

总主编 单 ■ 熊 斌

奥数教程

· 三年级 ·

本册主编 单 礞

参编者 房剑平 张 静

华东师范大学出版社

目 录

第一讲 找规律填图形.....	1
第二讲 找规律填数.....	9
第三讲 高斯的故事	17
第四讲 填空题	24
第五讲 数字谜	31
第六讲 三阶幻方	39
第七讲 数线段	47
第八讲 图形中的计数	52
第九讲 火柴棒中的数学和游戏	58
第十讲 趣味问题	66
第十一讲 简单推理	71
第十二讲 加减法中的巧算	78
第十三讲 乘法中的巧算	85
第十四讲 余数的妙用	96
第十五讲 图形的拼制.....	103
第十六讲 巧求周长.....	113
第十七讲 和差问题.....	119
第十八讲 倍数问题.....	125
第十九讲 年龄问题.....	131
第二十讲 植树问题.....	136
第二十一讲 相遇与追及问题.....	141
第二十二讲 有趣的一笔画.....	148
第二十三讲 倒推与图示.....	155
第二十四讲 巧解应用题.....	160

综合测试题(一)	165
综合测试题(二)	167
习题解答.....	169

第一讲 找规律填图形

一、知识要点和基本方法

找规律是解决数学问题的一种重要手段. 找规律既需要敏锐的观察力, 又需要一定的逻辑推理能力. 填图形是培养这方面的能力的一种训练方法. 填图形时, 应从图形的个数、形状以及图形的简单性质入手.

二、例题精讲

例1 观察图 1-1, 并按规律填出空白处的字母.

分析与解 由观察可以知道, 前两行都是由一个“G”、一个“H”、一个“P”构成. 现在第三行已经有一个“H”、一个“G”, 所以第三行的空格中应当填入“P”.

G	H	P
P	G	H
H		G

图 1-1

例2 观察图 1-2. 想一想, 按照图形的变化规律, 在(c)中应当填入什么样的图形?

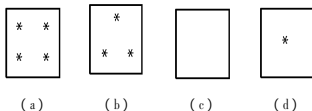


图 1-2

分析与解 图中只有“*”号, 而且(a)、(b)、(d)中“*”号的个数依次为4、3、1. 所以(c)中的图形应该是2个“*”.

例3 仔细观察图 1-3, 并按照它的变化规律, 在“?”处填上适当的图。

分析 首先, 我们从图形的形状上看, 每一行有三个图, 分别是三角形、圆与正方形, 所以在“?”处应当填入一个三角形。其次, 从涂色的变化看, 每一行都有一个图打上条型纹, 一个图全被涂上, 一个图没涂, 所以, 在“?”处的图形应当全被涂上。

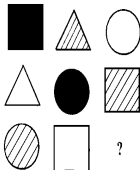


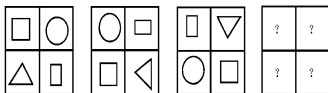
图 1-3

解 在“?”处应当填入的图形如图 1-4。



图 1-4

例 4 观察图 1-5, 并按照变化规律在“?”处填上合适的图形。



(a)

(b)

(c)

(d)

图 1-5

分析 首先, 每幅图中都只有三角形、长方形、圆、正方形这四种图形, 所以, 我们可以知道(d)中的图形也是三角形、长方形、圆、正方形四种; 其次, 从第二幅图形开始, 每一个图形都是由前一幅图形逆时针方向旋转 90° 而得到的, 所以, 我们又可以得到(d)中各个图形的位置关系。

解 (d)中的图形如图 1-6 所示。



图 1-6

例 5 观察图 1-7, 并按照变化规律在“?”处填上合适的图形。

分析 首先, 图中(a)与(d)成对, (b)与(e)成对, 那么(c)与(f)也应成对。所以, 在(c)中“?”处应该是一个梯形, 在(f)中“?”处应该是半个涂上阴影的梯形。其次, (a)中后一个图形是前一个图形的不着色部分顺时针旋转 90° 而得到的, (b)中后一个图形也是前一个图形的不着色部分顺时针旋转 90° 而得到, 所以, 我们可以得到(c)中图形的位置。同理, (d)、(e)中的后一个图形是前一

个图形的着色部分向上翻转而得到的,所以(f)中图形的位置也可以得到.

