主编 / 魏有德

小学五年级

奥数

Aoshu Chujiduben 初级读本

（第4版）

5

四川大学出版社

奥数初级读本

（第四版）

小学五年级

主编　魏有德

四川大学出版社

责任编辑:黄文龙
责任校对:李文庆
封面设计:米茄设计工作室
插图设计:牟　平
责任印制:李　平

图书在版编目(CIP)数据

奥数初级读本．小学五年级/魏有德主编．—4版．成都:四川大学出版社,2004.8
ISBN 7-5614-2888-X

Ⅰ.奥…　Ⅱ.魏…　Ⅲ.数学课-小学-教学参考资料　Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第082617号

书名　奥数初级读本(第四版)
小学五年级

主编　魏有德
出版　四川大学出版社
地址　成都市一环路南一段24号(610065)
发行　各地新华书店
印刷　郫县犀浦印刷厂
开本　850mm×1 168mm　1/32
印张　9.375
字数　225千字
版次　2004年8月第4版
印次　2004年8月第1次印刷
印数　0 001~8 000册
定价　13.00元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。电话:85408408/85401670/85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回出版社调换。
◆网址:www.scupress.com.cn

前　言

新的全日制（九年）义务教育《数学课程标准》（中华人民共和国教育部制订（2001年），以下简称“新课标”）的颁布实施，给数学课的教育改革注入了新的血液和动力，它不仅为数学课新教材（人民教育出版社出版、北京师范大学出版社和华东师范大学出版社出版）和教学提出了总目标，也为数学课外活动的开展提供了基本准则。

《奥数初级读本》（第四版）就是在“新课标”和新教材（2002年经全国中小学教材审定委员会审查通过）基础上，努力实现“强调基础性，体现时代性，突出创新性，加强实践性，增强趣味性，扩大开放性”，对原版作了较大的修改。

本丛书的基本例题、练习题主要来自近两三年全国各地各类数学课外活动内容和竞赛试题（出处作了简略地注明：某年某地）。

本丛书严格按“新课标”各阶段的要求，同步进行内容的讲述。比如，三年级的“数的运算”只在“计算三位数的加减法，一位数乘三位数、

两位数乘两位数的乘法，三位数除以一位数的除法”界定内进行，四年级只限于“笔算三位数乘以两位数的乘法，三位数除以两位数的除法”。

本丛书删去了原版中不合“新课标”要求的一些知识（如带分数、繁分数等，它们在附录中的知识窗内另述，仅供参考)，这样就更便于辅导和学习。

本丛书根据“新课标”的要求“理解等式性质，会用等式性质解简单的方程”(而不是以前各类教材中用运算性质解简单的方程)，从五年级上期后半段开始就系统地介绍了这个解法，并在以后的各类典型应用题（特别是较繁、难的应用题）中，较多的应用了“列方程解法”，它既避免了有些问题的繁难的算术解法，又使读者能较好地由“算术”过渡到“代数”中去，为后继的中学数学学习打下了坚实的基础。

正如一位小读者刘应子在来信中所说：(一些问题）“有大量的公式要求掌握，可是用方程去解，岂不很好吗?”（许多题的）“解法过老了”(注：指某些类型应用题的较繁难的算术解法“过老了”)。的确，很多小学典型应用题（特别是竞赛中的应用题）用算术解法去解是较繁难的，而

用列方程解法就容易多了。

除上述四个新特点外，本丛书在编写过程中仍坚持了原有的几个基本原则：

以教材为依托，对义务教育基本要求的内容进行阶段性的小结，使读者能更好地掌握义务教育的基本内容。

以教材（主要取材于人民教育出版社版本）中的参考题和思考题为线索，对小学奥数内容进行系统的讲解，借以达到思维训练的目的，收到能力提高的效果。

严格与“新课标”和教材同步，基础知识不超前。坚持大众化和普及型，既方便老师、家长的辅导，又使学生易于学习和接受。

在配备练习方面，除了给出基本练习题 **A**组外，还提供了 **B**组练习题和参考题（几乎都是最近两三年各地课外活动的题目）供学生、教师选用。这些题目书末都附有答案。它们的“详解、多解”已同时出书，若需参考者可向书店或出版社、作者询问购买。

在本丛书的编写中，特邀了许多长期从事小学奥数辅导工作的中小学高级教师、特级教师参加（特别是成都市、重庆沙坪坝区、都江堰市、

内江市等地的奥数辅导老师)，他们为此套书的出版作了很大的贡献，在些表示感谢!

衷心感谢四川大学出版社的领导和编辑，没有他们的大力支持，此套书也难以跟读者见面。

本丛书是在贯彻义务教育和“新课标”前提下，加强对资优生和学有余力的学生实行课外教育活动的一种新尝试，虽几经易稿，但由于水平不高，不当（甚至错误）之处在所难免，恳请读者赐教!

