

总主编 单 樽 熊 斌

奥数教程

· 高二年级 ·

本册主编 刘诗雄

参 编 者 边红平 郭希连

岑爱国 姚华鹏

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 高二年级 / 刘诗雄主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2000. 10

ISBN 7-5617-2350-4

I. 奥… II. 刘… III. 数学课-高中-教学参考资料
IV. G634. 601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 66419 号

奥数教程

· 高二年级 ·

总主编 单 樽 熊 斌

策划组稿 倪 明 宋维锋

本册主编 刘诗雄

特约编辑 刘巧华

封面设计 高 山

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

发行部 电话 021-62571961

传真 021-62860410

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印刷者 印刷厂

开 本 890×1 240 32 开

印 张 14. 25

字 数 408 千字

版 次 2000 年 11 月第一版

印 次 2000 年 11 月第一次

书 号 ISBN 7-5617-2350-4/G · 1101

定 价 元

出 版 人 朱杰人

目 录

第一讲	不等式的解法及其应用	1
第二讲	平均不等式和柯西不等式	15
第三讲	证明不等式的常用方法和技巧(I)	32
第四讲	等差数列与等比数列	45
第五讲	高阶等差数列	60
第六讲	特殊数列的求和	71
第七讲	数学归纳法的证明技巧(I)	82
第八讲	复数的概念与运算	93
第九讲	复数及其运算的几何意义	107
第十讲	复数与方程、几何	120
第十一讲	解析几何的几个基本问题	133
第十二讲	直线	147
第十三讲	圆	162
第十四讲	二次曲线	176
第十五讲	极坐标及其应用	191
第十六讲	参数方程及其应用	203
第十七讲	解析几何中的最值问题	217
第十八讲	向量的概念与运算	226
第十九讲	排序不等式与琴生不等式	238
第二十讲	证明不等式的常用方法和技巧(II)	252
第二十一讲	含参数的不等式	266
第二十二讲	数学归纳法的证明技巧(II)	280
第二十三讲	递归数列与递推方法	290
第二十四讲	周期数列	305

第二十五讲	曲线系	315
第二十六讲	向量与几何	329
综合测试题一		340
综合测试题二		343
习题解答		346

第一讲 不等式的解法及其应用

一、知识要点和基本方法

1. 不等式的基本性质

$$a \geq b \iff a - b \geq 0.$$

$$a < b \iff a - b < 0.$$

$$a > b \iff a + c > b + c.$$

$$a > b, c > 0 \implies ac > bc$$

$$a > b, c < 0 \implies ac < bc$$

$$a > b, \text{且 } a, b \text{ 同号} \implies \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$a > b > 0 \implies a^n > b^n, \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (n \in \mathbf{N})$$

$$a > b, b > c \implies a > c$$

$$a > b, c > d \implies a + c > b + d$$

$$a > b, c < d \implies a - c > b - d$$

$$a > b > 0, 0 < c < d \implies a/c > b/d, ad > bc$$

$$|x| \leq a \iff x^2 \leq a^2 \iff -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \quad (a > 0) \iff x^2 \geq a^2 \iff x \geq a \text{ 或 } x \leq -a$$

$$||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

2. 基本方法

(1) $ax > ab$, 且 $a > 0$, 则 $x > b$.

(2) “数轴标根法”: 一般地, 设多项式

$$F(x) = a(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_n)$$

它的 n 个实根的大小顺序为 $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$, 把数轴分成 $n+1$ 个

区间:

$$(-\infty, a_1), (a_1, a_2), \dots, (a_{n-1}, a_n), (a_n, +\infty),$$

自右至左给这些区间编上顺序号,则当 $a > 0$ 时有:

(i) 在奇数区间内, $F(x) > 0$;

(ii) 在偶数区间内, $F(x) < 0$.

(3) 分式不等式的几种等价变形

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \iff f(x) \cdot g(x) > 0$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \iff \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \leq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$$

(4) 无理不等式的等价变形

$$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \iff \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x) \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \iff \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ g^2(x) > f(x) \end{cases}$$

(5) 在解指数、对数不等式时,应注意在不等式所含诸函数的公共定义域中求解不等式,否则可能扩大或缩小解集.

(6) 利用图象求解不等式.

二、例题精讲

例 1 解不等式

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 16}{x^2 + x - 12} > 1.$$

解 原不等式化为

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 16}{x^2 + x - 12} - 1 > 0,$$

即
$$\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 + x - 12} > 0,$$

即
$$(x^3 + x^2 - 4x - 4)(x^2 + x - 12) > 0,$$

于是
$$(x+1)(x+2)(x-2)(x+4)(x-3) > 0,$$

由“数轴标根法”可得原不等式的解集为 $(-4, -2) \cup (-1, 2) \cup (3, +\infty)$.

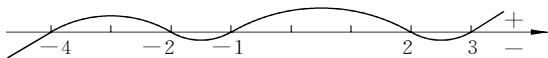


图 1-1

说明 解分式不等式,一般可通过作差,将分式不等式转化为整式不等式,再利用“数轴标根法”求解.

例 2 解不等式

$$a < \left| \frac{x}{3} - 2 \right| < \frac{1}{4}.$$

解 (1) 当 $a < 0$ 时,

因为 $-\frac{1}{4} < \frac{x}{3} - 2 < \frac{1}{4}$, 所以

$$\frac{21}{4} < x < \frac{27}{4};$$

(2) 当 $0 \leq a < \frac{1}{4}$ 时,原不等式可化为

$$a < \frac{x}{3} - 2 < \frac{1}{4} \quad \text{或} \quad -\frac{1}{4} < \frac{x}{3} - 2 < -a.$$

即
$$6 + 3a < x < \frac{27}{4} \quad \text{或} \quad \frac{21}{4} < x < 6 - 3a;$$

(3) 当 $a \geq \frac{1}{4}$ 时, $x \in \emptyset$.

故 $a < 0$ 时,原不等式解集为 $(\frac{21}{4}, \frac{27}{4})$; $0 \leq a < \frac{1}{4}$ 时,原不等

式解集为 $(\frac{21}{4}, 6-3a) \cup (6+3a, \frac{27}{4})$; $a \geq \frac{1}{4}$ 时, 原不等式解集为 \emptyset .

说明 解含参数的不等式时, 应注意正确分类.

例 3 解不等式

$$\sqrt{3x+5} \geq x-2.$$

解法一 原不等式可转化为

$$(1) \begin{cases} 3x+5 \geq 0, \\ x-2 \geq 0, \\ 3x+5 \geq (x-2)^2; \end{cases} \quad \text{或} \quad (2) \begin{cases} 3x+5 \geq 0, \\ x-2 < 0. \end{cases}$$

由不等式组(1)得 $2 \leq x \leq \frac{7+\sqrt{53}}{2}$,

由不等式组(2)得 $-\frac{5}{3} \leq x < 2$.

综上所述可得原不等式的解集为 $[-\frac{5}{3}, \frac{7+\sqrt{53}}{2}]$.

解法二 由图象求解, 如图 1-2 作函数 $y = \sqrt{3x+5}$, $y = x-2$ 的图象, 两图象交点的横坐标为 $x = \frac{7+\sqrt{53}}{2}$, 所以原不等式解集为

$$\left\{ x \mid -\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{7+\sqrt{53}}{2} \right\}.$$

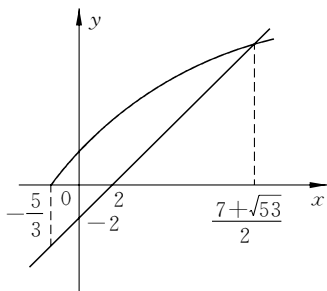


图 1-2

说明 图象求解法就是通过数形结合的思想解题, 它在数学竞赛中应用很广.

例 4 设 $x \in \mathbf{R}$, 不等式

$$x^2 \log_2 \frac{4(a+1)}{a} + 2x \log_2 \frac{2a}{a+1} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0$$

恒成立,求 a 的取值范围.

解法一 因原不等式恒成立,故

$$\frac{a+1}{a} > 0 \quad (1)$$

$$\text{且 } \log_2 \left[\frac{4(a+1)}{a} \right]^{x^2} + \log_2 \left(\frac{2a}{a+1} \right)^{2x} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0 \quad (2)$$

$$\text{由(2)得 } \log_2 \left[8^{x^2} \left(\frac{a+1}{2a} \right)^{x^2-2x+2} \right] > 0.$$

$$\text{所以 } 8^{x^2} \left(\frac{a+1}{2a} \right)^{x^2-2x+2} > 1,$$

$$\left(\frac{a+1}{2a} \right)^{x^2-2x+2} > 8^{-x^2},$$

$$\text{而 } 8^{-x^2} \leq 1,$$

$$\text{所以 } \left(\frac{a+1}{2a} \right)^{x^2-2x+2} > 1. \quad (3)$$

$$\text{又 } x^2 - 2x + 2 \geq 1 > 0,$$

要使(3)式恒成立,则

$$\frac{a+1}{2a} > 1. \quad (4)$$

$$\text{由(1),(4)式得 } 0 < a < 1.$$

解法二 设 $\log_2 \left(\frac{a+1}{2a} \right) = t$, 则原不等式可化为 $(3+t)x^2 - 2tx + 2t > 0$ 恒成立.

$$\text{故 } \begin{cases} 3+t > 0, \\ (2t)^2 - 4(3+t) \cdot 2t < 0, \end{cases}$$

$$\text{解之得 } t > 0.$$

$$\text{即 } \log_2 \frac{a+1}{2a} > 0,$$

解得

$$0 < a < 1.$$

例 5 当 a 为何值时, 不等式组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 1 & (1) \\ x - y + a = 0 & (2) \end{cases}$$

有唯一解, 并求之.

解 由(2)得 $y = x + a$, 代入(1)得

$$2x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 \leq 0 \quad (3)$$

因 $f(x) = 2x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1$ 是开口向上的抛物线, 故要使 $f(x) \leq 0$ 有唯一解, 当且仅当抛物线与 x 轴有且仅有一个公共点, 即 $\Delta = 0$.

$$\text{即} \quad \Delta = 4(a+1)^2 - 8(a^2 - 1) = 0.$$

$$\text{所以} \quad a^2 - 2a - 3 = 0.$$

$$\text{解得} \quad a = 3 \quad \text{或} \quad a = -1.$$

当 $a = 3$ 时, (3) 的唯一解为 $x = -2$, 代入(2)得 $y = 1$.

当 $a = -1$ 时, (3) 的唯一解为 $x = 0$, 代入(3)得 $y = -1$.

综上, 当 $a = 3$ 时, 唯一解为 $(x, y) = (-2, 1)$; 当 $a = -1$ 时, 唯一解为 $(x, y) = (0, -1)$.

说明 许多不等式问题, 可转化为二次函数问题, 再利用二次函数的性质进行研究.

例 6 函数

$$f(x) = \frac{(k+1)x^2 + (k+3)x + (2k-8)}{(2k-1)x^2 + (k+1)x + (k-4)}$$

的定义域用 D 表示, 则使 $f(x) > 0$, 对于任何 $x \in D$ 均成立的实数 k 的集合是什么?

解 若 $k+1 = 0$, 即 $k = -1$, 则

$$f(x) = \frac{2x - 10}{-3x^2 - 5}.$$

易知 $f(x)$ 的定义域 $D = \mathbf{R}$, 但当 $x > 5$ 时, $f(x) < 0$, 所以 $k = -1$ 不合条件.

