图书在版编目(CIP)数据

奥数教程学习手册. 九年级/葛军主编. —上海:华东师范大学出版社,2007.5
ISBN 978-7-5617-5376-7

Ⅰ.奥… Ⅱ.葛… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 066856 号

奥数教程(第四版) 学习手册

·九年级·

总 主 编 单 墫 熊 斌
本册主编 葛 军
策划组稿 倪 明 徐 金
文字编辑 陈信漪
封面设计 高 山
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 上海市崇明县裕安印刷厂
开 本 890×1240 32 开
印 张 7.625
字 数 204 千字
版 次 2007 年 6 月第 1 版
印 次 2007 年 6 月第 1 次
书 号 ISBN 978-7-5617-5376-7/G·3160
定 价 10.80 元

出 版 人 朱杰人

著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生致青少年数学爱好者

致读者

《奥数教程》的出版已有七八个年头了.在这个过程中,包含了作者和编辑的辛勤劳作,更多的是让我们感到欣慰.这套书,曾荣获了第十届全国教育图书展的优秀畅销书奖;香港现代教育研究社出版了她的繁体字版和网络版,并成为香港的畅销图书之一,并因此获得了版权输出奖;据北京开卷图书市场研究所的监控销售数据,近几年《奥数教程》的销量名列同类书前茅,尤其是初一和高一分册分别获得数学竞赛图书初中段和高中段的第一.这些成绩的取得与作者们精到的创作,广大读者的支持、呵护是分不开的.

应广大读者的要求,方便读者自学,我们为四年级至九年级配套出版了相应的“学习手册”.“学习手册”包括三部分内容:

(1) 习题详细解答.这几个年级的《奥数教程》中的习题只提供答案,而“学习手册”中提供了详细的解答,为家长辅导或学生自学提供便利.

(2) 竞赛热点精讲.这部分分若干个专题,这些专题均为有关竞赛的热点.每一专题提供了一批典型题,并有详解.如果说“教程”中的讲解是帮你学习方法,习题作为巩固训练,那么“学习手册”中的这部分内容可让你读题,阅读是很重要的学习方法,阅读能力是重要的学习能力.阅读,打开你的思路,开阔你的眼界.一个个巧妙的、精到的解答一定会深深地吸引着你.

(3) 全真赛题热身.这些赛题,或是国内的,或是国外的,但都是全真的(原试卷),既可让你了解相关竞赛试题的内容和形式,也可让你做测试训练,了解自己的水平.

如果“学习手册”与“教程”配套使用,收效一定更佳.

我们衷心祝愿《奥数教程》永远成为您的好朋友.

华东师范大学出版社

2007年5月

前　言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”.但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好.的确,数学是中国人擅长的学科,如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属.

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势.

中国人能用一只手表示 1～10,而很多国家非用两只手不可.

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有 12 进制,60 进制的残余).

中国文字都是单音节,易于背诵,例如乘法表,学生很快就能掌握,再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”.但外国人,一学乘法,头就大了.不信,请你用英语背一下乘法表,真是佶屈聱牙,难以成诵.

圆周率 $\pi=3.14159\cdots$. 背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了.可是俄国人为了背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个,……要背 π 先背诗,这在我们看来简直是自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法.

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色.从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生的学习兴趣,启迪学生智慧.例如:

“一百个和尚一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解.中国却有多种算术解法,如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚,100 个馒头表明小和尚是 300 个,多出 200 个和尚,是由于每个大和尚变小和尚,多变出 8 个,从而 $200\div 8=25$ 即是大和尚人数.小和尚自然是 75 人,或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组,平均每人吃一个馒头.恰好与总体的平均数相等.所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少,即大和尚是 $100\div(3+1)=25$ 人.

中国人善于计算,尤其善于心算.古代还有人会用手指计算(所谓“掐指一算”).同时,中国很早就有计算的器械,如算筹、算盘.后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中,我国的优势显然,所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理,在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算,我国有不少论著),比希腊人稍逊一筹.但是,中国人善于向别人学习.目前我国中学生的几何水平,在世界上遥遥领先.曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班,他们认为所教的几何内容太深,学生不可能接受,但听课之后,不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解,而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著.在国际数学竞赛中,我国选手获得众多奖牌,就是最有力的证明.从1986年我国正式派队参加国际数学奥林匹克以来,中国队已经获得了12次团体冠军,可谓是成绩骄人.当代著名数学家陈省身先生曾对此特别赞赏.他说:“今年一件值得庆祝的事,是中国在国际数学竞赛中获得第一.……去年也是第一名.”(陈省身1990年10月在台湾成功大学的讲演“怎样把中国建为数学大国”)

陈省身先生还预言:“中国将在21世纪成为数学大国.”