谢谢!

魏有德

2004年 6月

成都：四川大学数学学院（610064)

目 录

五年级上期

五年级下期

五年级上期

第一讲 乘方和整数的表示法(二)

一、乘方

同一个数连加的简便计算方法是乘法,比如,

$$\underbrace{1994+1994+\cdots+1994}_{10个1994}=10\times1994=19940.$$

同一个数连乘,虽然现在还不能介绍简便的计算方法,但有一个简便的记法:用"乘方"表示.例如,

5×5记作5^2,读为"5的二次方"(习惯读为"5的平方");

$5\times5\times5$记作5^3,读为"5的三次方"(习惯读为"5的立方");

$\underbrace{5\times5\times\cdots\times5}_{n个5}$记作$5^n$,读为"5的$n$次方".

一般地,n个相同数a的连乘记作a^n,即

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{n个a}.$$

a^n读为"a的n次方",a^n中a叫做"底数",自然数n叫做"指数".习惯上,a^2又读作"a的平方",a^3又读作"a的立方",并且规定$a=a^1$,$a^0=1(a\neq0)$.

【例1】 $2^2=2\times2=4$; $3^4=3\times3\times3\times3=81$;

$10^2=10\times10=100$; $10^4=10\times10\times10\times10=10000$.

为使计算达到简化目的，现考察“乘方”的性质．

观察 $2^2\times2^3=(2\times2)\times(2\times2\times2)$

$=2\times2\times2\times2\times2=2^5=2^{2+3}$,

$a^3\times a^4=(a\times a\times a)\times(a\times a\times a\times a)$

$=a\times a\times a\times a\times a\times a\times a=a^7=a^{3+4}$,

可得出 $a^m\times a^n=a^{m+n}$（m，n为自然数），即有：

性质 1 同底数的“乘方”相乘，底数不变，指数相加．

【例 2】 $2\times2^2\times2^3\times\cdots\times2^{10}=2^{1+2+3+\cdots+10}=2^{55}$.

观察 $(3\times4)^2=(3\times4)\times(3\times4)$

$=3\times3\times4\times4=3^2\times4^2$;

$(a\times b)^3=(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)$

$=a\times a\times a\times b\times b\times b=a^3\times b^3$.

可得出 $(a\times b)^n=a^n\times b^n$（$n$为自然数），即有：

性质 2 乘积的“乘方”等于各因数的“乘方”相乘的积．

【例 3】 $(3\times5)^3=3^3\times5^3=27\times125=3375$,

$2^4\times5^4=(2\times5)^4=10^4=10000$（多简便！）

【例 4】 $(2^5-2^4)\times5^4=2^5\times5^4-2^4\times5^4=2\times(2^4\times5^4)-2^4\times5^4$

$=2\times(2\times5)^4-(2\times5)^4=(2\times5)^4=10^4=10000$.

二、整数的另一种表示法

利用“乘方”可以把整数用 10的乘方与相应位上的数字的积之和来表示．例如

$$34567=30000+4000+500+60+7$$
$$=3\times10000+4\times1000+5\times100+6\times10+7$$
$$=3\times10^4+4\times10^3+5\times10^2+6\times10+7;$$
$$25078=20000+5000+70+8$$
$$=2\times10000+5\times1000+7\times10+8$$

$$=2\times10^4+5\times10^3+7\times10+8$$

或 $$25078=2\times10^4+5\times10^3+0\times10^2+7\times10+8.$$

这种表示法实质上是把一个整数按 10的乘方依次拆分成若干部分,以便突出每一数位上的数字.在对整数进行研究时,这种表示法会带来很多方便,是十分有用的.

出于特殊需要,有时只要求对整数做局部的拆分.例如,只要求分离出 58643的末两位数时,就可以表示为

$$58643=586\times100+43=586\times10^2+43.$$

当各数位(或部分数位)上的数字是用字母表示的时候,在记数时应在它们上面划一横线,以便和字母表示的连乘区别.例如,四位数 $a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d$ 只能记为 $\overline{abcd}$,不能写为 $abcd$!

五位数 $2\times10^4+a\times10^3+5\times10^2+b\times10+c$ 只能记为 $\overline{2a5bc}$,不能写为 $2a5bc$!

反过来, $\overline{abcd}=a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d$,

$$\overline{2a5bc}=2\times10^4+a\times10^3+5\times10^2+b\times10+c.$$

有时也需要这样来表示:

$$\overline{abcd}=\overline{ab}\times10^2+\overline{cd} \quad 或 \quad \overline{ab}\times10^2+c\times10+d$$

或 $$a\times10^3+\overline{bcd} \quad 或 \quad a\times10^3+\overline{bc}\times10+d 等.$$

【例 5】 已知一个四位数的后两位数是 13,前两位数比后两位数的 3倍多 4,求这个四位数.

☞【解】 设这个四位数是 $\overline{ab13}$.由题给条件,有

$$\overline{ab}=3\times13+4=43,$$

所以,要求的四位数是 4313.

【例 6】 把一个两位数的个位与十位数字交换后得另一个新的两位数,新的两位数比原两位数少 63,求原两位数.

☞【解】 设原两位数是$\overline{ab}$,那么,新的两位数是$\overline{ba}$.

显然,a, b为不等于0的数字.

由已知可得$\overline{ab}=\overline{ba}+63$,即

$$a\times10+b=b\times10+a+63,$$

两边同减去$a+b$得

$$a\times10+b-(a+b)=b\times10+a+63-(a+b),$$

$$10\times a+b-a-b=10\times b+a+63-a-b,$$

$$9\times a=9\times b+63.$$

两边同除以9得 $a=b+7$.

因a, b为不等于0的数字,所以,只能$b=1$或2.

若$b=1$,则$a=8$; 若$b=2$,则$a=9$.

故所求的两位数为81或92.

想一想 利用右边的竖式,你能求出两位数$\overline{ab}$吗?
$$\begin{array}{r} ab \\ -\ ba \\ \hline 63 \end{array}$$

【例7】 有一个首位数为1的六位数.如果把首位数从最左移到最右,其余5个数的顺序不变,则新数是原数的3倍.由此可知,原数是________.(2001·四川)

☞【解】 设原六位数为$\overline{1abcde}$,则新六位数为$\overline{abcde1}$.

由已知"新六位数是原六位数的3倍"有

$$\overline{abcde1}=3\times\overline{1abcde},$$

则
$$\overline{abcde}\times10+1=3\times(1\times10^5+\overline{abcde}),$$

$$10\times\overline{abcde}+1=300000+3\times\overline{abcde},$$

等式两边同减去 $3\times\overline{abcde}+1$,有

$$10\times\overline{abcde}-3\times\overline{abcde}=300000-1,$$

$$(10-3)\times\overline{abcde}=300000-1,$$

[注:用乘法分配律有

$$10\times\overline{abcde}-3\times\overline{abcde}=(10-3)\times\overline{abcde}]$$

因而 $\overline{abcde}=(300000-1)\div(10-3)=42857$.

故原来的六位数是 142857.

【例 8】 有一个四位数,各位上的数字各不相同,它和它的反序数(所谓反序数就是将原来的数字顺序倒过来排列,例如 1234 的反序数为 4321)之和为一个五位数,且这个五位数的数字排列是以当中的数字为对称的.这样的四位数最大可以是______.

(2003 全国小数奥预赛)

☞【解】 设四位数为 $\overline{abcd}$,它的反序数为 $\overline{dcba}$(a,b,c,d 互不相同).

根据已知可令 $\overline{abcd}+\overline{dcba}=\overline{EFMFE}$(为对称数).

因为两个数字相加只能进 1,所以五位数的最高位数字 $E=1$,因而两个四位数的个位相加 $d+a$ 的个位也是 1.由此,根据要求 $\overline{abcd}$ 最大,则只有 $a=9$,$d=2$.

由 $\overline{9bc2}+\overline{2cb9}=\overline{1FMF1}$ 知,F 同时满足:

$F=1+(b+c)$ 的进位数, $F=1+(b+c)$ 的个位数,

因此,$(b+c)$ 的进位数 $=(b+c)$ 的个位数.

又因为要 $\overline{9bc2}$ 最大,满足上述条件的只有 $b=8$,$c=3$.

故合题条件的四位数最大可以是 9832.

练习一

A 组

1. 下面算式对吗?请把错的改正.

(1) $2^3=6$; (2) $2\times3^2=6^2=36$;

(3) $2^3\times2^5=2^{15}$; (4) $(7\times5)^3=7\times5^3$.

2.计算下面各式:

(1) $10^2\times10\times10^3$;　　(2) $2^2\times3^2\times5^2$;

(3) $2^6\times25^3$;　　(4) $(3\times5)^2\times(2\times5)^2\times2^2$.

3.填空:

(1) $\overline{9a3b5}=9\times10^{(\ )}+a\times(\quad)+3\times(\quad)+b\times(\quad)+5$.

(2) $620874=6\times(\quad)+2\times(\quad)+8\times(\quad)+7\times(\quad)+4$.

(3) $\overline{5ab4cde}=5\times(\quad)+\overline{ab}\times(\quad)+4\times(\quad)+\overline{cde}\times(\quad)$.

