总主编　单　墫　熊　斌

奥数教程

·初一年级·

本册主编　单　扠
参 编 者　顾继玲　张新华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

□□□□□□□□□ / □□□主编. -上海:华东师范大学出版社,2000.
ISBN 7-5617-□□-□

Ⅰ.□…　Ⅱ.□…　Ⅲ.□□□-□□-□□□□　Ⅳ.□□□

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第　　号

奥 数 教 程

·初一年级·

总 主 编　单　墫　熊　斌
策划组稿　倪　明　宋维锋
本册主编　单　墫
责任编辑　宋维锋
封面设计　□□□
版式设计　蒋　克

出版发行　华东师范大学出版社
　　发行部　电话 021-62571961
　　传真 021-62860410
社　　址　上海市中山北路 3663 号
　　邮编 200062

印 刷 者　□□□□□□印刷厂
开　　本　890×1240　32 开
印　　张　9.25
字　　数　264 千字
版　　次　2000 年 11 月第一版
印　　次　2000 年 11 月第一次
书　　号　ISBN 7-5617-2310-5/G·1086
定　　价　□□□元

出 版 人　朱杰人

目　　录

代 数 篇 …… 1
第一讲　有理数的巧算…… 1
第二讲　代数式的化简与求值(一) …… 11
第三讲　绝对值 …… 19
第四讲　一元一次方程 …… 28
第五讲　一次方程组 …… 35
第六讲　一次方程组的应用 …… 43
第七讲　列方程(组)解应用题 …… 50
第八讲　“设而不求” …… 59
第九讲　一次不等式(组) …… 69
第十讲　含绝对值的方程和不等式 …… 80
第十一讲　不等式的应用 …… 88
第十二讲　整式的乘法和除法 …… 97
第十三讲　待定系数法…… 104
第十四讲　综合除法和余数定理…… 114
第十五讲　代数式的化简与求值(二)…… 123

几 何 篇 …… 132
第十六讲　线段…… 132
第十七讲　角…… 145
第十八讲　从三角形内角和谈起…… 156
第十九讲　相交线和平行线…… 167
第二十讲　面积…… 176

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongboo

综 合 篇 …… 188
第二十一讲　整除…… 188
第二十二讲　奇数和偶数…… 195
第二十三讲　质数和合数…… 202
第二十四讲　二元一次不定方程…… 210
第二十五讲　加法原理和乘法原理…… 218
第二十六讲　抽屉原理…… 225
第二十七讲　应用题精选…… 232
第二十八讲　生活中的数学…… 240

综合测试题(一)…… 248
综合测试题(二)…… 251

习题解答…… 254

代数篇

第一讲　有理数的巧算

一、知识要点和基本方法

有理数的运算内容丰富、方法灵活、技巧性强，它是初中代数中最基本的运算. 在运算过程中，巧用运算规律（如加法交换律、结合律，乘法交换律、结合律和分配律等）和其他的运算方法及技巧，可以使运算简捷、方便.

二、例 题 精 讲

例 1　计算：$29\frac{3}{5}-1\frac{1}{3}-15\frac{1}{4}+3\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}-14\frac{2}{5}+0.25$

解　原式$=\left(-1\frac{1}{3}+3\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}\right)+\left(29\frac{3}{5}-14\frac{2}{5}\right)$

$$+\left(-15\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=0+(29-14-15)+\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=0+\frac{1}{5}+0$$

$$=\frac{1}{5}.$$

说明　在进行有理数加减法时，先观察有没有相加后为 0 的数，若有，先将它们结合起来相加. 然后可以把同分母的数结合相加. 若

是带分数，还可以将其整数部分和分数部分分别结合相加. 若既有小数，又有分数，通常将小数化为分数. 在有理数交换位置或结合的时候，必须带着自身的性质符号（“+”号或“−”号，有时“+”号可省略）交换或结合.

例 2　计算：$-2.5\div0.75\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{3}{4}\right)\div(-1.4)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{3}$

解　原式 $=-\frac{5}{2}\div\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{3}$

$=-\left(\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)$

$=-\frac{1}{3}$.

