要弄清每种进位制的计数单位分别是什么。



自主检测

1. 计算 $(3041)_5 - (421)_5 = (\quad)_5$ 。
2. 已知 $(85)_N$ 是 $(7)_N$ 的 11 倍，问 $(655)_N$ 是多少？



单元练习

1. 把 666 写成七进制数。
2. 把 888 写成八进制数。
3. 计算： $(2301)_4 + (6054)_7 = (\quad)_{10}$ 。
4. 计算： $(2301)_5 + (4023)_5 = (\quad)_5$ 。
5. 已知 $(221)_N + (432)_N = 35N + 3$ ，求 N 。



第二单元 比较分数大小(一)



知识导航

学完分数的加、减法以后,碰到异分母分数相加、减问题,我们常用的方法是先通分,再相加、减,但有时这种方法不一定最科学,这不,计算 $\frac{1}{12}-\frac{1}{30}$,可以这样算: $\frac{1}{12}-\frac{1}{30}=\frac{1\times 5}{12\times 5}-\frac{1\times 2}{30\times 2}=\frac{5}{60}-\frac{2}{60}=\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$,也可以这样算:因为 $\frac{1}{12}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$,所以 $\frac{1}{12}-\frac{1}{30}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}-\frac{1}{30}=\frac{1}{20}$ 。

比较两种方法,我们不难发现第二种方法巧妙,有创意。这种方法灵活运用了分数的拆分。在这里,首先必须学会把一个分数拆成两个或几个分数的和,这一周里,我们将研究分数的拆分与计算。

例 1 在下面等式的括号内填入适当的自然数,使等式成立:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}。$$



常规分析

怎样把 $\frac{1}{12}$ 变成两个分子是1的分数和,我们可以尝试。

解 $\frac{1}{12} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30}。$



创新点拨

尝试有时成功,有时失败。有没有一定的思路可循呢?首先想到把 $\frac{1}{12}$ 的分子、分母同时乘一个数,使它的分子变成能拆成两个整数的和,乘多少呢?当然有许多数都可以乘,但必须考虑乘后这个数能分成两个能整除12的数,这样才能保证分子约成1。

解 (1) $\frac{1}{12} = \frac{1\times 3}{12\times 3} = \frac{3}{36} = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{36} + \frac{1}{18}$; (2) $\frac{1}{12} = \frac{1\times 4}{12\times 4} = \frac{4}{48} = \frac{1}{48} + \frac{3}{48} = \frac{1}{48} + \frac{1}{16}$;

...



答案并不唯一,为了确保拆成的两个分数能约成最简分数,一般乘以 12 的约数的和。

例 2 在下面等式的括号内填入适当的自然数使等式成立:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}。$$



常规分析

在例 1 里,把一个分数拆成两个分数的和,采用把原来分数分子、分母同乘分母两个约数的和。现在要拆成三个数的和,我们先把 $\frac{1}{12}$ 拆成两个数的和,再把其中的一个拆成两个数的和,这样就把 $\frac{1}{12}$ 拆成了三个数的和。

解 $\frac{1}{12} = \frac{1}{36} + \frac{1}{18}$; $\frac{1}{18} = \frac{1}{180} + \frac{1}{20}$, 所以 $\frac{1}{12} = \frac{1}{36} + \frac{1}{180} + \frac{1}{20}$ 。



创新点拨

对于 12(任意一个合数),它至少有三个约数,如果要拆成三个分数的和,我们是不是可以分子、分母同乘以三个约数的和这个办法呢?先来试一试!

解 $\frac{1}{12} = \frac{1 \times (1+2+3)}{12 \times (1+2+3)} = \frac{1}{72} + \frac{1}{36} + \frac{1}{24}$ 。

因为 12 的约数还有 6, 9, 12, 所以如果我们选 1, 2, 6, 9 这四个约数,我们会得到不同的结论。



思路回眸

像例 1、例 2 把一个分数拆成几个分数的和,一般分做这么几步:

- (1) 任取分母 A 的约数 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$
- (2) 扩分:分子、分母同乘以几个约数的和。
- (3) 拆开:把原来的分数拆成以约数为分子的几个分数的和。
- (4) 约分。



自主检测

在下面等式的括号里填上适当的自然数,使等式成立(分母必须互不相同):

(1) $\frac{1}{18} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$;

(2) $\frac{1}{15} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$ 。



第二单元 比较分数大小(二)



知识导航

学习了分数的拆分,在分数运算时,我们可以运用分数的拆分,使运算简便。

例 1 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$ 。



常规分析

按照常规方法,这是一题普通的异分母分数加法,我们一般采用通分的方法。

解 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{60}{120} + \frac{20}{120} + \frac{10}{120} + \frac{6}{120} = \frac{96}{120} = \frac{4}{5}$ 。



创新点拨

如果我们仔细观察每个分数有什么特殊的地方呢?不难看出,分子都是1,而分母分别可以写成

$$1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5,$$

即每个分母都可以分解为两个连续自然数的积,于是每个分数都可拆成两个分数的差:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}。$$

解 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ 。

例 2 计算 $\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}$ 。





常规分析

异分母分数相加,先通分,再相加。

解

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}$$

$$= \frac{2 \times 7 \times 9 \times 11}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} + \frac{2 \times 3 \times 9 \times 11}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} + \frac{2 \times 3 \times 5 \times 11}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} + \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} = \frac{8}{33}$$



创新点拨

仔细观察不难发现,每个分数的分子都是2,而分母都是两个自然数的乘积,且分子恰好等于分母的两个自然数的差。

$$5 - 3 = 2, 7 - 5 = 2, 9 - 7 = 2, 11 - 9 = 2,$$

于是有:

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}, \frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7},$$

$$\frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}, \frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}.$$

解

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} = \frac{1}{3} - \frac{1}{11} = \frac{8}{33}$$



思路回眸

在做分数加法运算时,将其中一些分数适当拆开,使得拆开后的分数可以相互抵消,以达到简化运算的目的。



自主检测

1. 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 的值;
2. 求 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$ 的值。



第二单元 比较分数大小(三)



知识导航

在分数加法的拆分中,我们还会遇到这样一种题:它们的分子都是1,但分母的差却不等于1。这时我们就要把上两讲的知识进行适当的组合,使它转化成我们能做的题。

例1 计算 $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$ 。



常规分析

异分母分数相加,先通分,再相加。

解

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} \\ &= \frac{1 \times 7 \times 10 \times 13 \times 16}{1 \times 4 \times 7 \times 10 \times 13 \times 16} + \frac{1 \times 1 \times 10 \times 13 \times 16}{1 \times 4 \times 7 \times 10 \times 13 \times 16} + \frac{1 \times 1 \times 4 \times 7 \times 16}{1 \times 4 \times 7 \times 10 \times 13 \times 16} + \frac{1 \times 1 \times 4 \times 7 \times 10}{1 \times 4 \times 7 \times 10 \times 13 \times 16} \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$



创新点拨

这里每个分数的分子都是1,但分母乘积的两个数的差却不等于1,而都等于3,也就是如果我们直接把这些分数拆成两个分数的差,它们的分子都要变成3而不是1,这时我们可再同时乘以 $\frac{1}{3}$ 。

解

$$\begin{aligned} & \text{因为 } \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right), \frac{1}{4 \times 7} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right), \frac{1}{7 \times 10} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right), \frac{1}{10 \times 13} \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right), \frac{1}{13 \times 16} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16}\right) \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} \\ &= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16}\right) \end{aligned}$$



$$= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{16}。$$

例 2 求 $\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80}$ 的值。



常规分析

异分母分数相加,先通分,再相加。

解 $\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} = \frac{30}{240} + \frac{10}{240} + \frac{5}{240} + \frac{3}{240} = \frac{48}{240} = \frac{1}{5}。$



创新点拨

这题看上去与上题没有相似之处,但我们仔细观察一下,也能发现其中的蛛丝马迹。

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right), \frac{1}{24} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right), \frac{1}{48} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right), \frac{1}{80} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right)$$

解 $\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right) = \frac{1}{5}。$



思路回眸

在分数拆分中有时要出现一些它的变化情况,这就更需要我们认真观察,发现其中的相同之处,不要輕易被有些表面现象所迷惑。上面例 1,我们可同时乘以一个分数,使扩大了分子仍然变成 1;例 2,把我们看到的展开式写成了简略式,这时我们还是要先把它写成展开式。



自主检测

1. 计算: $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11}。$

2. 计算: $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63}。$





单元练习

1. 在下面等式的括号里填上适当的自然数,使等式成立(分母必须互不相同):

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}。$$

2. 已知 $\frac{1}{7} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$, A, B 是不同的自然数,求 A, B 的值。

3. 计算: $\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$ 。

4. 求 $\frac{1}{1 \times 6} + \frac{1}{6 \times 11} + \frac{1}{11 \times 16} + \dots + \frac{1}{51 \times 56}$ 的值。

5. 求 $\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154}$ 的值。



第三单元 巧算求和(一)



知识导航

正确判断两个量或多个量的大小,可以为我们准确地进行推理和估算提供必不可少的信息和根据。在学习数学或阅读课外书的过程中,我们经常碰到比较分数大小的知识。比较几个分数的大小,课本上介绍的方法是先通分(通分母),再比较大小。但在实际运用时,除了运用通分母的方法外,还有其他的一些方法。

例 1 在 $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{15}{23}, \frac{10}{17}, \frac{12}{19}$ 这 5 个分数中,按从小到大的顺序排列,哪一个在中间?



常规分析

比较分数的大小,我们先通分,再比较。

解

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19}{3 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19} = \frac{118864}{178296}, \frac{5}{8} = \frac{5 \times 23 \times 17 \times 19 \times 3}{3 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19} = \frac{111435}{178296},$$

$$\frac{15}{23} = \frac{15 \times 3 \times 8 \times 17 \times 19}{3 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19} = \frac{116280}{178296}, \frac{10}{17} = \frac{10 \times 3 \times 8 \times 23 \times 19}{3 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19} = \frac{104880}{178296},$$

$$\frac{12}{19} = \frac{12 \times 3 \times 8 \times 23 \times 17}{3 \times 8 \times 23 \times 17 \times 19} = \frac{112608}{178296},$$

因为 $\frac{112608}{178296}$ 排在中间,所以 $\frac{12}{19}$ 排在中间。



创新点拨

按照通分母的方法,我们把这五个分数先通成分母相同,但很明显,这 5 个分数的公分母较大,用通分母的方法不能很快将它们按大小顺序排列。不过,课本上讲到比较分数大小,除了依据分母相同比分子以外,我们能不能根据“分子相同,比分母”的方法,找出比较大小的简便方法呢?

解

$$\frac{2}{3} = \frac{60}{90}, \frac{5}{8} = \frac{60}{96}, \frac{15}{23} = \frac{60}{92}, \frac{10}{17} = \frac{60}{102}, \frac{12}{19} = \frac{60}{95}.$$

由 $102 > 96 > 95 > 92 > 90$ 可知,中间的那个分数是 $\frac{60}{95}$,也就是 $\frac{12}{19}$ 。