4.(1) $\overline{7a5b}$满足条件:$\overline{ab}=\overline{ba}$,且 $a+b=12$,求$\overline{7a5b}$.

(2) 2205乘以一个自然数 a($a\neq0$),乘积是一个整数的平方,那么 a最小是(　).(2001·天津)

5.(1)一个三位数,百位上的数字是十位上数字的 3倍,个位上的数字是百位上数字的 2倍,求出这个三位数.

(2)一个两位数,十位数字是个位数字的 3倍,如果把这个两位数减 36,所得到的数等于原数的十位数字与个位数字对调后的数,原数是(　　).(2001·天津)

B　组

1.(1)在一个两位数的两个数字之间添一个零,新数比原数多720,写出符合条件的全部两位数.

(2)一个三位数,个位和百位数字交换后还是一个三位数,它与原三位数的差的个位数字是 7,试求它们的差.(2003“希望杯”赛)

2.(1)一个四位数的四个数字之和是 10,千位上的数字最小,十位上的数字最大,并且四个数字不相等,符合条件的四位数有多少个?

(2)警察查找一辆肇事汽车的车牌号(四位数),一位目击者对数字很敏感,他提供情况说:“第一位数字最小,最后两位数是最大的两位偶数(双数),前两位数字的乘积的 4倍刚好比后两位数少

2'.警察由此判断该车牌号可能是______.(2003"希望杯"赛)

3.将一个四位数的数字顺序颠倒过来,得到一个新的四位数.如果新数比原数大7992,那么所有符合这样条件的四位数中原数最大的是______.(1999全国小数奥预赛)

4.(1)已知(□-△)×(□-△)=121,△=4,则□=(　　).(2000天津)

(2)从0,1,2,…,9这十个数字中,选九个填在下面的"□"内,组成三个三位数相加:

□□□+□□□+□□□

此和的最大值与最小值的差是几?

5.红、黄、蓝和白色卡片各一张,每张上写有一个数字,小明将这四张卡片按"$\boxed{红}$、$\boxed{黄}$、$\boxed{白}$、$\boxed{蓝}$"放置,使它们组成一个四位数,并计算这个四位数与它的数字之和的10倍的差.结果小明发现,无论白色卡片是什么数字,计算结果都是1998.问:红、黄、蓝三张卡片各是什么数字?

参考题

1.(1)由三个数字1,2,3组成的所有可能的三位数(不许数字重复)之和除以这三个数之和,其商是多少?

(2)一般地,由三个不全为零的数字a,b,c的所有可能排列的数(abc),(acb),…之和除以这三个数字之和,其商是多少?

(3)三位数$\overline{abc}$和它的反序数$\overline{cba}$的差被99除,商等于______与________的差.(2003"希望杯"赛)

2.(1)1234567654321×(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)是________的平方.(2002"祖冲之杯"赛)

(2)在下面的各数中,写上运算符号与一个小括号,使算式成

立.(2002 江苏吴江)

$$7^7\qquad 7^6\qquad 7^5\qquad 7^3\qquad 7^1=2002.$$

3.把七位数 $\overline{2abcdef}$ 变成 $\overline{abcdef2}$,已知新七位数比原七位数大 3591333,求原七位数.(2002“祖冲之杯”赛)

4.(1)一个四位数,它等于抹去它的首位数字之后剩下的三位数的 3 倍与 46 的差,这个数是__________.(2002 吉林)

(2)一个三位数,各位上数字之和是 17,百位上的数字比个位数字小 6.如果把个位上的数字与百位上的数字对调,十位上的数字不变,那么,得到的新数比原数的 4 倍多 3,则原来的三位数是(　　).(2003 江西婺源)

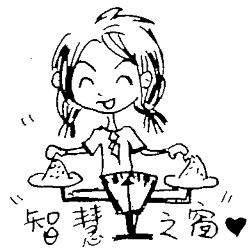
(3)一个两位数,将它的个位与十位的数字对调,得到新的两位数比原数大 54,原来的两位数是(　　)或(　　)或(　　).

(2003 天津)

5.一个三位数,它的百位上的数字是个位上数字的 4 倍,十位上的数字是百位、个位上的数字之和,这个三位数是__________.

(2002 广东中山)

趣说 2^n



1.棋盘上的麦粒

相传古印度一位国王打算赏赐一种象棋的发明人达依尔,由他随意要什么都行.达依尔说:

“这个棋盘上有 64 个格子,请国王在第一个格子里放 1 粒麦子,第二个格子里放 2 粒麦子,第三个格子里放 4 粒麦子,以后是 8,16,32,64,128,…这样两倍两倍地放下去,直到放满全部格子,我就只要这么多麦子.”