

2006

最新数学高考、数学联赛全卷试题
及分类析解

图书在版编目(CIP)数据

2006 最新数学高考、数学联赛全卷试题及分类析解/
李庆胜主编. —济南:山东科学技术出版社,2006.9
ISBN 7-5331-3541-5

I. 2... II. 李... III. 数学课—高中—试题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 099334 号

2006 最新数学高考、数学联赛全卷试题
及分类析解

出版者:山东科学技术出版社
地址:济南市玉函路 16 号
邮编:250002 电话:(0531)82065109
网址:www.lkj.com.cn
电子邮件:sdkj@jn-pubic.sd.cninfo.net

发行者:山东科学技术出版社
地址:济南市玉函路 16 号
邮编:250002 电话:(0531)82020432

印刷者:山东新华印刷厂临沂厂
地址:临沂市高新开发区
邮编:276002 电话:(0539)2925888

开本:787mm×1092mm 1/16
印张:19
版次:2006 年 9 月第 4 版第 4 次印刷

ISBN 7-5331-3541-5
定价: 元

0 · 110

本书特色

继《数学高考、数学联赛全卷试题及分类析解》(1999~2003、2004、2005)出版之后,本书给出了自2005年10月至2006年6月间全国高中数学联赛和全国春季、夏季高考的全部36套试题全卷,为同类资料之最全。读者可以从中了解、把握高考的整体要求,也便于进行自我测试。

本书对全部试题进行析解。析解不仅保留了原标准答案,还给出了具有思想方法性、新颖性的其他多种解法,并对解题思路给出了必要的分析和说明,为同类资料之最细。本书便于读者总结和把握知识结构、方法结构,便于读者提高分析问题和解决问题的能力。

本书对试题的析解分章节、按专题并按新课标教学和2007年高考大纲的顺序进行编排,又与同类资料所不群。本书不仅是高三学生备考之必读,同时也是高一、高二同学章节学习和复习所必备。实践证明:只有在高一、高二的学习中,分章节、按专题地了解、熟悉和把握高考的要求,才会在高三复习时从容、主动,才会在高考中稳操胜券。

本书约请专家与山东省实验中学、历城二中、济钢高中、济南一中、济南二中、济南三中等校优秀骨干教师编写。本书凝聚了他们教学、辅导的心血经验,使本书更贴切学生的学习实际,更便于学生理解和掌握。

毋庸置疑,本书也为任课教师提供了一本资料性、工具性兼备的有价值的参考资料。

编 者

李庆胜	刘新利	陈 军	苗 斌	张 东	龚洪戈
石 磊	王学红	张方水	王 英	王 晶	王义东
马炳新	王金勇	王爱芹	卢 彦	田广明	朱 强
孙 颜	李伟红	李 芄	李善军	宋中华	何 娟
吴建广	张庆国	张永花	张铁燕	范 佳	范雪岩
杨 芳	季宝强	高桂珍	袁继东	盛喜鑫	盛喜威
梁金心	董凤菊	温崇祥	温连涛	舒美玉	

目 录

试 卷

2006 年普通高等学校春季招生考试(上海卷)	(1)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 I)(文史类)	(2)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 I)(理工类)	(4)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 II)(文史类)	(6)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷 II)(理工农医类)	(8)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)(文史类)	(10)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)(理工类)	(12)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)(文史类)	(14)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)(理工类)	(16)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(江苏卷)	(18)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(安徽卷)(文史类)	(20)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(安徽卷)(理工类)	(22)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(江西卷)(文史类)	(25)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(江西卷)(理工类)	(27)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)(文史类)	(30)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)(理工类)	(32)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(福建卷)(文史类)	(34)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(福建卷)(理工农医类)	(35)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)	(38)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)(文史类)	(40)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)(理工农医类)	(42)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖北卷)(文史类)	(44)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(湖北卷)(理工农医类)	(46)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)(文史类)	(49)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)(理工农医类)	(51)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(陕西卷)(文史类)	(53)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(陕西卷)(理工类)	(55)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)(文史类)	(57)

2006 年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)(理工农医类)	(58)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)(文史类)	(60)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)(理工类)	(62)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)(文史类)	(64)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)(理工类)	(66)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(上海卷)(文史类)	(69)
2006 年普通高等学校招生全国统一考试(上海卷)(理工农医类)	(70)
2005 年全国高中数学联赛	(73)