说明　在进行有理数的乘除运算时，要注意确定结果的符号：若有奇数个负数相乘除，则其结果为负的；若有偶数个负数相乘除，则其结果为正的. 通常将小数化为分数，带分数化为假分数并把除法转化为乘法，能约分的先约分，尽量化简. 另外，要熟记一些常用的数据，如 $0.125=\frac{1}{8}$，$0.25=\frac{1}{4}$，$0.375=\frac{3}{8}$，$0.75=\frac{3}{4}$ 等.

例 3　计算：$0.7\times1\frac{2}{11}-6.6\times\frac{3}{7}-2.2\div\frac{7}{3}+0.7\times\frac{9}{11}+3.3\div\frac{7}{8}$

解　原式 $=\left(0.7\times1\frac{2}{11}+0.7\times\frac{9}{11}\right)+\left(-6.6\times\frac{3}{7}-2.2\times\frac{3}{7}+3.3\times\frac{8}{7}\right)$

$=0.7\times\left(1\frac{2}{11}+\frac{9}{11}\right)-6.6\times\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{7}-\frac{4}{7}\right)$

$$= 0.7 \times 2 - 6.6 \times 0$$

$$= 1.4.$$

说明　在进行有理数的混合运算时，若有公因子，一般可把公因子先提出，然后进行运算. 有时，可以利用一些因子之间的内在关系，如本例中的 6.6、3.3 和 2.2，适当变化后获得公因子，然后提出. 若公因子是负数，要特别注意提取后各项的符号应变号.

例 4　计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$

解　原式 $= \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\left(\frac{1}{64}+\frac{1}{64}\right)-\frac{1}{64}$

$$= \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\left(\frac{1}{32}+\frac{1}{32}\right)-\frac{1}{64}$$

$$= \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)-\frac{1}{64}$$

$$= \cdots\cdots$$

$$= \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{64}$$

$$= 1-\frac{1}{64}$$

$$= \frac{63}{64}.$$

说明　上例中，我们经过观察发现上式的特点是后一项是前一项的一半，因此，如果我们把后一项加上它本身，就可以得到前一项的值，因此，我们巧添了一个辅助数$\frac{1}{64}$，使问题得以顺利解决. 当然，在添加上$\frac{1}{64}$后不要忘了还应减去$\frac{1}{64}$. 其实，例 4 的解法还有很多，试举以下几种.

解法 2　设原式 $= S$，两边同乘以 64，则

$$64S = 32+16+8+4+2+1 = 63,$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongboo

因此　$S=\frac{63}{64}$,

即　　原式 $=\frac{63}{64}$.

解法 3　原式 $=\frac{1}{64}(32+16+8+4+2+1)$

$$=\frac{1}{64}\times 63$$

$$=\frac{63}{64}.$$

解法 4　设原式 $=S$，两边同乘以 $\frac{1}{2}$，则

$$\frac{1}{2}S=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128},$$

因此　$S-\frac{1}{2}S=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right.$

$$\left.+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}\right)$$

$$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{32}-\frac{1}{32}\right)+\left(\frac{1}{64}-\frac{1}{64}\right)-\frac{1}{128}$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{128}=\frac{63}{128},$$

即　$\frac{1}{2}S=\frac{63}{128}$，所以 $S=\frac{63}{64}$,

即　原式 $=\frac{63}{64}$.

想一想，上述几种解法分别利用了原式的什么特点？用了哪些技巧？特别是解法 4，更要仔细品味一下，用它可以解决很多类似问

题.

例 5　计算：(1) $1+2+3+4+\cdots+1\,997+1\,998+1\,999$

(2) $1-2+3-4+\cdots+1\,997-1\,998+1\,999$

解　(1) 令 $S=1+2+3+4+\cdots+1\,997+1\,998+1\,999$，

则 $S=1\,999+1\,998+1\,997+1\,996+\cdots+3+2+1$，

两式相加得

$$2S=(1+1\,999)+(2+1\,998)+(3+1\,997)+\cdots+(1\,999+1)$$

$$=\underbrace{2\,000+2\,000+\cdots+2\,000}_{\text{共}1\,999\text{个}}$$

$$=2\,000\times1\,999,$$

所以　$S=\dfrac{2\,000\times1\,999}{2}=1\,999\,000$，

即　原式 $=1\,999\,000$.