若 $(k+1)x^2 + (k+3)x + (2k-8) = 0$ 有两个实根, 设分别为 x_1, x_2 . 若 $f(x) > 0$ 对于任何 $x \in D$ 均成立, 则 x_1, x_2 一定为 $(2k-1)x^2 + (k+1)x + (k-4) = 0$ 的根, 于是题设的等价条件为

$$\begin{cases} \frac{k+1}{2k-1} > 0, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{k+3}{k+1} = -\frac{k+1}{2k-1}, & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{2k-8}{k+1} = \frac{k-4}{2k-1}, & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta = (k+3)^2 - 4(k+1)(2k-8) \geq 0. & (4) \end{cases}$$

(2)和(3)的公共解为 $k = 1$, 且 $k = 1$ 满足(1), (4). 其实, 当 $k = 1$ 时,

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 6}{x^2 + 2x - 3},$$

它的定义域为 $D = (-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$.

当 $x \neq 1, -3$ 时 $f(x) = 2 > 0$.

若 $(k+1)x^2 + (k+3)x + (2k-8) = 0$ 无实根, 则题设的等价条件为

$$\begin{cases} (k+3)^2 - 4(k+1)(2k-8) < 0, \\ (k+1)^2 - 4(2k-1)(k-4) \leq 0, \\ \frac{k+1}{2k-1} > 0, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} k > \frac{15+16\sqrt{2}}{7} \text{ 或 } k < \frac{15-16\sqrt{2}}{7}, \\ k \geq 5 \text{ 或 } k \leq \frac{3}{7}, \\ k > \frac{1}{2} \text{ 或 } k < -1, \end{cases}$$

于是 $k > \frac{15+16\sqrt{2}}{7}$ 或 $k < \frac{15-16\sqrt{2}}{7}$.

所以,实数 k 的集合是

$$\left\{ k \mid k = 1 \text{ 或 } k > \frac{15+16\sqrt{2}}{7} \text{ 或 } k < \frac{15-16\sqrt{2}}{7} \right\}.$$

例 7 设 $f(x) = \lg \left[\frac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^x a}{n} \right]$ 其中 a 是实数, n 是任意给定的自然数且 $n \geq 2$.

(1) 如果 $f(x)$ 在 $x \in (-\infty, 1]$ 时有意义, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $a \in (0, 1]$ 且 $x \neq 0$ 时, 求证

$$2f(x) < f(2x).$$

解 因 $n \in \mathbf{N}$ 且 $n \geq 2$, $x \in (-\infty, 1]$, 当 $f(x)$ 有意义时, 需要

$$\frac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^x a}{n} > 0,$$

即需 $a > - \left[\left(\frac{1}{n} \right)^x + \left(\frac{2}{n} \right)^x + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} \right)^x \right],$

因 $-\left(\frac{k}{n} \right)^x$ 在 $(-\infty, 1]$ 上是单调增函数 (其中 $k = 1, 2, \dots,$

$n-1$), 所以 $-\sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^x$ 在 $(-\infty, 1]$ 也是单调增函数, 故当 $x = 1$

时, 它有最大值 $-\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n} = -\frac{1}{2}(n-1).$

故只需 $a > -\frac{1}{2}(n-1)$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 就有意义, 即

$$a \in \left(\frac{1-n}{2}, +\infty \right).$$

(2) 当 $a \in (0, 1]$, $x \neq 0$ 时, 欲证 $2f(x) < f(2x)$, 只需证明 $n \geq 2$ 时,

$$2 \lg \frac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^x a}{n}$$

$$< \lg \frac{1 + 2^{2x} + \cdots + (n-1)^{2x} + n^{2x}a}{n}$$

即

$$\begin{aligned} & [1 + 2^x + \cdots + (n-1)^x + n^x a]^2 \\ & < n[1 + 2^{2x} + \cdots + (n-1)^{2x} + n^{2x} a] \end{aligned}$$

当 $n \geq 2$, $a \in (0, 1]$ 且 $x \neq 0$ 时成立,

为此我们利用公式

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 &= \sum_{i=1}^n a_i^2 + 2 \sum_{\substack{i, j=1 \\ i \neq j}}^n a_i a_j \\ &\leq \sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{\substack{i, j=1 \\ i \neq j}}^n (a_i^2 + a_j^2) \\ &= n \sum_{i=1}^n a_i^2 \end{aligned}$$

即

$$(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 \leq n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$$

其中等号当且仅当 $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$ 时成立.

(i) 当 $a = 1$, 且 $x \neq 0$ 时, 因 $2^x \neq 1$,

故

$$\begin{aligned} & [1 + 2^x + \cdots + (n-1)^x + n^x]^2 \\ & < n[1 + 2^{2x} + \cdots + (n-1)^{2x} + n^{2x}]; \end{aligned}$$

(ii) 当 $0 < a < 1$, 且 $x \neq 0$ 时, 因 $a^2 < a$, 故

$$\begin{aligned} & [1 + 2^x + \cdots + (n-1)^x + n^x a]^2 \\ & < [1 + 2^{2x} + \cdots + (n-1)^{2x} + n^{2x} a]. \end{aligned}$$

所以

$$2f(x) < f(2x).$$

例 8 设函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$ 且 $x \neq 0$) 对任意非零的实数 x_1, x_2 满足 $f(x_1, x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ 且 $y = f(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上为增函数, 解不等式

$$f(x) + f\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 0.$$

解 令 $x_1 = x_2 = 1$ 或 $x_1 = x_2 = -1$ 时, 得

$$f(1) = f(-1) = 0.$$

令 $x_1 = x, x_2 = -1$, 则

$$f(-x) = f(-1) + f(x) = f(x),$$

故 $y = f(x)$ 为偶函数.

由 $f(x) + f\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 0$, 得

$$f\left[x\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] \leq 0 = f(1) \text{ 或 } f(-1),$$

即 $0 < x\left(x - \frac{1}{2}\right) \leq 1$ 或 $-1 \leq x\left(x - \frac{1}{2}\right) < 0$,

解之得 $\frac{1 - \sqrt{17}}{4} \leq x < 0$ 或 $\frac{1}{2} < x \leq \frac{1 + \sqrt{17}}{4}$ 或 $0 < x < \frac{1}{2}$.

故原不等式的解集为

$$\left\{x \mid \frac{1 - \sqrt{17}}{4} < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{1}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{17}}{4}\right\}$$

说明 函数不等式, 通常利用函数的奇偶性、单调性, 转化为代数不等式求解.

练 习 题

A 组

一、选择题

1. 不等式 $x(x-1)(x^2+1)(x+2)(x-5) > 0$ 的解集是 ().

(A) $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, 5)$

(B) $(-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (5, +\infty)$

一〇/ 奥数教程·高二年级

(C) $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (0, 1)$

(D) $(-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (1, 5)$

2. 不等式

$$\frac{x-2}{x-1} + \frac{k}{x} > \frac{x+2}{x+1} - \frac{k}{x} \quad (k > 1)$$

的解集是().

(A) $\left\{ x \mid -\sqrt{\frac{k}{k-1}} < x < -1 \text{ 或 } 0 < x < 1 \text{ 或 } x > \sqrt{\frac{k}{k-1}} \right\}$

(B) $\left\{ x \mid -\sqrt{\frac{k}{k-1}} < x < 0 \text{ 或 } x > 1 \right\}$

(C) $\left\{ x \mid -\sqrt{\frac{k}{k-1}} < x < 0 \text{ 或 } x > \sqrt{\frac{k}{k-1}} \right\}$

(D) $\left\{ x \mid -1 < x \text{ 或 } 0 < x < 1 \text{ 或 } x > \sqrt{\frac{k}{k-1}} \right\}$

3. 不等式 $\sqrt{5-4x-x^2} \geq x$ 的解集为().

(A) $[-3, -1 + \sqrt{14})$ (B) $(-5, -2 + \sqrt{14}]$

(C) $[-5, -1 + \frac{\sqrt{14}}{2})$ (D) $(-3, -2 + \frac{\sqrt{14}}{2}]$

4. a 为何值时, 不等式 $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ 的解集是不等式 $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$ 解集的子集().

(A) $a = -1$ (B) $a = 2$

(C) $a = \frac{1}{2}$ (D) $a = 0$

二、填空题

5. 不等式 $\sqrt{\lg x + 1} > 1 - \lg x$ 的解集为 _____.

6. 不等式 $|\log x - 2| - |\log_a x - 2| < 2$ 的解集为 _____.

三、解答题

7. 已知 $a > 0, a \neq 1$, 解关于 x 的不等式

$$a^{x^4-2x^2} > \left(\frac{1}{a}\right)^{a^2}.$$

8. 若 $n \in \mathbf{N}$, 实数 $a > 1$, 解关于 x 的不等式.

$$\begin{aligned} \log_a x - 4\log_a^2 x + 12\log_a^3 x + \cdots + n(-2)^{n-1}\log_a^n x \\ > \frac{1 - (-2)^n}{3}\log_a(x^2 - a). \end{aligned}$$

9. 解关于 x 的不等式

$$\log_a\left(1 - \frac{1}{x}\right) > 1 \quad (a > 0, a \neq 1).$$

10. 设 a 是正常数, 解不等式

$$2^{3x} - 2^x < a(2^x - 2^{-x}).$$

B 组

11. 解关于 x 的不等式 $\sqrt{a^2 - ax} > a - 2x$.

12. 求满足不等式组

$$\begin{cases} y - |x^2 - 2x| + \frac{1}{2} > 0 \\ y + |x - 1| < 2 \end{cases}$$

的整数对 (x, y) .

13. 不等式 $\left|x - \frac{(a+1)^2}{2}\right| \leq \frac{(a-1)^2}{2}$ 与 $x^2 - 3(a+1)x + 2(3a+1) \leq 0$ 的解集分别记为 A, B , 其中 a 是实数, 求使 $A \subseteq B$ 的 a 的取值范围.

14. 已知奇函数, $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是减函数, 且满足 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$, 求 a 的范围.

15. 已知二次函数 $f(x)$ 的图象开口向下, 且对任意实数 x 有 $f(2-x) = f(2+x)$, 求不等式

$$f\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 + x + \frac{1}{2}\right)\right] < f\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(2x^2 - x + \frac{5}{8}\right)\right]$$

的解集.

测 试 题

一、选择题

1. 如果

$$\begin{aligned}\log_2[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)] &= \log_3[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)] \\ &= \log_5[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)] = 0,\end{aligned}$$

那么().

- (A) $z < x < y$ (B) $x < y < z$
(C) $y < z < x$ (D) $z < y < x$

2. $x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3}}$ 的值属于区间().

- (A) $(-2, -1)$ (B) $(1, 2)$
(C) $(-3, -2)$ (D) $(2, 3)$

3. 若函数 $y = \log_2(x^2 - 2ax + a)$ 的值域为 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是().

- (A) $0 < a < 1$ (B) $0 \leq a \leq 1$
(C) $a < 0$ 或 $a > 1$ (D) $a \leq 0$ 或 $a \geq 1$

4. 若不等式 $x^2 - \log_m x < 0$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 内恒成立, 则实数 m 的取值范围是().

- (A) $\frac{1}{16} \leq m < 1$ (B) $0 < m \leq \frac{1}{16}$
(C) $0 < m < \frac{1}{4}$ (D) $m \geq \frac{1}{16}$

5. 设 $y = \log_{\frac{1}{2}}[a^{2x} + 2(ab)^x - b^{2x} + 1]$ ($b > a > 0$), 则使 y 为负值的 x 的取值范围().

- (A) $(0, \log_{\frac{a}{b}}(\sqrt{2} - 1))$ (B) $(\log_{\frac{a}{b}}(\sqrt{2} - 1), +\infty)$
(C) $(-\infty, \log_{\frac{a}{b}}(\sqrt{2} - 1))$ (D) 以上答案均不对