奥　　数

七年级（初一）

主　编　魏有德

副主编　唐德全　赵颖钧

　　　　王美明　张建鹏

参加编写老师

李晓玉　张德跃　程易明　李　玫

周砚田　张荣顺　何文锋　章　伟

刘春霖　卢建国　谢迁华　袁　健

吴　伟　安树纵　肖成勋

四川大学出版社

前　言

《奥数》（七、八、九年级）是根据教育部近期颁布的《数学课程标准》（简称“课标”）精神，各地依此编写的“新教材”的使用情况和中国数学会普委会制定的《初中数学竞赛大纲》（简称“竞赛大纲”）要求而编写的一套初中阶段数学课外自学丛书、数学竞赛辅导教材。

这套书具有这样几个显著特征：

1. 具有鲜明的时效性和时代性

这套书的所有例、习题几乎都是近几年全国各地的“中考题”和“竞赛题”，与时代同步、与时俱进。

在内容的安排上新增加了许多新知识，诸如“概率”、“统计”、“立体图形的投影和识别”、“三视图”等知识，书中都有准确而详细的介绍。

在题型上增加了许多“开放性”、“归纳性”、“探索性”、“讨论性”的新题型。

这套书还新增加了许多与市场经济和生活、工作有关的富有时代感的实用问题，它既能增加学生的社会知识，又能培养学生解决现代市场经济和科技活动中实际

问题的能力。

2. 具有紧密的“课内外”结合性

这套书坚持“巩固课内知识，深化课内知识，适当地延伸课内知识”原则，在选材和编写结构两方面都十分强调与当前初中课内数学教学的密切结合。

各册的第一、二部分内容是课内代数、几何知识的“巩固”、“深化”的结合部分，所用的例、习题绝大部分是“中考题”，少量的“竞赛题”也是基础性的（相当于“中考题”难度），有利于数学课外活动的开展和学生自学。各册的第三部分才是“适当的延伸课内知识”部分，但其中也有不少的例、习题是各地的“中考题”，这也从另一侧面说明这套书是课内外紧密结合的，学好它就能在“中考”、“竞赛”两方面都取得优异成绩。

3. 具有大众化普及型的实用性

由于这套书从选材到编写都十分注意与课内教学的紧密结合，并强调基础，不但各册的第一、二部分内容如此，即使第三部分（《竞赛大纲》要求的竞赛知识专讲）内容也侧重讲解竞赛知识的基础内容，不去刻意地“拔高”。同时，还特别注意前后知识的系统性、联系性和由浅入深的层次性，因而，这套书既方便学生自学，又便于老师进行竞赛辅导。

对读者几点建议和说明：

①我们每讲选编了七八个例题，若作辅导教材，老师只可选讲其中的四五个，其余的要留给学生“自己阅读”（这是我们为培养学生的自我阅读能力而有意安排的）；每讲的习题也只能要求学生侧重在【巩固练习】中选做几个，其余的让学有余力的优等生去选用，或竞赛前训练用。

②由于各地使用的课内教材不同，内容的先后安排也各异，所以，这套书每一册都是按“代数”、“几何”和“（补充）竞赛知识专讲”这三大部分来安排讲序的，使用时可根据课内教学进程来确定自己学习的先后次序。在第一部分“代数”、第二部分“几何”中，我们又是按照代数、几何各自的知识系统和先后次序来安排讲序的，从这个意义上讲，这套书是“与教材同步”的，是知识“不超前”的。

③由于各种课内新教材在平面几何内容的处理上存在差异，“淡化”和严格证明要求的“滞后”，使得在编写这部分内容时十分为难。为此，我们采用了“附注”的办法，即把这一讲所要使用的重要定理的证明附在讲末供读者参考。知道者可以不看，不知道者可以借鉴阅读。若作为辅导教材，则变为老师的讲解参考资料。这个处理办法使得我们既保持了平面几何内容的系统性、

完整性、严密性，又不致于“走过场”，也避免了过分要求理论证明的艰难处境。

这套书的几位副主编和绝大多数作者都是来自四川、重庆两省市教学和竞赛辅导第一线的中学老师，他们所具有的丰富教学经验和知识使得这套书的内容既切合实际，又适应当前开展各类数学课外活动需要。对他们的参与和支持，在此表示衷心的谢意！

感谢四川大学出版社领导和编辑对我们的支持和帮助！

魏有德

2005 年 5 月

于四川大学数学学院（610064）

目　　录

第一部分

第二部分

第三部分

第一部分

第一讲　有理数巧算

附：有理数的四大特性

一、知识要点

巧算有理数式子的方法很多，这里主要介绍如何利用凑整、约分、"不变性"、拆项等技巧方法.

实际应用问题中的有理数计算也是一个重要内容.

二、典型例解

1. 凑整法

"凑整"就是把"一些分数（或小数）凑成整数"，把"一些整数凑成 10 的整倍数"，使有理数式子容易计算出结果. 在凑整过程中，常用分解因数、提公因数等方法技巧.

【例 1】 (1)计算：$211\times(-455)+365\times455-211\times545+545\times365=$______. （2004·"希望杯"竞赛题）

(2)计算：$0.7\times1\frac{4}{9}+2\frac{3}{4}\times(-15)+0.7\times\frac{5}{9}+\frac{1}{4}\times(-15)$

$=$______. （2000·江苏竞赛题）

(3)计算：$\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}+1\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}=$______.

【解】 (1)原式$=455\times(365-211)+545\times(365-211)$

$=(365-211)\times(455+545)$

$=154\times1000=154000.$

注：也可以这样计算：

原式$=365\times(455+545)-211\times(455+545)$

$=(365-211)\times(455+545)$

$=154\times1000=154000.$

(2)原式$=0.7\times\dfrac{13+5}{9}-15\times\dfrac{11+1}{4}$

$=0.7\times2-15\times3=1.4-45=-43.6.$

(3)原式$=(1\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}-1)\times\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}+1\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}+\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}$

$=\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}-\underbrace{99\cdots9}_{2005个0}+1\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}+\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}$

$=\underbrace{99\cdots9}_{2005个9}\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}+1\underbrace{00\cdots0}_{2005个0}$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{2\times2005个0}.$

2. 约分

在较复杂的分数有理数式子的计算中，常利用约分化简.

【例2】 (1)计算：$\dfrac{(-135)\times(-271)+136}{(-136)\times(-271)-135}=$______.

(2)计算：$\dfrac{191919}{767676}-\dfrac{7676}{1919}=$______.（2001·“希望杯”竞赛题）

【解】 (1)原式$=\dfrac{135\times271+(271-135)}{136\times271-135}$

$$=\frac{(135+1)\times271-135}{136\times271-135}=1.$$

(2)**原式**$=\frac{19\times10101}{76\times10101}-\frac{76\times101}{19\times101}$

$$=\frac{19}{76}-\frac{76}{19}=\frac{1}{4}-4=-\frac{15}{4}.$$

注：一般地有$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$，$\overline{ababab}=\overline{ab}\times10101$，…，$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1001$，$\overline{abcabcabc}=\overline{abc}\times1001001$，…

3. **利用“不变性”**

这里主要是利用：

①**积的“不变性”，即如果** $a\cdot b=c$，**则**

$(a\cdot d)\cdot(b\div d)=c(d\neq0)$.

②**商的“不变性”，即如果** $a\div b=c$，**则**

$(a\cdot d)\div(b\cdot d)=c$，　$(a\div d)\div(b\div d)=c(d\neq0)$.

当然，也有“和的不变性”和“差的不变性”，即如果 $a+b=c$，**则**$(a+d)+(b-d)=c$；

如果 $a-b=c$，**则**$(a+d)-(b+d)=c$.

【例 3】　计算：

(1)$(13.672\times125+136.72\times12.25-1367.2\times1.875)\div17.09=$______.　　　　(2002·**“五羊杯”竞赛题**)

(2)$3700\div125-351\div25-647\div25=$______.

☞**【解】**

(1)**原式**$=(136.72\times12.5+136.72\times12.25-136.72\times18.75)\div17.09$

$=136.72\times(12.5+12.25-18.75)\div17.09$

$=136.72\times6\div17.09$

$=8\times17.09\times6\div17.09$

$=8\times6=48$.

(2)**原式**$=(3700\times8)\div(125\times8)-(351\times4)\div(25\times4)-(647\times4)\div(25\times4)$

$=29600\div1000-1404\div100-2588\div100$

$=29.6-14.04-25.88=-10.32$.

4.**拆项**

利用下面的拆项公式可简化一些有理数式子的计算.

$$\frac{1}{m\cdot n}=\frac{1}{m+n}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right) \text{ 或 } \frac{m+n}{m\cdot n}=\frac{1}{m}+\frac{1}{n},$$

$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

以及它的一般形式:

$$\frac{1}{n(n+m)}=\frac{1}{m}\times\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+m}\right) \text{ 或 } \frac{m}{n(n+m)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+m}.$$

【例4】 计算:

(1)$1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}+\frac{17}{72}=$______.

(2)$\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}=$______.

(3)$\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\cdots+\frac{1}{25\times28}=$______.

☞**【解】**

(1)**原式**$=\frac{1+3}{1\times3}-\frac{3+4}{3\times4}+\frac{4+5}{4\times5}-\frac{5+6}{5\times6}+\frac{6+7}{6\times7}-\frac{7+8}{7\times8}+\frac{8+9}{8\times9}$

$=(1+\frac{1}{3})-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})-(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}+\frac{1}{7})-(\frac{1}{7}+\frac{1}{8})+(\frac{1}{8}+\frac{1}{9})$

$=1+\frac{1}{9}=\frac{10}{9}$.

(2)**原式**$=\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}+\frac{1}{10\times11}$

$=(\frac{1}{7}-\frac{1}{8})+(\frac{1}{8}-\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}-\frac{1}{10})+(\frac{1}{10}-\frac{1}{11})$

$=\frac{1}{7}-\frac{1}{11}=\frac{4}{77}$.

(3)**原式**$=\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{4})+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{4}-\frac{1}{7})+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{7}-\frac{1}{10})+$

$\cdots+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{25}-\frac{1}{28})$

$=\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{28})=\frac{1}{3}\times\frac{27}{28}=\frac{9}{28}$.

5. **整体代换化简法**

从式子的整体角度考察．把部分式子用字母代替后，再进行化简求值．

【例5】　计算：$(\frac{451}{145}+\frac{574}{354}-\frac{753}{975}+\frac{145}{451})\times(\frac{574}{357}-\frac{753}{975})-(\frac{451}{145}+\frac{574}{354}-\frac{753}{975})\times(\frac{574}{357}-\frac{753}{975}+\frac{145}{451})$.

☞**【解】　令** $a=\frac{451}{145}+\frac{574}{354}-\frac{753}{975}$，　$b=\frac{574}{357}-\frac{753}{975}$.

则　　**原式**$=(a+\frac{145}{451})\times b-a\times(b+\frac{145}{451})$

$=ab+\frac{145}{451}\times b-ab-a\times\frac{145}{451}$

$=\frac{145}{451}\times(b-a)=\frac{145}{451}\times(-\frac{451}{145})$

$=-1$

6. **应用问题**

【例6】　某商场对顾客实行优惠，规定：

①如一次购物不超过200元,则不予折扣;

②如一次购物超过200元但不超过500元的,按标价给予九折优惠;

③如一次购物超过500元的,其中500元按②条给予优惠,超过500元的部分则给予八折优惠.

某人两次购物,分别付款168元与423元.如果他是一次购买同样的商品,则付款应是(　　).

(A)522.8元　(B)510.4元　(C)560.4元　(D)472.8元

(2001·全国初中联赛题)

【解】显然,168(元)小于 $200\times90\%=180$(元),没有经过打折.

423(元)小于 $500\times90\%=450$(元),且大于200(元),所以423元是经过9折后的价格.

合在一起原价是 $168+423\div90\%=638$(元).由于 $638>500$,所以,他若是一次购买同样的商品时,要按③条(优惠)付款,为

$$500\times90\%+(638-500)\times80\%=560.4(\text{元}).$$

故应选(C).

【例7】 某学生在军训中进行打靶训练,要求射击10次。该同学在第6、第7、第8、第9次射击中,分别得了9.0环、8.4环、8.1环、9.3环,他的前9次射击所得的平均环数高于前5次射击所得的平均环数.如果他要使10次射击的平均环数超过8.8环,那么,他在第10次射击中至少要得多少环?(每次射击所得环数都精确到0.1环)

(2001·全国初中竞赛题)

☞【解】 由题设知,第6~9次(共4次)的平均环数为

$$(9.0+8.4+8.1+9.3)\div4=8.7(\text{环}),$$

而前5次的平均环数小于8.7(环),因而,他的前9次的总环数至多为

$8.7\times9-0.1=78.2$(环).

如果他要使 10 次射击的平均环数超过 8.8 环(即总环数超过 8.8×10 环),则第 10 次射击至少要得

$8.8\times10+0.1-78.2=9.9$(环).

7. 其他

【例 8】 (1)要使不等式$\cdots a^7<a^5<a^3<a<a^2<a^4<a^6<\cdots$成立,有理数 a 的取值范围是(　　).

(A)$0<a<1$　　(B)$a>1$

(C)$-1<a<0$　　(D)$a<-1$

(2001 · 河北竞赛题)

(2)a 与 b 之和的倒数的 2003 次方等于 1,a 的相反数与 b 之和的 2005 次方也等于 1,则 $a^{2003}+b^{2004}=$(　　).

(A)2^{2005}　　(B)2　　(C)1　　(D)0

(2004 · "希望杯"竞赛题)

☞【解】 (1)(D). 因为 $a<-1<0$, $|a|>1$,则 a^{2n-1} 的方次越大,其值越小(因而有$\cdots a^7<a^5<a^3<a$),a^{2n} 的方次越大其值越大(因而有 $a^2<a^4<a^6<\cdots$),故应选(D).

(2)(C). 由已知有

$$\left(\frac{1}{a+b}\right)^{2003}=1, \quad ①$$

$$(-a+b)^{2005}=1. \quad ②$$

①式即为 $(a+b)^{2003}=1$,则 $a+b=1$(因 2003 为奇数).　③

②式即为 $-a+b=1$(因 2005 为奇数).　④

则由③+④得 $(a+b)+(-a+b)=1+1$,即 $2b=2$,故 $b=1$,因而由③得

$$a=1-b=1-1=0.$$

故　$a^{2003}+b^{2004}=0^{2003}+1^{2004}=1$,应选(C).

习 题 1

【巩固练习】

1. **计算：**

(1) $908\times501-[731\times1389-(547\times236+842\times731-495\times361)]=$______. （2000 · **"五羊杯"竞赛题**）

(2) $(1-\frac{1}{2})(\frac{1}{3}-1)(1-\frac{1}{4})(\frac{1}{5}-1)\cdots(1-\frac{1}{2000})(\frac{1}{2001}-1)=$______. （2001 · **大连竞赛题**）

(3) $\dfrac{2003^2-4004\times2003+2002\times4008-2003\times2004}{2003^2-3005\times2003-2003\times2005+2005\times3005}=$______. （2004 · **"希望杯"竞赛题**）

(4) $0.0938\times6210-[210\times0.0068+(13.9\times15.7+0.63\times278-1.57\times76)\div15]=$______. （2001 · **"五羊杯"竞赛题**）

2. (1) **计算：** $(285\frac{6}{7}+181\frac{10}{11}+153\frac{12}{13})\div(\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13})=$______. （2001 · **"五羊杯"竞赛题**）

(2) **已知** $a=-\dfrac{1999\times1999-1999}{1998\times1998+1998}$,

$b=-\dfrac{2000\times2000-2000}{1999\times1999+1999}$, $c=-\dfrac{2001\times2001-2001}{2000\times2000+2000}$,

则 $abc=$(　　).