说明　上述算式的特点是：后一项减去前一项的差都相等. 这样的一列数，称为等差数列. 即若一列数 a_1，a_2，…，a_n，有 $a_{i+1}-a_i=d$(常数)，$(i=1,2,\cdots,n-1)$，则这列数称为等差数列，其中 a_1 称为首项，a_n 称为末项，n 为项数，d 为公差. 等差数列的和 $a_1+a_2+\cdots+a_n$ 的计算公式为：和 $=\dfrac{(\text{首项}+\text{末项})\times\text{项数}}{2}$.

有时，项数不能直接看出，可用下面的公式计算：

$$\text{项数}=\frac{\text{末项}-\text{首项}}{\text{公差}}+1.$$

(2) 原式 $=1+(-2+3)+(-4+5)+\cdots+(-1\,998+1\,999)$

$=1+1+\cdots+1$(共 1 000 个 1)

$=1\,000$.

说明　巧结合，可以简化运算，这是由本题的特点所决定的. 所以，在做题时，不要拿起笔就匆匆去做. 应先观察一下题目的特点，根据特点下手，往往有事半功倍的效果.

例 6　**计算**：$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{1\,999\times 2\,000}$

解　**原式**$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots$

$$+\left(\frac{1}{1\,999}-\frac{1}{2\,000}\right)$$

$$=1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\cdots$$

$$+\left(-\frac{1}{1\,999}+\frac{1}{1\,999}\right)-\frac{1}{2\,000}$$

$$=1-\frac{1}{2\,000}$$

$$=\frac{1\,999}{2\,000}.$$

说明　在做分数加减法运算时，根据特点，将其中一些分数适当拆开，使得拆开后的一些分数可以相互抵消，以达到简化运算的目的，这种方法叫拆项法. 本例中，我们把 $\frac{1}{n\times(n+1)}$ 拆成 $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 即有

$$\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

其他常用的拆项方法如：

(1) $\frac{d}{n\times(n+d)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$ $\left[\text{或}\frac{1}{n\times(n+d)}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right)\right]$. 它经常用于分母成等差数列，且公差为 d 的情形.

(2) $\frac{1}{n\times(n+1)\times(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left[\frac{1}{n\times(n+1)}-\frac{1}{(n+1)\times(n+2)}\right]$.

例 7　1 999 加上它的$\frac{1}{2}$得到一个数. 再加上所得的数的$\frac{1}{3}$又得

到一个数. 再加上这次得数的$\frac{1}{4}$又得到一个数,……,依此类推,一直加到上一次得数的$\frac{1}{1\,999}$,那么最后得到的数是多少?

解 由 1 999 加上它的$\frac{1}{2}$得 $1\,999\times\left(1+\frac{1}{2}\right)$,

再加上这数的$\frac{1}{3}$得 $1\,999\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)$,

依此类推,最后得到的数为

$$1\,999\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{1\,999}\right)$$

$$=1\,999\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{2\,000}{1\,999}$$

$$=1\,999\times\frac{2\,000}{2}$$

$$=1\,999\,000.$$

说明 在乘法运算过程中,约去同时在分子、分母出现的数,可以大大地简化计算. 从思想方法说,本例与例 6 有异曲同工之妙.

有理数的运算方法与技巧还有很多. 我们要善于分析算式的特点,灵活运用. 在不断的实践中,熟能生巧,把基本运算掌握好.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongboo

练　习　题

A　　组

一、计算题

1. $31\frac{2}{7}-22\frac{6}{13}+4\frac{5}{7}+11\frac{6}{13}$

2. $5\frac{6}{11}-3.125-7\frac{4}{7}-3\frac{4}{11}+8\frac{1}{8}-3\frac{6}{7}-2\frac{2}{11}+6\frac{3}{7}$

3. $-\frac{7}{11}\div 2.5\times(-0.75)\div(-1\frac{2}{5})\div\frac{3}{11}\times(-\frac{8}{13})$

4. $3.825\times\frac{1}{4}-1.825+0.25\times 3.825+3.825\times\frac{1}{2}$

5. $-7.2\times 0.125+0.375\times 1.1+3.6\times\frac{1}{2}-3.5\times 0.375$

6. $\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{3-\cfrac{1}{4-\cfrac{1}{5}}}}$