分 类 析 解

第一章 集合	(75)
第二章 函数	(78)
一、函数、映射的概念,函数的解析式、定义域、图象	(78)
二、函数的奇偶性、对称性等	(80)
三、函数的单调性、最值、值域	(81)
四、函数与方程	(85)
第三章 指数函数与对数函数	(88)
一、指数运算与对数运算,指数方程与对数方程	(88)
二、指数函数的图象、性质	(88)
三、对数函数的图象、性质	(89)
四、反函数	(92)
第四章 立体几何初步	(96)
一、空间几何体	(96)
(一) 多面体	(96)
(二) 球	(97)
(三) 表面积与体积	(98)
二、点、直线、平面之间的位置关系	(100)
第五章 解析几何初步	(106)
一、直线与方程	(106)
二、圆与方程	(107)
(一) 圆的方程	(107)
(二) 直线和圆的位置关系	(107)
第六章 统计	(111)

第七章 三角函数与平面向量	(113)
一、任意角的三角函数,同角三角函数的基本关系式和诱导公式	(113)
二、三角函数的图象和性质(I)	(113)
三、平面向量	(117)
(一)平面向量的概念与线性运算	(117)
(二)平面向量的分解与坐标运算	(119)
(三)平面向量的数量积	(120)
(四)平面向量的综合问题	(124)
四、三角恒等变换	(125)
五、三角函数的图象和性质(II)	(128)
第八章 解三角形	(135)
第九章 数列	(140)
一、等差数列	(140)
二、等比数列	(145)
三、数列综合问题	(147)
第十章 不等式	(158)
一、不等关系	(158)
二、解不等式	(159)
三、简单线性规划问题	(160)
四、利用不等式求最值	(165)
五、不等式综合问题和应用问题	(167)
第十一章 常用逻辑用语	(170)
充分必要条件	(170)
第十二章 圆锥曲线方程	(175)
一、椭圆	(175)
二、双曲线	(177)
三、抛物线	(181)
四、直线与圆锥曲线	(183)
(一)直线与圆锥曲线的公共点的个数	(183)
(二)直线与椭圆相交	(183)
(三)直线与双曲线相交	(191)
(四)直线与抛物线相交	(196)
(五)两条圆锥曲线的交点	(203)

(六) 圆锥曲线的切线	(204)
(七) 极坐标	(209)
第十三章 空间向量与立体几何	(210)
一、空间向量	(210)
二、求角与距离	(210)
第十四章 导数及其应用	(244)
一、极限与连续	(244)
二、导数的概念及其几何意义, 导数的运算	(248)
三、导数在研究函数中的应用	(249)
四、综合问题	(261)
五、应用问题	(264)
第十五章 复数	(266)
第十六章 计数原理	(269)
一、排列与组合	(269)
二、二项式定理	(273)
第十七章 概率	(279)
一、古典概率	(279)
二、概率分布	(287)
三、正态分布	(293)

2006年普通高等学校春季招生考试(上海卷)

一、填空题(本大题满分48分)

1. 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{4n+3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 方程 $\log_3(2x-1)=1$ 的解 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 函数 $f(x)=3x+5, x \in [0,1]$ 的反函数 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 不等式 $\frac{1-2x}{x+1} > 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知圆 $C: (x+5)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 和直线 $l: 3x + y + 5 = 0$. 若圆 C 与直线 l 没有公共点, 则 r 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数. 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = x - x^4$, 则当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 电视台连续播放6个广告, 其中含4个不同的商业广告和2个不同的公益广告, 要求首尾必须播放公益广告, 则共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种不同的播放方式(结果用数值表示).

8. 正四棱锥底面边长为4, 侧棱长为3, 则其体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=8, AC=5$, 三角形面积为12, 则 $\cos 2C = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 若向量 a, b 的夹角为 $150^\circ, |a| = \sqrt{3}, |b| = 4$, 则 $|2a+b| = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知直线 l 过点 $P(2,1)$, 且与 x 轴、 y 轴的正半轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则三角形 OAB 面积的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 同学们都知道, 在一次考试后, 如果按顺序去掉一些高分, 那么班级的平均分将降低; 反之, 如果按顺序去掉一些低分, 那么班级的平均分将提高. 这两个事实可以用数学语言描述为: 若有限数列 a_1, a_2, \dots, a_n 满足 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, 则 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结论用数学式子表示).

二、选择题(本大题满分16分)

13. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点坐标为()

- (A) (0,1) (B) (1,0) (C) (0,2) (D) (2,0)

14. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}, a > b$, 则下列不等式成立的是()

- (A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (B) $a^2 > b^2$ (C) $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$ (D) $a|c| > b|c|$

15. 若 $k \in \mathbf{R}$, 则“ $k > 3$ ”是“方程 $\frac{x^2}{k-3} - \frac{y^2}{k+3} = 1$ 表示双曲线”的()

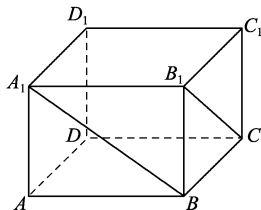
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

16. 若集合 $A = \{y | y = x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}, B = \{y | y = 2 - \frac{1}{x}, 0 < x \leq 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于()

- (A) $(-\infty, 1]$ (B) $[-1, 1]$ (C) \emptyset (D) $\{1\}$

三、解答题(本大题满分86分)本大题共有6题, 解答下列各题必须写出必要的步骤.

17. (本题满分12分) 如右图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $DA = DC = 4, DD_1 = 3$, 求异面直线 A_1B 与 B_1C 所成角的大小(结果用反三角函数值表示).



18. (本题满分12分) 已知复数 w 满足 $w - 4 = (3 - 2w)i$ (i 为虚数单位),

$z = \frac{5}{w} + |w - 2|$, 求一个以 z 为根的实系数一元二次方程.

19. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分8分, 第2小题满分6分.

已知函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos x, x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

(I) 若 $\sin x = \frac{4}{5}$, 求函数 $f(x)$ 的值; (II) 求函数 $f(x)$ 的值域.

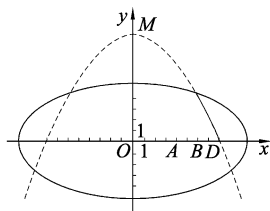
20. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

学校科技小组在计算机上模拟航天器变轨返回试验. 设计方案如图: 航天器

运行(按顺时针方向)的轨迹方程为 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$, 变轨(即航天器运行轨迹由椭圆

变为抛物线)后返回的轨迹是以 y 轴为对称轴, $M\left(0, \frac{64}{7}\right)$ 为顶点的抛物线的实线

部分, 降落点为 $D(8, 0)$. 观测点 $A(4, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 同时跟踪航天器.



(I) 求航天器变轨后的运行轨迹所在的曲线方程;

(II) 试问: 当航天器在 x 轴上方时, 观测点 A 、 B 测得离航天器的距离分别为多少时, 应向航天器发出变轨指令?

21. (本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分.

设函数 $f(x) = |x^2 - 4x - 5|$.

(I) 在区间 $[-2, 6]$ 上画出函数 $f(x)$ 的图象;

(II) 设集合 $A = \{x | f(x) \geq 5\}$, $B = (-\infty, -2] \cup [0, 4] \cup [6, +\infty)$. 试判断集合 A 和 B 之间的关系, 并给出证明;

(III) 当 $k > 2$ 时, 求证: 在区间 $[-1, 5]$ 上, $y = kx + 3k$ 的图象位于函数 $f(x)$ 图象的上方.

22. (本题满分 18 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 8 分, 第 3 小题满分 6 分.

已知数列 a_1, a_2, \dots, a_{30} , 其中 a_1, a_2, \dots, a_{10} 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列; $a_{10}, a_{11}, \dots, a_{20}$ 是公差为 d 的等差数列; $a_{20}, a_{21}, \dots, a_{30}$ 是公差为 d^2 的等差数列 ($d \neq 0$).

(I) 若 $a_{20} = 40$, 求 d ;

(II) 试写出 a_{30} 关于 d 的关系式, 并求 a_{30} 的取值范围;

(III) 续写已知数列, 使得 $a_{30}, a_{31}, \dots, a_{40}$ 是公差为 d^3 的等差数列, \dots , 依次类推, 把已知数列推广为无穷数列. 提出同(II)类似的问题((II)应当作为特例), 并进行研究, 你能得到什么样的结论?

解答索引

试题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
页码	247	88	95	160	110	81	272	100	139	124	106
题号	16	4	42	11	24	11	21	22	15	47	4
试题	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
页码	158	182	159	174	77	242	267	134	203	79	144
题号	4	32	5	20	19	39	15	83	58	7	20

2006年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷I)(文史类)

一、选择题

1. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 4$, 且 $a \cdot b = 2$, 则 a 与 b 的夹角为 ()

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

2. 设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$, 则 ()

(A) $M \cap N = \emptyset$ (B) $M \cap N = M$ (C) $M \cup N = M$ (D) $M \cup N = \mathbf{R}$

3. 已知函数 $y = e^x$ 的图象与函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称,则()

(A) $f(2x) = e^{2x} (x \in \mathbf{R})$ (B) $f(2x) = \ln 2 \cdot \ln x (x > 0)$
 (C) $f(2x) = 2e^x (x \in \mathbf{R})$ (D) $f(2x) = \ln x + \ln 2 (x > 0)$

4. 双曲线 $mx^2 + y^2 = 1$ 的虚轴长是实轴长的 2 倍,则 $m =$ ()

(A) $-\frac{1}{4}$ (B) -4 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$

5. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_7 = 35$,则 $a_4 =$ ()

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5

6. 函数 $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的单调增区间为()

(A) $\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right), k \in \mathbf{Z}$ (B) $(k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$
 (C) $\left(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$ (D) $\left(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$

7. 从圆 $x^2 - 2x + y^2 - 2y + 1 = 0$ 外一点 $P(3, 2)$ 向这个圆作两条切线,则两切线夹角的余弦值为()

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 0

8. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 a, b, c 成等比数列,且 $c = 2a$,则 $\cos B =$ ()

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

9. 已知各顶点都在一个球面上的正四棱柱高为 4,体积为 16,则这个球的表面积是()

(A) 16π (B) 20π (C) 24π (D) 32π

10. 在 $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^{10}$ 的展开式中, x^4 的系数为()

(A) -120 (B) 120 (C) -15 (D) 15

11. 抛物线 $y = -x^2$ 上的点到直线 $4x + 3y - 8 = 0$ 距离的最小值是()

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) 3

12. 用长度分别为 2、3、4、5、6(单位:cm)的 5 根细木棒围成一个三角形(允许连接,但不允许折断),能够得到的三角形的最大面积为()

(A) $8\sqrt{5} \text{ cm}^2$ (B) $6\sqrt{10} \text{ cm}^2$ (C) $3\sqrt{55} \text{ cm}^2$ (D) 20 cm^2

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在横线上.

13. 已知函数 $f(x) = a - \frac{1}{2^x + 1}$,若 $f(x)$ 为奇函数,则 $a =$ _____.

14. 已知正四棱锥的体积为 12,底面对角线的长为 $2\sqrt{6}$,则侧面与底面所成的二面角等于 _____.

15. 设 $z = 2y - x$,式中变量 x, y 满足下列条件 $\begin{cases} 2x - y \geq -1, \\ 3x + 2y \leq 23, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则 z 的最大值为 _____.

16. 安排 7 位工作人员在 5 月 1 日到 5 月 7 日值班,每人值班一天,其中甲、乙二人都不能安排在 5 月 1 日和 2 日,不同的安排方法共有 _____ 种.(用数字作答)

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_3 = 2, a_2 + a_4 = \frac{20}{3}$,求 $\{a_n\}$ 的通项式.

18. (本小题满分 12 分) $\triangle ABC$ 的三个内角为 A, B, C ,求当 A 为何值时, $\cos A + 2\cos \frac{B+C}{2}$ 取得最大值,并求出这个最大值.

19. (本小题满分12分) A, B 是治疗同一种疾病的两种药,用若干试验组进行对比试验.每个试验组由4只小白鼠组成,其中2只服用 A ,另2只服用 B ,然后观察疗效.若在一个试验组中,服用 A 有效的小白鼠的只数比服用 B 有效的多,就称该试验组为甲类组.设每只小白鼠服用 A 有效的概率为 $\frac{2}{3}$,服用 B 有效的概率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求一个试验组为甲类组的概率;

(II) 观察3个试验组,求这3个试验组中至少有一个甲类组的概率.

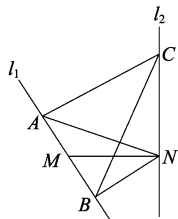
20. (本小题满分12分) 如图, l_1, l_2 是互相垂直的异面直线, MN 是它们的公垂线段.

点 A, B 在 l_1 上, C 在 l_2 上, $AM=MB=MN$.

(I) 证明 $AC \perp NB$; (II) 若 $\angle ACB=60^\circ$, 求 NB 与平面 ABC 所成角的余弦值.

21. (本小题满分12分) 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 短轴的一个端点, Q 为椭圆上的一个动点, 求 $|PQ|$ 的最大值.

22. (本小题满分14分) 设 a 为实数, 函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + (a^2 - 1)x$ 在 $(-\infty, 0)$ 和 $(1, +\infty)$ 都是增函数, 求 a 的取值范围.



解答索引

试题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
页码	120	75	92	177	140	113	107	135	98	273	181
题号	27	1	25	8	1	4	10	1	11	24	26
试题	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
页码	135	88	210	160	269	145	128	279	210	175	249
题号	2	6	2	13	2	21	63	1	3	1	25

2006年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷I)(理工类)

一、选择题:本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$, 则()

- (A) $M \cap N = \emptyset$ (B) $M \cap N = M$ (C) $M \cup N = M$ (D) $M \cup N = \mathbf{R}$

2. 已知函数 $y = e^x$ 的图象与函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则()

- (A) $f(2x) = e^{2x} (x \in \mathbf{R})$ (B) $f(2x) = \ln 2 \cdot \ln x (x > 0)$
 (C) $f(2x) = 2e^x (x \in \mathbf{R})$ (D) $f(2x) = \ln x + \ln 2 (x > 0)$

3. 双曲线 $mx^2 + y^2 = 1$ 的虚轴长是实轴长的2倍, 则 $m =$ ()

- (A) $-\frac{1}{4}$ (B) -4 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$

4. 如果复数 $(m^2 + i)(1 + mi)$ 是实数, 则实数 $m =$ ()

- (A) 1 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

5. 函数 $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的单调增区间为()

- (A) $\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right), k \in \mathbf{Z}$ (B) $(k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$

- (C) $\left(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$ (D) $\left(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$

6. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 a, b, c 成等比数列, 且 $c = 2a$, 则 $\cos B =$ ()

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7. 已知各顶点都在一个球面上的正四棱柱高为4, 体积为16, 则这个球的表面积是()

- (A) 16π (B) 20π (C) 24π (D) 32π

8. 抛物线 $y = -x^2$ 上的点到直线 $4x + 3y - 8 = 0$ 距离的最小值是()

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) 3

9. 设平面向量 a_1, a_2, a_3 的和 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$. 如果平面向量 b_1, b_2, b_3 , 满足 $|b_i| = 2|a_i|$, 且 a_i 顺时针旋转 30° 后与 b_i 同向, 其中 $i = 1, 2, 3$, 则()

- (A) $-b_1 + b_2 + b_3 = 0$ (B) $b_1 - b_2 + b_3 = 0$ (C) $b_1 + b_2 - b_3 = 0$ (D) $b_1 + b_2 + b_3 = 0$

10. 设 $\{a_n\}$ 是公差为正数的等差数列, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_1 a_2 a_3 = 80$, 则 $a_{11} + a_{12} + a_{13} =$ ()

- (A) 120 (B) 105 (C) 90 (D) 75

11. 用长度分别为2, 3, 4, 5, 6(单位: cm)的5根细木棒围成一个三角形(允许连接, 但不允许折断), 能够得到的三角形的最大面积为()

- (A) $8\sqrt{5} \text{ cm}^2$ (B) $6\sqrt{10} \text{ cm}^2$ (C) $3\sqrt{55} \text{ cm}^2$ (D) 20 cm^2

12. 设集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. 选择 I 的两个非空子集 A 和 B , 要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数, 则不同的选择方法共有()

- (A) 50种 (B) 49种 (C) 48种 (D) 47种

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分, 把答案填在横线上.

13. 已知正四棱锥的体积为12, 底面对角线的长为 $2\sqrt{6}$, 则侧面与底面所成的二面角等于_____.

14. 设 $z = 2y - x$, 式中变量 x, y 满足下列条件 $\begin{cases} 2x - y \geq -1, \\ 3x + 2y \leq 23, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则 z 的最大值为_____.

15. 安排7位工作人员在5月1日至5月7日值班, 每人值班一天, 其中甲、乙二人都不能安排在5月1日和2日, 不同的安排方法共有_____种.(用数字作答)

16. 设函数 $f(x) = \cos(\sqrt{3}x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$). 若 $f(x) + f'(x)$ 是奇函数, 则 $\varphi =$ _____.

三、解答题: 本大题共6小题, 共74分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分) $\triangle ABC$ 的三个内角为 A, B, C , 求当 A 为何值时, $\cos A + 2\cos \frac{B+C}{2}$ 取得最大值, 并求出这个最大值.

18. (本小题满分12分) A, B 是治疗同一种疾病的两种药, 用若干试验组进行对比试验. 每个试验组由4只小白鼠组成, 其中2只服用 A , 另2只服用 B , 然后观察疗效. 若在一个试验组中, 服用 A 有效的小白鼠的只数比服用 B 有效的多, 就称该试验组为甲类组. 设每只小白鼠服用 A 有效的概率为 $\frac{2}{3}$, 服用 B 有效的概率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求一个试验组为甲类组的概率;

(II) 观察3个试验组, 用 ξ 表示这3个试验组中甲类组的个数, 求 ξ 的分布列和数学期望.

19. (本小题满分12分) 如图, l_1, l_2 是互相垂直的异面直线, MN 是它们的公垂线段. 点 A, B 在 l_1 上, C 在 l_2 上, $AM = MB = MN$.

(I) 证明 $AC \perp NB$; (II) 若 $\angle ACB = 60^\circ$, 求 NB 与平面 ABC 所成角的余弦值.