(A) -1　　(B) 3　　(C) -3　　(D) 1

（2000 · **"希望杯"竞赛题**）

(3) **计 算：** $\dfrac{3\times2\div5+0.4+9\times4\div10+1.6+21\times6\div15}{7\times10\div25+1.2+8\times14\div35+22\div55}=$

______. (2002·"五羊杯"竞赛题)

3. 选择：

(1) $(-1)^{2003}-(-1)^{2002}$的值是( ).

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -2

(2) 如果 $a^{2003}+b^{2003}=0$，那么，( ).

(A) $(a+b)^{2003}=0$ (B) $(a-b)^{2003}=0$

(C) $(a\cdot b)^{2003}=0$ (D) $(|a|+|b|)^{2003}=0$

(3) a 为有理数，下列说法中正确的是( ).

(A) $(a+\frac{1}{2003})^2$ 为正数 (B) $-(a-\frac{1}{2003})^2$ 为负数

(C) $a+(\frac{1}{2003})^2$ 为正数 (D) $a^2+\frac{1}{2003}$为正数

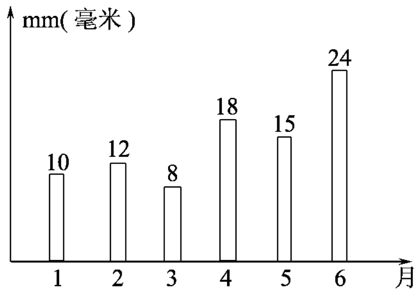
(2003·"希望杯"竞赛题)

4. (1) 同学们参加高空气球飞行实验，据实验的设计者介绍：气球的高度每增加 1 千米，其温度将下降 6℃. 现测得地面的温度是 8℃，高空气球的温度是 -3℃，则这个实验气球的飞行高度大约是______千米.（保留至小数点后两位）

(2004·"希望杯"竞赛题)

(2) 某地上半年各月降雨量如右图所示，那么在该地 25 平方千米的范围内，上半年平均每月降雨______立方米.（用科学记数法表示）

(2004·"希望杯"竞赛题)



5. (1) 银行整存整取一年期定期存款年利率是 2.25%，某人 1999 年 12 月 3 日存入 1000 元，2000 年 12 月 3 日支取时本息和是____元，国家利息税税率是

20%，交纳利息税后还有____元. (2000·江苏竞赛题)

(2)2001年某种进口轿车每辆标价40万元人民币，买此种车时还需另外交纳汽车标价的80%的关税，我国加入WTO后，进口车的关税将逐渐下降，预计到2006年7月1日，关税降到25%. 又因为科技的发展使成本降低，到2006年7月1日，该种车的标价降到2001年的65%，那么2006年7月1日后买一辆这种轿车将比2001年少付人民币____万元. (2002·"希望杯"竞赛题)

【提高练习】

6.(1)计算：$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\cdots+\frac{1}{17\times19}=$______.

(2) $\dfrac{1\frac{2}{3}-4.5}{-\frac{1}{2}\times1.\dot{3}}-\dfrac{(1-2)^2}{\left|-\frac{5}{23}\right|}=$(　　). (2003·"希望杯"竞赛题)

(A)$-\frac{7}{20}$　(B)$-\frac{122}{45}$　(C)$-\frac{177}{20}$　(D)$-\frac{292}{45}$

(3) $\dfrac{2\div3\div7+4\div6\div14+14\div21\div49}{4\div7\div9+8\div14\div18+28\div49\div63}=$______.

(2000·"五羊杯"竞赛题)

7.(1)化简$-\dfrac{2^{n+4}-2(2^n)}{2(2^{n+3})}$，得(　　).

(A)$2^{n+1}-\frac{1}{8}$　(B)-2^{n+1}　(C)$\frac{7}{8}$　(D)$\frac{7}{4}$

(2001·全国初中竞赛题)

(2)若 $a=-\frac{2004}{2003}$，　$b=-\frac{2003}{2002}$，　$c=-\frac{2002}{2001}$，则(　　).

(A)$a<b<c$　(B)$c<b<a$　(C)$c<a<b$　(D)$b<a<c$

(2003·"希望杯"竞赛题)