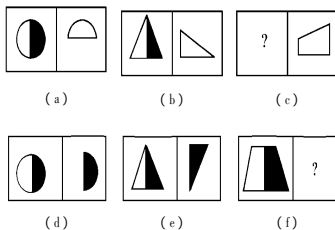


图 1-7

解 (c)、(f)处的图形分别如图 1-8.

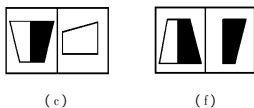


图 1-8

例 6 龚老师给晶晶带来了三个同样的正方体. 每一个正方体的六个面上, 都按同样的规律画着“猴”、“猫”、“虎”、“兔”、“狗”、“鸡”六种动物. 龚老师让晶晶收起正方体, 然后在一张纸上画了三个正方体的示意图(图 1-9). 请根据这个图说出“猴”、“狗”对面画的动物.

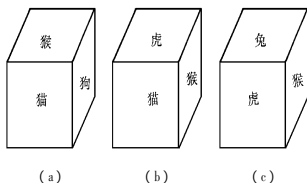


图 1-9

分析与解 从(a)可以知道,“猴”的对面不是“猫”,也不是“狗”。从(b)知道,“猴”的对面不是“虎”。从(c)可以看出,“猴”的对面不是“兔”。所以,“猴”的对面只能是“鸡”。

下面再看“狗”的对面是什么动物。由于只有在(a)中能看到“狗”,所以不太容易直接找出它对面是什么动物。我们可以换一种办法:先看“猫”、“虎”的对面是什么,如果“猫”、“虎”的对面是什么动物清楚了,自然“狗”的对面也就清楚了。我们就看“猫”对面是什么动物吧。由(a)可以知道,“猫”的对面不是“猴”,也不是“狗”。从(b)可以得出,“猫”对面不是“虎”。又由上面可以知道,“猴”的对面是“鸡”,所以,“猫”对面不是“鸡”。从而,我们可以得到“猫”的对面是“兔”;“狗”的对面是“虎”。如果我们先找“虎”对面是什么动物,可以直接得出它的对面是“狗”(为什么?)

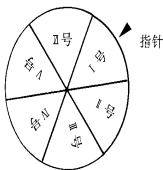


图 1-10

例 7 如图 1-10 所示的转盘,指针开始时指在 I 号区域。I 号区域放的奖品为一个玩具兔子,II 号区域放的奖品是玩具老虎,III 号区域放的奖品是玩具猫,IV 号区域放的奖品是一套变形金刚,V 号区域为空档,VI 号区域放的奖品是两块巧克力。顺时针方向转动转盘,每 1 秒转过一个区域,转 23 秒后停下,问这时可以得到什么样的奖品。

分析与解 如一个一个地数下去,也能得到答案,但较为麻烦。下面介绍一种较为简便的方法。不难发现,每经过 6 秒,指针仍指在原来的位置。 $18(=6 \times 3)$ 秒后,指针又回指到 I 号区域。所以,只要数一数 $5(=23-18)$ 秒后指针指在哪一个区域。一数,再过 5 秒后,指针指在 II 号区域。所以可以得到玩具老虎。

小结 一般地说,在观察图形变化的规律时,应抓住以下几点来考虑:

- (1) 图中数量的变化;
- (2) 图形形状、大小的变化;
- (3) 图形的颜色、位置的变化;

四/奥数教程·三年级

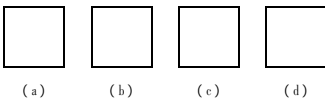
(4) 图形繁简的变化.

对于较复杂的图形,可以分成几个部分分别考虑.

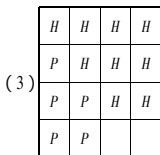
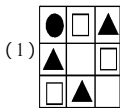
练 习 题

A 组

1. 观察下图,在(d)中填上合适的图形:

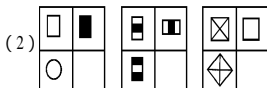


2. 在空白处填上合适的图形:

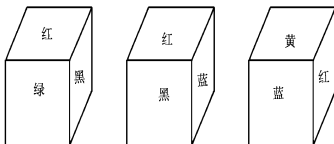


3. 在空白处填上适当的图形:

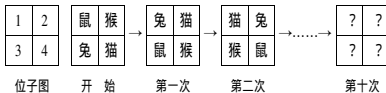
(1)



4. 一个正方体六个面上分别涂上红、黄、绿、蓝、黑五种颜色，其中有二个面涂了相同的颜色。下图是这个正方体三种放法，从图中能够看到三个面所涂的颜色。问：哪种颜色涂了两个面？

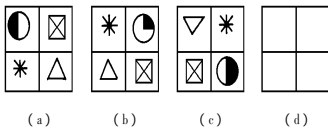


5. 四个小动物排座位。如下图，一开始，小老鼠坐在第1号，小猴子坐2号，小兔坐3号，小猫坐4号。以后它们多次地交换位子：第一次上下两排交换，第二次（在第一次交换后）左右两列交换，第三次上下两排交换，第四次左右两列交换，……这样换下去，问：第十次交换后，小兔子坐在第几号位子上？

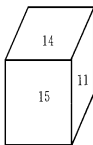


B 组

6. 观察下图，按照(a)到(b)的变化规律，根据(c)，在(d)中填上适当的图形：



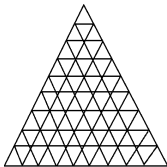
7. 一个正方体,六个面上写着6个连续的整数.每两个相对面上的两个数的和都相等.右图中能看到所写的数有15、11和14,问这6个整数的总和是多少?



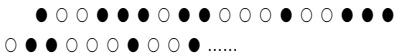
8. 在正方体的六个面上分别涂上“红”、“黄”、“蓝”、“白”、“黑”、“绿”六种颜色.现有涂色方式完全一样的四个正方体,如下图拼成一个长方体.问:涂“红”、“黄”、“白”的三个面各与涂什么颜色的面相对?



9. 右图中每个小三角形都一样大,一共有81个.把这些小三角形都涂上红色或黄色,使有公共边的小三角形颜色不同.如果红色的小三角形比黄色的小三角形多,则红色的小三角形比黄色的多几个?

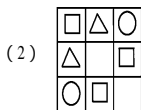
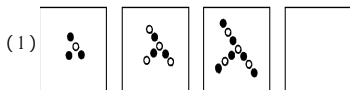


10. 如下图所示,黑棋子和白棋子照这样放到桌上.问这样放下去,第99个棋子是什么颜色?这99个棋子中,有多少个白棋子?

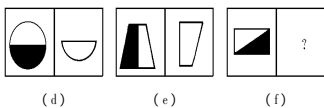
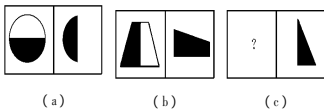


测试题

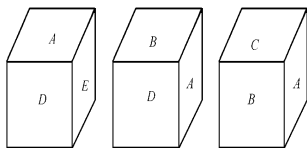
1. 观察下面的图形,并在空白处填上适当的图形:



2. 观察下图 按照变化规律在“?”处填图.



3. 一个正方体的六个面分别标上 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六个字母. 下面是这个正方体的三种放法. 问 A 、 E 的对面各是什么字母?



第二讲 找规律填数

一、知识要点和基本方法

按一定次序排列的一列数叫做数列。数列中的每一个数叫做这个数列的项，其中第一个数称为这个数列的第1项，第2个数称为第2项，……本讲主要通过观察数列，发现其内在规律，填出所缺的数。从而在上一讲的基础上，进一步培养同学们的逻辑推理能力。

二、例题精讲

例1 按下列各数列的排列规律，在括号内填上合适的数。

(1) 1, 4, 7, 10, 13, (), 19;

(2) 2, 4, 8, 16, 32, (), ();

(3) 2, 4, 6, 8, 10, (), ()。

分析与解 (1) 不难发现，从第2项起，后面一项减去前面一项的差都等于3。因此，括号中应填的数是16，即 $19 - 3 = 16$ 。

(2) 从第2项起，后面一项都是前面一项的2倍。因为

$$32 \times 2 = 64,$$

$$64 \times 2 = 128,$$

所以括号内应填入64, 128。

(3) 从第2项起，后面一项与前面一项相减所得的差都等于2，因此

$$10 + 2 = 12,$$

$$12 + 2 = 14,$$

括号内应填入12, 14。

例 2 有一排加法算式： $4+2, 5+8, 6+14, 7+20, \dots$ 按这规律排的第 10 个加法算式是怎样的？它的结果是多少？

分析与解 对于这排加法算式，前面一个数构成数列 $4, 5, 6, 7, \dots$ ；后一个数构成数列 $2, 8, 14, 20, \dots$ 。所以只要知道这两个数列的第 10 项即可以知道这排算式的第 10 个。