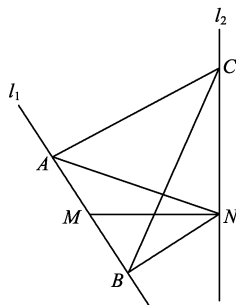
20. (本小题满分12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 有一个以 $F_1(0, -\sqrt{3})$ 和 $F_2(0, \sqrt{3})$ 为焦点、离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆, 设椭圆在第一象限的部分为曲线 C , 动点 P 在 C 上, C 在点 P 处的切线与 x, y 轴的交点分别为 A, B , 且向量 $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$. 求:

(I) 点 M 的轨迹方程; (II) $|\vec{OM}|$ 的最小值.

21. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{1+x}{1-x} e^{-ax}$.

(I) 设 $a > 0$, 讨论 $y = f(x)$ 的单调性; (II) 若对任意 $x \in (0, 1)$ 恒有 $f(x) > 1$, 求 a 的取值范围.



22. (本小题满分12分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和 $S_n = \frac{4}{3}a_n - \frac{1}{3} \times 2^{n+1} + \frac{2}{3}, n=1, 2, 3, \dots$

(I) 求首项 a_1 与通项 a_n ;

(II) 设 $T_n = \frac{2^n}{S_n}, n=1, 2, 3, \dots$, 证明: $\sum_{i=1}^n T_i < \frac{3}{2}$.

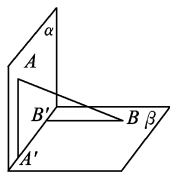
解答索引

试题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
页码	75	92	177	266	113	135	98	181	117	140	135
题号	1	25	8	1	4	1	11	26	18	2	2
试题	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
页码	269	210	160	269	244	128	287	210	204	250	167
题号	1	2	13	2	1	63	25	3	59	26	39

2006年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷Ⅱ)(文史类)

一、选择题

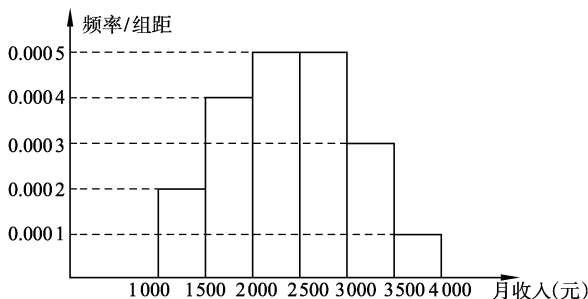
- 已知向量 $a=(4, 2)$, 向量 $b=(x, 3)$, 且 $a \parallel b$, 则 $x=(\quad)$
(A) 9 (B) 6 (C) 5 (D) 3
- 已知集合 $M=\{x|x<3\}$, $N=\{x|\log_2 x>1\}$, 则 $M \cap N=(\quad)$
(A) \emptyset (B) $\{x|0<x<3\}$ (C) $\{x|1<x<3\}$ (D) $\{x|2<x<3\}$
- 函数 $y=\sin 2x \cos 2x$ 的最小正周期是 (\quad)
(A) 2π (B) 4π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
- 如果函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=3-2x$ 的图象关于坐标原点对称, 则 $y=f(x)$ 的表达式为 (\quad)
(A) $y=2x-3$ (B) $y=2x+3$ (C) $y=-2x+3$ (D) $y=-2x-3$
- 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在椭圆 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$ 上, 顶点 A 是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在 BC 边上, 则 $\triangle ABC$ 的周长是 (\quad)
(A) $2\sqrt{3}$ (B) 6 (C) $4\sqrt{3}$ (D) 12
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=7, a_4=15$, 则前10项的和 $S_{10}=(\quad)$
(A) 100 (B) 210 (C) 380 (D) 400
- 如图, 平面 $\alpha \perp$ 平面 β , $A \in \alpha, B \in \beta$, AB 与两平面 α, β 所成的角分别为 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{6}$. 过 A, B 分别作两平面交线的垂线, 垂足为 A', B' , 若 $AB=12$, 则 $A'B'=(\quad)$
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9
- 已知函数 $f(x)=\ln x+1(x>0)$, 则 $f(x)$ 的反函数为 (\quad)
(A) $y=e^{x+1}(x \in \mathbf{R})$ (B) $y=e^{x-1}(x \in \mathbf{R})$ (C) $y=e^{x+1}(x>1)$ (D) $y=e^{x-1}(x>1)$
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{4}{3}x$, 则双曲线的离心率为 (\quad)
(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$
- 若 $f(\sin x)=3-\cos 2x$, 则 $f(\cos x)=(\quad)$
(A) $3-\cos 2x$ (B) $3-\sin 2x$ (C) $3+\cos 2x$ (D) $3+\sin 2x$



11. 过点 $(-1,0)$ 作抛物线 $y=x^2+x+1$ 的切线,则其中一条切线为()
 (A) $2x+y+2=0$ (B) $3x-y+3=0$ (C) $x+y+1=0$ (D) $x-y+1=0$
12. 5名志愿者分到3所学校支教,要求每个学校至少去一名志愿者,则不同的分派方法共有()
 (A) 150种 (B) 180种 (C) 200种 (D) 280种

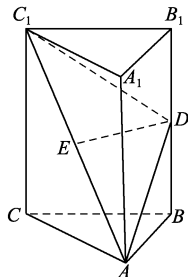
二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在横线上.