成为数学大国,当然不是一件容易的事,不可能一蹴而就,它需要坚持不懈的努力.我们编写这套丛书,目的就是:(1)进一步普及数学知识,使数学为更多的青少年喜爱,帮助他们取得好的成绩;(2)使喜爱数学的同学得到更好的发展,通过这套丛书,学到更多的知识和方法.

“天下大事,必作于细.”我们希望,而且相信,这套丛书的出版,在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用.本丛书初版于2000年,现根据课程改革的要求对各册再作不同程度的修订.

著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词,我们表示衷心的感谢.还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生,没有他们,这套丛书不会是现在这个样子.

单 墫 熊 斌

2007年5月

目　录

习题详细解答

竞赛热点精讲

全真赛题热身

夫学算者，题从法取，法将题验，凡欲明一法，必设一题.

——杨 辉

第 1 讲

复合二次根式

1 $\sqrt{27+10\sqrt{2}}=\sqrt{5^2+2\times5\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}=5+\sqrt{2}$.

2 $14=2\times7$，$9=2+7$. 所以 $\sqrt{9-2\sqrt{14}}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2\times7}+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}-\sqrt{2}$.

3 $4+2\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}+1=(\sqrt{3}+1)^2$，$4-2\sqrt{3}=(\sqrt{3}-1)^2$，所以原式$=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)=2\sqrt{3}$.

4 $\sqrt{15}=\sqrt{3\times5}$，$8=3+5$. 所以原式 $=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$.

5 原式$=\sqrt{16+2(1+\sqrt{5})+2(1+\sqrt{5})\cdot(2\sqrt{3})}$

$$
\begin{aligned}
&=\sqrt{18+2\sqrt{5}+2(1+\sqrt{5})\cdot(2\sqrt{3})}\\
&=\sqrt{(1+\sqrt{5})^2+2(1+\sqrt{5})\cdot(2\sqrt{3})+(2\sqrt{3})^2}\\
&=\sqrt{(1+\sqrt{5}+2\sqrt{3})^2}\\
&=1+\sqrt{5}+2\sqrt{3}.
\end{aligned}
$$

6 由 $2b\sqrt{a^2-b^2}$，联想到 $b^2+(\sqrt{a^2-b^2})^2=a^2$，得

$$
\begin{aligned}
\sqrt{a^2-2b\sqrt{a^2-b^2}}&=\sqrt{b^2-2b\sqrt{a^2-b^2}+(\sqrt{a^2-b^2})^2}\\
&=\sqrt{(b-\sqrt{a^2-b^2})^2}.
\end{aligned}
$$

由于 $a>\sqrt{2}b>0$，得 $a^2>2b^2$，即 $a^2-b^2>b^2$，于是 $\sqrt{a^2-b^2}>$

$b>0$，从而知 $\sqrt{a^2-2b\sqrt{a^2-b^2}}=\sqrt{a^2-b^2}-b$.

7 $\sqrt{432}=2\sqrt{108}=2\times6\sqrt{3}$，$39=36+3$，所以 $\sqrt{39-\sqrt{432}}=\sqrt{6^2-2\times6\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{(6-\sqrt{3})^2}=6-\sqrt{3}=4+(2-\sqrt{3})$. 所以 $a=4$，$b=2-\sqrt{3}$，从而 $a+b=6-\sqrt{3}$，$a-b+4=6+\sqrt{3}$. 于是 $\frac{11}{a+b}+\frac{11}{a-b+4}=11\times\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b+4}\right)=11\times\left(\frac{1}{6+\sqrt{3}}+\frac{1}{6-\sqrt{3}}\right)=11\times\frac{2\times6}{36-3}=4$.

8 由 $\sqrt{a-2\sqrt{6}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 得 $x\geqslant y$，且有 $a-2\sqrt{6}=(x+y)-2\sqrt{xy}$. 因为 a、x、y 为自然数，而 $\sqrt{6}$ 为无理数，所以必有 $a=x+y$，$2\sqrt{6}=2\sqrt{xy}$. 即 $a=x+y$，$xy=6$. 又 $6=6\times1=3\times2$，于是由 x、y 为自然数且 $x\geqslant y$ 得，当 $x=6$，$y=1$ 时，$a=7$；当 $x=3$，$y=2$ 时，$a=5$. 故所求的 a、x、y 分别为 $a=7$，$x=6$，$y=1$；$a=5$，$x=3$，$y=2$.

第 2 讲

一元二次方程

1 由 $1^2+1\cdot b+c=3$，$3^2+3\cdot b+c=5$，得 $b=-3$，$c=5$. 此时，$11^2-3\times11+5=93$，但 $6^2+6\times(-3)+5\neq21$. 故选 C.

2 **解法 1** 原方程化为 $(x+1)[(2x+1)-(3x-1)]=0$，得 $(x+1)(2-x)=0$. 解之得 $x_1=-1$，$x_2=2$. **解法 2** 直接化简方程. $2x^2+2x+x+1=3x^2+3x-x-1$，得 $x^2-x-2=0$. 解之得 $x_1=-1$，$x_2=2$.

3 **解法 1** 分情形讨论. 当 $x>0$ 时，原方程为 $x^2-x-1=0$，解之得 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$（舍去）. 当 $x<0$ 时，原方程化为 $x^2+x-1=0$，解之得 $x=-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. 故原方程的解为 $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{-(\sqrt{5}+1)}{2}$. **解法 2** 由题意知 $|x|^2-|x|-1=0$，解之得 $|x|=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$，但 $|x|\geqslant0$，故 $|x|=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，所以 $x=-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

4 把 $x=1$ 代入原方程得 $1-3k\cdot1+k^2+k=0$，解得 $k=1$.

5 由 $21-10=11$ 知，原方程可以化为 $(10x-21)(x+1)=0$，解之得 $x_1=-1$，$x_2=\frac{21}{10}$. 所以原方程解为 $x_1=-1$，

$x_2=\dfrac{21}{10}$.

6 设题中两个方程的公共根为 x_0，则 $x_0^2+bx_0+1=0$，$x_0^2-x_0-b=0$. 两式相减得 $(b+1)(x_0+1)=0$. 所以当 $x_0\neq-1$，$b=-1$；当 $x_0=-1$ 时，$b=2$. 而当 $b=-1$ 时 $x^2-x+1=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$ 方程无根，因此，$b=-1$ 不合题意，从而 $b=2$.

7 由题意知 $a^2+a-\dfrac{1}{4}=0$，即 $a^2+a=\dfrac{1}{4}$. 因此 $\dfrac{a^3-1}{a^5+a^4-a^3-a^2}=\dfrac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)(a+1)(a^3+a^2)}=\dfrac{a^2+a+1}{(a^2+a)\cdot(a^2+a)}=\dfrac{1+\dfrac{1}{4}}{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=20$.

8 由题意设 x_0 满足 $x_0^2-3x_0+c=0$ 和 $(-x_0)^2+3\cdot(-x_0)-c=0$，两式相减得 $c=0$，从而 $x^2-3x+c=0$ 即为 $x^2-3x=0$，得 $x=0$ 或 $x=3$.

9 由 $x=\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}$ 得 $\sqrt{7}=4-3x$，$7=16-24x+9x^2$，即 $x^2+1=\dfrac{8}{3}x$. 则 $(x^2+1)^2=\left(\dfrac{8}{3}x\right)^2$，即 $x^4+1=\left(\dfrac{8}{3}x\right)^2-2x^2$. 于是 $x^4+x^2+1=\left(\dfrac{8}{3}x\right)^2-x^2$，所以 $\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2}=\dfrac{\left[\left(\dfrac{8}{3}\right)^2-1\right]x^2}{x^2}=\dfrac{55}{9}$.

10 题中两式相减得 $m^2-n^2=m-n$，又 $m\neq n$，所以 $m+n=1$；而 $m^5=m(m^2)^2=m(m+1)^2=m(m^2+2m+1)=m(3m+2)=3m^2+2m=5m+3$，同理 $n^5=5n+3$. 于是 $m^5+n^5=5(m+n)+6=11$.（说明：还可以利用第 4 讲中的结果）

第 3 讲

可化为一元二次方程的方程

1 原方程化为 $x-2=0$,或 $x^2-3x-4=0$. 解 $x-2=0$ 得 $x_1=2$;解 $x^2-3x-4=0$ 得 $x_2=4$, $x_3=-1$. 故原方程的解为 $x_1=2$, $x_2=4$, $x_3=-1$.