对于数列 $4, 5, 6, 7, \dots$ ，由观察得知，第 2 项等于第 1 项加上 1，第 3 项等于第 1 项加上 2，第 4 项等于第 1 项加上 3，... 所以第 10 项等于第 1 项加上 9，即 $4+9=13$ 。

同理，数列 $2, 8, 14, 20, \dots$ ，第 2 项等于第 1 项加上 1×6 ，第 3 项等于第 1 项加上 2×6 ，第 4 项等于第 1 项加上 $3 \times 6, \dots$ ，所以第 10 项等于第 1 项加上 9×6 ，即 $2+9 \times 6=56$ 。

所以，这排算式的第 10 个为

$$13+56.$$

从而第 10 个算式的结果为 69。

思考 如何求出这排加法算式的第 1999 个？

例 3 找出下列各数列的排列规律，并在括号内填入适当的数。

(1) $25, 3, 22, 3, 19, 3, (\quad), (\quad)$;

(2) $8, 1, 10, 2, 12, 3, (\quad), (\quad)$;

(3) $15, 6, 13, 7, 11, 8, (\quad), (\quad)$ 。

分析与解 (1) 由观察可以知道，所有的双数项全是由 3 组成；再来看一下剩下下来的单数项，从第 2 个单数项起，每一个都比前一个单数项少 3。所以括号内应该填入 16, 3。

(2) 由于受(1)影响，我们仍把这个数列分为由单数项组成的数列和由双数项组成的数列来分别考虑。所有单数项数构成的数列，从第 2 个单数项起，每一个都比前面一个多 2；所有双数项数构成的数列，从第 2 个双数项起，每一个都比前一个多 1。所以括号内为：14, 4。

(3) 所有单数项构成数列

$$15, 13, 11, \dots$$

所有双数项构成数列

一 / 奥数教程·三年级

6, 7, 8, ...

所以括号内应填 9, 9.

如例 3 所示, 对于一些数列, 我们为了找出它的规律, 可以把这个数列拆成分别由单数项和由双数项构成的两个数列来考虑.

例 4 观察已给数列, 在括号中填入所缺的数.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), 34, ...

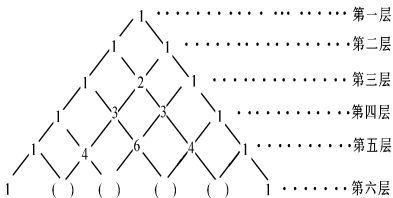
分析 这个数列就是人们常说的斐波那契(中世纪意大利著名数学家)数列.

下面我们一起来看看斐波那契数列的特点. 仔细观察就会发现:

$1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, \dots$, 即相邻两项之和等于紧接在它们后面的项. 所以, 我们可以得出括号内应填的数.

解 括号内应填入 $8 + 13 = 21$.

例 5 观察已有数的规律, 在()内填入恰当的数



分析与解 这称为杨辉三角. 它的形状像三角形, 是我国宋代数学家杨辉最早在他的《详解九章算法》中给出的.

如果把它从上到下分层, 每层最外面两个数都是 1; 从第三层起, 除去最外面两个数, 其他数都等于在它肩上的两个数的和. 即

$$2 = 1 + 1,$$

$$3 = 1 + 2,$$

$$4 = 1 + 3,$$

$$6 = 3 + 3,$$

所以,第六层括号内应填的数为

$$5(=1+4), 10(=4+6), 10(=6+4), 5(=4+1).$$

你能根据这一规律,写出第七层、第八层的所有数吗?

例6 观察下面数列的规律,在括号内填上适当的数.

(1) 3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, ();

(2) 1, 4, 11, 29, 76, 199, 521, ();

(3) 1, 4, 9, 16, 25, (), 49, 64.

分析与解 (1) 观察一下这列数,从第2项起,每一项与前面一项之差依次为2, 4, 6, 8, ... 即相差2的1倍, 2倍, 3倍, 4倍, ... 所以括号内应为 $45 + 2 \times 7 = 59$.