13. 在 $(x^4 + \frac{1}{x})^{10}$ 的展开式中常数项是_____.(用数字作答)
14. 已知圆 O_1 是以 R 为半径的球 O 的一个小圆,若圆 O_1 的面积和球 O 的表面积之比为 $\frac{2}{9}$,则线段 OO_1 与 R 的比值为_____.
15. 过点 $(1,\sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2+y^2=4$ 分成两段弧,当劣弧所对的圆心角最小时,直线 l 的斜率 k =_____.
16. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了10 000人,并根据所得数据画了样本的频率分布直方图(如下图).为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系,要从这10 000人中再用分层抽样方法抽出100人作进一步调查,则在 $[2\ 500,3\ 000)$ (元)月收入段应抽出_____人.



三、解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ, AC=\sqrt{10}, \cos C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,
 (I) 求 BC 边的长;
 (II) 记 AB 的中点为 D ,求中线 CD 的长.
18. (本小题满分12分)设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, S_4=1, S_8=17$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式.
19. (本小题满分12分)某批产品成箱包装,每箱5件,一用户在购进该批产品前先取出3箱,再从每箱中任意抽取2件产品进行检验.设取出的第一、二、三箱中分别有0件、1件、2件二等品,其余为一等品.
 (I) 求抽检的6件产品中有1件产品是二等品的概率.
 (II) 若抽检的6件产品中有2件或2件以上二等品,用户就拒绝购买这批产品,求这批产品被用户拒绝购买的概率.
20. (本小题12分)如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC, D, E$ 分别为 BB_1, AC_1 的中点.
 (I) 证明: ED 为异面直线 BB_1 与 AC_1 的公垂线;
 (II) 设 $AA_1=AC=\sqrt{2}AB$,求二面角 A_1-AD-C_1 的大小.
21. (本小题满分为14分)已知 $a \in \mathbf{R}$,二次函数 $f(x)=ax^2-2x-2a$.若 $f(x)>0$ 的解集为 A ,又知集合 $B=\{x|1<x<3\}, A \cap B \neq \emptyset$,求实数 a 的取值范围.
22. (本小题满分12分)已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F, A, B 是抛物线上的两动点,且 $\vec{AF}=\lambda \vec{FB} (\lambda>0)$.过 A, B 两点分别作抛物线的切线,设其交点为 M .
 (I) 证明 $\vec{FM} \cdot \vec{AB}$ 为定值;



(II) 设 $\triangle ABM$ 的面积为 S ,写出 $S=f(\lambda)$ 的表达式,并求 S 的最小值.

解答索引

试题	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
页码	119	89	129	78	175	140	211	92	177	129	205
题号	23	10	64	1	2	3	4	26	9	65	60
试题	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
页码	269	273	98	108	111	135	145	279	212	85	206
题号	3	25	12	11	1	4	22	2	6	21	61

2006年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷II)(理工农医类)

一、选择题

1. 已知集合 $M=\{x|x<3\}$, $N=\{x|\log_2 x>1\}$,则 $M\cap N=(\quad)$

- (A) \emptyset (B) $\{x|0<x<3\}$ (C) $\{x|1<x<3\}$ (D) $\{x|2<x<3\}$

2. 函数 $y=\sin 2x\cos 2x$ 的最小正周期是 (\quad)

- (A) 2π (B) 4π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

3. $\frac{3}{(1-i)^2}=(\quad)$

- (A) $\frac{3}{2}i$ (B) $-\frac{3}{2}i$ (C) i (D) $-i$

4. 过球的一条半径的中点,作垂直于该半径的平面,则所得截面的面积与球的表面积的比为 (\quad)

- (A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{9}{32}$

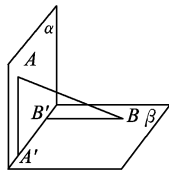
5. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在椭圆 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$ 上,顶点 A 是椭圆的一个焦点,且椭圆的另外一个焦点在 BC 边上,则 $\triangle ABC$ 的周长是 (\quad)

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) 6 (C) $4\sqrt{3}$ (D) 12

6. 函数 $y=\ln x+1(x>0)$ 的反函数为 (\quad)

- (A) $y=e^{x+1}(x\in\mathbf{R})$ (B) $y=e^{x-1}(x\in\mathbf{R})$ (C) $y=e^{x+1}(x>1)$ (D) $y=e^{x-1}(x>1)$

7. 如图,平面 $\alpha\perp$ 平面 β , $A\in\alpha$, $B\in\beta$, AB 与两平面 α,β 所成的角分别为 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{6}$.过 A,B



分别作两平面交线的垂线,垂足为 A', B' ,则 $AB:A'B'=(\quad)$

- (A) 2:1 (B) 3:1 (C) 3:2 (D) 4:3

8. 函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $g(x)=\log_2 x(x>0)$ 的图象关于原点对称,则 $f(x)$ 的表达式为 (\quad)

- (A) $f(x)=\frac{1}{\log_2 x}(x>0)$ (B) $f(x)=\log_2(-x)(x<0)$
(C) $f(x)=-\log_2 x(x>0)$ (D) $f(x)=-\log_2(-x)(x<0)$

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{4}{3}x$,则双曲线的离心率为 (\quad)

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

10. 若 $f(\sin x)=3-\cos 2x$,则 $f(\cos x)=(\quad)$

- (A) $3-\cos 2x$ (B) $3-\sin 2x$ (C) $3+\cos 2x$ (D) $3+\sin 2x$

11. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}} =$ ()

- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{9}$

12. 函数 $f(x) = \sum_{n=1}^{19} |x-n|$ 的最小值为 ()

- (A) 190 (B) 171 (C) 90 (D) 45

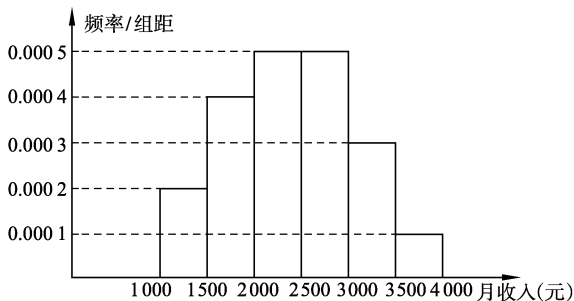
二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在答题卡上.

13. 在 $(x^4 + \frac{1}{x})^{10}$ 的展开式中常数项是_____。(用数字作答)

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 成等差数列, 且 $AB=1, BC=4$, 则边 BC 上的中线 AD 的长为_____。

15. 过点 $(1, \sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 分成两段弧, 当劣弧所对的圆心角最小时, 直线 l 的斜率 $k =$ _____。

16. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10 000 人, 并根据所得数据画了样本的频率分布直方图(如下图)。为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系, 要从这 10 000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查, 则在 $[2\ 500, 3\ 000)$ (元) 月收入段应抽出_____人。



三、解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分) 已知向量 $a = (\sin\theta, 1), b = (1, \cos\theta), -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(I) 若 $a \perp b$, 求 θ ; (II) 求 $|a+b|$ 的最大值.

18. (本小题满分12分) 某批产品成箱包装, 每箱5件, 一用户在购进该批产品前先取出3箱, 再从每箱中任意抽取2件产品进行检验. 设取出的第一、二、三箱中分别有0件、1件、2件二等品, 其余为一等品.

(I) 用 ξ 表示抽检的6件产品中二等品的件数, 求 ξ 的分布列及 ξ 的数学期望;

(II) 若抽检的6件产品中有2件或2件以上二等品, 用户就拒绝购买这批产品, 求这批产品被用户拒绝购买的概率.

19. (本小题满分12分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC, D, E$ 分别为 BB_1, AC_1 的中点.

(I) 证明: ED 为异面直线 BB_1 与 AC_1 的公垂线;

(II) 设 $AA_1 = AC = \sqrt{2}AB$, 求二面角 A_1-AD-C_1 的大小.

20. (本小题满分12分) 设函数 $f(x) = (x+1)\ln(x+1)$, 若对所有的 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \geq ax$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分14分) 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F, A, B 是抛物线上的两动点, 且 $\vec{AF} = \lambda \vec{FB} (\lambda > 0)$. 过 A, B 两点分别作抛物线的切线, 设其交点为 M .

(I) 证明 $\vec{FM} \cdot \vec{AB}$ 为定值; (II) 设 $\triangle ABM$ 的面积为 S , 写出 $S = f(\lambda)$ 的表达式, 并求 S 的最小值.

22. (本小题满分12分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且方程 $x^2 - a_n x - a_n = 0$ 有一根为 $S_n - 1, n = 1, 2, 3, \dots$.