7. $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{8}+7\frac{1}{16}+9\frac{1}{32}$

8. $\frac{1}{1\,999}+\frac{2}{1\,999}+\frac{3}{1\,999}+\cdots+\frac{1\,998}{1\,999}$

9. $(7+9+11+\cdots+101)-(5+7+9+\cdots+99)$

10. $9+99+999+9\,999+99\,999+999\,999$

11. $3^{2\,000}-5\times 3^{1\,999}+6\times 3^{1\,998}$

12. $(-1)^{1\,998}+(-1)^{1\,999}+(-1)^{2\,000}+(-1)^{2\,001}$

13. $\frac{1}{5\times 9}+\frac{1}{9\times 13}+\frac{1}{13\times 17}+\cdots+\frac{1}{101\times 105}$

14. $1+2\frac{1}{6}+3\frac{1}{12}+4\frac{1}{20}+5\frac{1}{30}+6\frac{1}{42}+7\frac{1}{56}$

15. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$

B　　组

二、计算题

16. $(-3\ 333\ 333\ 333)^2$

17. $199\ 919\ 991\ 999\times 1\ 998-199\ 819\ 981\ 998\times 1\ 999$

18. $1+1\frac{1}{3}+1\frac{2}{3}+2+2\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}+3+\cdots+20$

19. $\frac{1}{1\times 2\times 3}+\frac{1}{2\times 3\times 4}+\cdots+\frac{1}{98\times 99\times 100}$

20. $\frac{1}{1\times 2\times 3\times 4}+\frac{1}{2\times 3\times 4\times 5}+\frac{1}{3\times 4\times 5\times 6}+\cdots+\frac{1}{17\times 18\times 19\times 20}$

21. $\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{16}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{2\ 500}\right)$

22. $1-\frac{2}{1\times(1+2)}-\frac{3}{(1+2)(1+2+3)}-\frac{4}{(1+2+3)(1+2+3+4)}-\cdots-\frac{100}{(1+2+\cdots+99)(1+2+\cdots+100)}$

测　试　题

一、计算题

1. $3\frac{1}{6}-4\frac{1}{7}+5\frac{1}{8}-6\frac{1}{6}+7\frac{1}{7}-8\frac{1}{8}$

2. $2.2\times(-2.1)+1.21\times 4.2-2.1\times 0.22$

3. $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{8}+\cdots+17\frac{1}{512}$

4. $1+2-3-4+5+6-7-8+\cdots+1\ 997+1\ 998-1\ 999-2\ 000$

5. $1+1\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2+2\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+3+\cdots+20$

6. $\frac{1}{1\times 6}+\frac{1}{6\times 11}+\frac{1}{11\times 16}+\cdots+\frac{1}{51\times 56}$

7. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}+\frac{1}{2+4+6}+\cdots+\frac{1}{2+4+6+\cdots+200}$

8. $(-1)^1+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{1999}$

9. $1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+1997^2-1998^2+1999^2$

10. $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{10}}$

二、解答题

11. 某班有 20 人，他们的数学成绩分别为：86，91，93，87，88，94，87，93，95，89，88，92，96，85，83，93，97，81，89，94. 求他们的平均成绩.

12. 1 999 减去它的 $\frac{1}{2}$，再减去余下的 $\frac{1}{3}$，再减去余下的 $\frac{1}{4}$，……，依此类推，一直到减去余下的 $\frac{1}{1999}$，那么最后剩下的数是多少？

第二讲　代数式的化简与求值(一)

一、知识要点和基本方法

代数式是用基本运算符号,把数和表示数的字母连接而成的式子.用数值代替代数式里的字母,按照代数式所给出的运算法则计算出结果,叫代数式的值,因此代数式的值是由其所含字母所取的值确定的,并随字母取值的变化而变化.但值得注意的是,代数式中字母取值时,不能使代数式没有意义.

代数式求值问题一般可直接将字母取值代入计算便可解决,但对于比较复杂的代数式,往往需要先化简再求值,有时还要用到代数变形、消元、设参数等数学方法.