2 原方程化为 $\frac{4x}{x^2-4}=1+\frac{1}{x-2}$, $\frac{4x}{x^2-4}=\frac{x-1}{x-2}$, 即 $4x=(x-1)(x+2)$, $x^2-3x-2=0$, 解之得 $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$. 经检验, $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ 都是方程的解.

3 令 $y=x-\frac{1}{x}$, 则原方程化为 $y^2+2-\frac{7}{2}y+1=0$, 即 $2y^2-7y+6=0$,解之得 $y_1=\frac{3}{2}$, $y_2=2$. 由 $y_1=\frac{3}{2}$得 $x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$, 即 $2x^2-3x-2=0$,解之得 $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=2$. 由 $y_2=2$ 得 $x-\frac{1}{x}=2$,即 $x^2-2x-1=0$, 解之得 $x_3=1+\sqrt{2}$, $x_4=1-\sqrt{2}$. 故原方程的解为 $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=2$, $x_3=1+\sqrt{2}$, $x_4=1-\sqrt{2}$.

4 令 $y=x+\frac{1}{x}$, 则原方程转化为方程 $2y^2-3y-5=0$, 解之得 $y=\frac{5}{2}$ 或 $y=-1$. 当 $y=\frac{5}{2}$ 时,$x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$,即 $2x^2-5x+2=0$, 解之得 $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=2$. 当 $y=-1$ 时,$x+\frac{1}{x}=-1$,即

$x^2+x+1=0$，此方程无解. 故原方程的解为 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=2$.

5 令 $y=\frac{x^2-1}{x}$，原方程化为 $6y^2-7y-24=0$，解之得 $y_1=\frac{8}{3}$，$y_2=-\frac{3}{2}$. 由 $y_1=\frac{8}{3}$，得$\frac{x^2-1}{x}=\frac{8}{3}$，即 $3x^2-8x-3=0$，解之得 $x_1=-\frac{1}{3}$，$x_2=3$. 由 $y_2=-\frac{3}{2}$，得$\frac{x^2-1}{x}=-\frac{3}{2}$，即 $2x^2+3x-2=0$，解之得 $x_3=\frac{1}{2}$，$x_4=-2$. 故原方程的解为 $x_1=-\frac{1}{3}$，$x_2=3$，$x_3=\frac{1}{2}$，$x_4=-2$.

6 令 $y=\frac{a+x}{b+x}$，则有 $y+\frac{1}{y}=2+\frac{1}{2}$，解得 $y=2$ 或 $y=\frac{1}{2}$. 由 $y=2$ 得$\frac{a+x}{b+x}=2$，即 $x_1=-2b+a$；由 $y=\frac{1}{2}$ 得$\frac{a+x}{b+x}=\frac{1}{2}$，即 $x_2=b-2a$. 经检验当 $a\neq b$ 时，方程的解为 $x_1=a-2b$，$x_2=b-2a$；而当 $a=b$ 时方程无解.

7 令 $\frac{x+a}{x+b}=y$，原方程化为 $\frac{y}{b}+\frac{1}{ay}=\frac{a+b}{ab}$，即 $ay^2+b=(a+b)y$，解之得 $y_1=\frac{b}{a}$，$y_2=1$. 由 $y_1=\frac{b}{a}$ 得$\frac{x+a}{x+b}=\frac{b}{a}$，即 $ax+a^2=bx+b^2$，解之得 $x_1=-(a+b)$. 由 $y_2=1$ 得$\frac{x+a}{x+b}=1$，而 $a\neq b$ 故方程无解. 所以原方程的解为 $x=-(a+b)$.

8 原方程化为 $\sqrt{x+8}+2=\sqrt{5x+20}$，两边平方得 $x+2=\sqrt{x+8}$，再平方得 $x^2+3x-4=0$，解之得 $x_1=-4$，$x_2=1$. 经检验得 $x=1$ 是原方程的解.

9 原方程化为 $x^2+2x\sqrt{x+2}+(\sqrt{x+2})^2=16$. 即 $x+\sqrt{x+2}=4$ 或 $x+\sqrt{x+2}=-4$. 解方程 $x+\sqrt{x+2}=4$ 得

$x_1=2$. 解方程 $x+\sqrt{x+2}=-4$,无解. 经检验知原方程的解为 $x=2$.

10 令 $y=\sqrt{x^2+18x+45}$,则 $y\geqslant 0$,且原方程化为 $y^2-2y-15=0$,解之得 $y=-3$(舍去),$y=5$. 由 $y=5$ 得 $x^2+18x+45=25$,即 $x^2+18x+20=0$,解之得 $x_1=-9-\sqrt{61}$ 或 $x_2=-9+\sqrt{61}$. 故原方程的解为 $x_1=-9-\sqrt{61}$,$x_2=-9+\sqrt{61}$.

11 原方程变形为 $(x+\sqrt{3x^2+x})^2=9$,即 $x+\sqrt{3x^2+x}=3$ 或 $x+\sqrt{3x^2+x}=-3$. 由 $x+\sqrt{3x^2+x}=3$,得 $2x^2+7x-9=0$,解之得 $x_1=1$ 或 $x_2=-\dfrac{9}{2}$. 由 $x+\sqrt{3x^2+x}=-3$,得此方程无解. 经检验知原方程的解为 $x_1=1$,$x_2=-\dfrac{9}{2}$.

12 原方程化为 $(x-1)(x^2+3x-2)=0$,解之得 $x_1=1$,$x_2=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}$,$x_3=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}$.

13 观察 $(x+1)(x+4)$ 与 $(x+2)(x+3)$. 令 $x^2+5x+5=y$,原方程化为 $(y-1)(y+1)=120$,即 $y^2=121$,得 $y_1=11$,$y_2=-11$. 由 $y_1=11$ 得 $x^2+5x+5=11$,解之得 $x_1=-6$,$x_2=1$. 由 $y_2=-11$ 得 $x^2+5x+16=0$,此方程无解. 经检验知原方程的解为 $x_1=-6$,$x_2=1$.

14 令 $y=x^2-3x-1$,原方程化为 $\dfrac{1}{y+\sqrt{27}}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{y-\sqrt{27}}=0$,解之得 $y=3$ 或 $y=-3$. 由 $y=3$ 得 $x^2-3x-4=0$,解之得 $x_1=4$,$x_2=-1$. 由 $y=-3$ 得 $x^2-3x+2=0$,解之得 $x_3=2$,$x_4=1$. 故原方程的解为 $x_1=4$,$x_2=-1$,$x_3=2$,$x_4=1$.

第4讲

一元二次方程的判别式

1 由题意知 $\Delta=(k+6)^2-4\times9\times(k+1)=0$，即 $k^2-24k=0$. 解之得 $k_1=0$，$k_2=24$.

2 由题意知 $\Delta=1^2-4\times a\times2<0$，得 $a>\dfrac{1}{8}$.

3 由题意知此方程为二次方程，所以 $k\neq0$，且判别式为 $\Delta=(2k+1)^2-4k^2=4k+1$.

(1) 由 $\Delta>0$ 得 $4k+1>0$，解之得 $k>-\dfrac{1}{4}$，且 $k\neq0$.

(2) 由 $\Delta=0$ 得 $4k+1=0$，$k=-\dfrac{1}{4}$.

(3) 由 $\Delta<0$ 得 $4k+1<0$，$k<-\dfrac{1}{4}$.

4 由方程 $x^2+2x=n-1$ 没有实数根，得 $2^2+4(n-1)<0$，所以 $n<0$. 于是对于方程 $x^2+nx+(2n-1)=0$ 的判别式 $\Delta=n^2-4(2n-1)=n^2-8n+4>0$，从而知结论成立.

5 由题意知 $(-4m)^2-4(m+2)\cdot m=0$，得 $m_1=0$，$m_2=\dfrac{2}{3}$. 由 $m_1=0$ 得 $2x^2=0$，得 $x_{1,2}=0$. 由 $m_2=\dfrac{2}{3}$ 得 $4x^2-4x+1=0$，得 $x_{3,4}=\dfrac{1}{2}$. 所以，$m=0$ 时，方程的两根为 $x_{1,2}=0$；$m=\dfrac{2}{3}$ 时，方程的两根为 $x_{3,4}=\dfrac{1}{2}$.

6 当 $a=1$ 时，原方程化为 $x=\dfrac{1}{4}$，恰有一个实数根. 当 $a=-1$ 时，原方程无解. 当 $a^2\neq1$ 时，原方程恰有一个实数根，则