(2) 这一数列的规律比较隐蔽,不容易一下找出来. 注意从第2项起,每一项的前一项与后一项相加,正好是这一项的3倍: $1 + 11 = 3 \times 4$, $4 + 29 = 3 \times 11$, $11 + 76 = 3 \times 29$, ... 所以括号内的数应为 $521 \times 3 - 199 = 1364$.

(3) 方法一:

从第2项起,每一项减去它前面一项所得的数组成数列 3, 5, 7, 9, ... 所以括号内应填入 $25 + 11 = 36$.

方法二:

第1项等于 1×1 , 第2项等于 2×2 , 第3项等于 3×3 , 第4项等于 4×4 , ... 所以,括号内应填入 $6 \times 6 = 36$.

例7 请将0~9这十个数字填入下列每一题的十个方框中,每个方框中只能填入一个数字,而且这十个数字在每一小题中不能重复使用.

(1) 按给定的规则填数,规则为“加2”,即左边的数加2等于右边的数.

$$3 \rightarrow \square; 10 \rightarrow \square \square; 1 \rightarrow \square;$$

$$\square \rightarrow \square; \square \rightarrow 1 \square; \square \rightarrow \square.$$

(2) 自己找规则填数,规则为“减□”.

$$5 \rightarrow 4; \square \rightarrow 6; 9 \rightarrow \square;$$

$$\square \rightarrow 3; \square \rightarrow \square;$$

$$1 \square \rightarrow \square; \square \rightarrow \square.$$

分析与解 (1) 由于规则为“加2”,所以第1个式子中的方框应填5,第2个式子中的方框应分别填入1与2,第3个式子中的方框内填3.

再看第5个式子,左边是1位数,右边是2位数,所以左边只能填8或9,如果填8的话,那么右边填0,如果填9的话,那么右边填1.由于1在第2个式中已用过,所以第5个式子的左边只能填8,右边填0.

最后,由于只剩下4、6、7、9四个数,所以剩下的两个式子的左边和右边应分别填入4与6、7与9.

(2) 首先,由于 $5-4$,所以规则为“减1”(即左边的数减1等于右边的数).从而第2、第3、第4式中的方框应分别填入7、8、4.

再看一下第6个式子,由于左边是2位数,右边是1位数,所以这1位数必定为9(为什么?).从而第6个式子左边与右边应分别填入0与9.

最后,又由于只剩下2、3、5、6四个数,可得剩下两式的左边与右边应分别填入3与2、6与5.

练 习 题

A 组

1. 找规律,在()内填数.

(1) 1, 3, 5, 7, (), 11, ();

(2) 2, 4, 6, 8, (), 12, ();

(3) 130, 125, 120, 115, (), 105, ();

(4) 10, 13, 16, 19, (), 25, ().

2. 找规律,在()内填数.

(1) 0, 3, 6, 9, (), (), ();

(2) 1, 4, 9, 16, (), (), ();

(3) 1, 3, 9, 27, 81, (), ();

(4) 1, 2, 4, 8, 16, (), ().

3. 找规律填数.

(1) 75, 3, 74, 3, 73, 3, (), ();

(2) 1, 4, 5, 4, 9, 4, (), ();

(3) 3, 2, 6, 2, 12, 2, (), ();

(4) 76, 2, 75, 3, 74, 4, (), ();

(5) 2, 3, 4, 5, 8, 7, (), ();

(6) 2, 1, 4, 1, 8, 1, (), ().

4. 在()内填入适当的数.

(1) 1, 1, 2, 3, 5, 8, (), ();

(2) 0, 2, 2, 4, 6, 10, (), ();

(3) 1, 3, 4, 7, 11, 18, (), ();

(4) 1, 1, 1, 3, 5, 9, (), ();

(5) 0, 1, 2, 3, 6, 11, (), ().

5. 设法求出例2中的第1999个式子.

6. 找规律在()内填上合适的数.

(1) 0, 1, 3, 8, 21, 55, ();

(2) 2, 6, 12, 20, 30, 42, ();

(3) 1, 2, 4, 7, 11, 16, ().

7. 写出杨辉三角的第七层和第八层上的所有数.

8. 用0~9十个数字按规则“加15”填入下面的十个方框中,不能多填,少填,也不能填重复.

48 → ; 72 → ; → 2 ; 5 → 3 ;

37 → .

B 组

9. 下面的数列排列有一定规律,找出它的变化规律,在()内填上合适的数.

一四/ 奥数教程·三年级