二、例 题 精 讲

例 1　已知 x 是最大的负整数,y 是绝对值最小的有理数,求代数式 $3x^3-10x^2y+5xy^2-13y^3$ 的值.

解　因为 x 是最大的负整数,所以 $x=-1$.因为 y 是绝对值最小的有理数,所以 $y=0$.因此

$$\begin{aligned}&3x^3-10x^2y+5xy^2-13y^3\\=&3\times(-1)^3-10\times(-1)^2\times0\\&+5\times(-1)\times0^2-13\times0^3\\=&-3,\end{aligned}$$

即所求的代数式的值为 -3.

说明　对于比较简单的代数式求值,只要将字母的取值代入计

算，就可以解决问题. 当然，有时还需要知道一些常用的知识，如本例中最大的负整数，绝对值最小的有理数等.

例 2 已知当 $x=5$ 时，代数式 ax^2+bx-5 的值是 10，求 $x=5$ 时，代数式 ax^2+bx+5 的值.

解 因为当 $x=5$ 时，代数式 ax^2+bx-5 的值是 10，所以 $a\times5^2+b\times5-5=10$，即

$$5^2a+5b=15,$$

所以，当 $x=5$ 时，

$$\begin{aligned}&ax^2+bx+5\\=&5^2a+5b+5\\=&15+5\\=&20,\end{aligned}$$

即所求的代数式的值为 20.

说明 代数式 ax^2+bx+5 中含有三个字母，现只知 $x=5$，不知 a 与 b 的值，如果用直接代入计算的方法，还遇到一定的困难. 但仔细观察它与 ax^2+bx-5 之间的联系，求出 5^2a+5b 整体的值，便可解决问题.

例 3 已知代数式 ax^3+bx+c，当 $x=0$ 时的值为 2；当 $x=3$ 时的值为 1；求当 $x=-3$ 时，代数式的值.

解 因为当 $x=0$ 时，代数式的值为 2，所以有：$a\times0^3+b\times0+c=2$，即 $c=2$.

又因为当 $x=3$ 时代数式的值为 1，所以

$$1=a\times3^3+b\times3+2,$$

故

$$3^3a+3b=-1,$$

从而有

$$(-3)^3\cdot a+(-3)\cdot b=1.$$

所以，当 $x=-3$ 时，

$$ax^3+bx+c$$

$$=(-3)^3a+(-3)b+2$$

$$=1+2=3.$$

说明 当代数式中除 x 外，还有其他字母如 a、b、c（这些字母也称为参数）时，通常先根据已知条件将参数确定下来，然后求值. 但本例和例 2 中，根据已知条件，无法将参数全部确定. 但注意到本题的特点，所给的代数式是一个多项式，它除了常数项外，只含有 x 的奇数次项，根据奇次项的性质，$x=3$ 时的值与 $x=-3$ 时的值只差一个负号，从而解决本题. 利用奇、偶次项的性质来求代数式的值，是常用的方法. 如果本例中只含 x 的偶次项，那么情况又将如何呢？

例 4 如果不论 x 取什么值，代数式 $\frac{ax+3}{bx+4}$（分母不为零）都得到同样的值，那么 a 与 b 应满足什么条件？

解 因为不论 x 取什么值，代数式 $\frac{ax+3}{bx+4}$（分母不为 0）的值都相同，所以，我们取 $x=0$，得

$$\frac{ax+3}{bx+4}=\frac{a\times 0+3}{b\times 0+4}=\frac{3}{4},$$

即不论 x 取什么值，该代数式的值都为 $\frac{3}{4}$. 再取 $x=1$，得

$$\frac{ax+3}{bx+4}=\frac{a+3}{b+4}=\frac{3}{4},$$

所以

$$4(a+3)=3(b+4),$$

$$4a=3b.$$

且当 $4a=3b$ 时，显然有 $\frac{ax+3}{bx+4}=\frac{3}{4}$.

因此，a 与 b 应满足的条件为 $4a=3b$.

说明 本题抓住“不论 x 取什么值，代数式都得到同样的值”这一条件，分别取 x 的一些特殊值（如 $x=0$ 和 $x=1$），使问题得

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongboo