辽宁省 2004 年高三第一次模拟考试

1 A

数　学

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,满分 60 分)

1. 若函数 $y=\log_a(x+1)+\log_a(1-x)$,$y=a^{x+1}+a^{1-x}$,($a>0$,且 $a\neq1$)定义域分别为 M、N,全集为 R,则下列关系式正确的是 (　　)

A. $M\cap N=M$　　B. $M\cap N=N$

C. $M\cup N=M$　　D. $M\cap N=C_RN$

2. 若 $x\in\mathbf{R}$,直线 $(k+1)x-ky-1=0$,被圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$,截得的弦长是 (　　)

A. 8　　B. 2

C. 4　　D. 与 k 值有关

3. 过球面上 A、B、C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半,且 $AB=BC=CA=2$,则球面面积是 (　　)

A. $\frac{16\pi}{9}$　　B. $\frac{8\pi}{3}$　　C. 4π　　D. $\frac{64}{9}\pi$

4. 定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$,且 $f(8)=3$ 则 $f(\sqrt{2})$ 的值为 (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

5. 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图像是平面上到两定点距离之差的绝对值等于定长的点的轨迹,则这个定长为 (　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 若关于 x 的方程 $x^2-x+a=0$ 和 $x^2-x+b=0$($a\neq b$)的四个根,可组成首项为 $\frac{1}{4}$ 的等差数列,则 $a+b$ 是 (　　)

A. $\frac{3}{8}$　　B. $\frac{11}{24}$　　C. $\frac{13}{24}$　　D. $\frac{31}{72}$

7. 如果函数 $f(x)$ 在区间 D 上是凸函数,那么对于区间 D 内任意 $x_1,x_2\cdots x_n$ 有 $\frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}\leqslant f\left(\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\right)$ 若 $y=\sin x$ 在区间 $(0,\pi)$ 上是凸函数,那么在 $\triangle ABC$ 中 $\sin A+\sin B+\sin C$ 的最大值是 (　　)

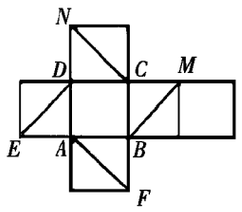
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

8. 某重点中学要把 9 台相同的电脑送给农村三所希望小学,每所小学至少两台电脑,则不同的送法种数共有 (　　)

A. 10 种　　B. 9 种

C. 8 种　　D. 6 种

9. 如图所示 是正方体的平面展开图,在这个正方体中有下列四个命题



(1) BM 与 ED 平行

(2) CN 与 BE 是异面直线

(3) CN 与 BM 成 60°角

(4) DM 与 BN 垂直

其中正确的是 (　　)

A. (1)(2)(4)　　B. (2)(4)

C. (2)(3)　　D. (3)(4)

10. 已知 $(2^x-\frac{\sqrt{2}}{2})^9$ ($x\in\mathbf{R}$)展开式的第 7 项为 $\frac{21}{4}$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}(x+x^2+\cdots+x^n)$ 的值为 (　　)

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

11. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n-a_{n-1}$ ($n\geqslant2$) $a_1=m$,$a_2=n$. 记 S_n 为此数列的前 n 项和,则正确的结论是 (　　)

A. $a_{100}=-m$　$S_{100}=2n-m$　　B. $a_{100}=-n$　$S_{100}=2n-m$

C. $a_{100}=-n$　$S_{100}=n-m$　　D. $a_{100}=-m$　$S_{100}=n-m$

12. 设数集 $M=\{x\mid M\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\}$,$N=\{x\mid n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\}$ 且集合 M,N 都是集合 $\{x\mid0\leqslant x\leqslant1\}$ 的子集,如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的‘长度’,那么,集合 $M\cap N$ 的‘长度’的最小值是 (　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{5}{12}$

二、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 4 分,满分 16 分)

13. 若函数 $f(x)=\frac{2}{x-2}$ ($x\in\mathbf{F}$) 的值域为 $(-\infty,-\frac{1}{3}]$ 则其定义域 $\mathbf{F}$ 为 _____

14. 曲线 $y=x^3+3x^2+6x-10$ 的切线中,斜率最小的切线方程是 _____

15. 某大楼共九层,六人乘电梯从一楼上楼,中途只下不上,则最高一层恰有两人下的概率是 _____(只写出式子)

16. 对于函数 $f(x)=\cos x+\sin x$ 给出下列四个命题

(1) 存在 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,使 $f(\alpha)=\frac{4}{3}$

(2) 存在 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,使 $f(x+\alpha)=f(x+3\alpha)$ 恒成立

(3) 存在 $\theta\in\mathbf{R}$,使函数 $f(x+\theta)$ 的图像关于 y 轴对称

(4) 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{3}{4}\pi,0)$ 对称其中正确命题的序号是 _____

三、解答题(本大题共 6 小题,共 84 分)

17. (本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 中,三边 a,b,c 所对的三个内角分别为 A、B、C,已知 $a^2+c^2=b^2+ac$,

且 $a:c=(\sqrt{3}+1):2$.

求 角 c 的大小.

18. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=a\cdot2^n+b$ 且 $a_1=3$.

(1) 求 a,b 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

(2) 设 $b_n=\frac{n}{a_n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

1B

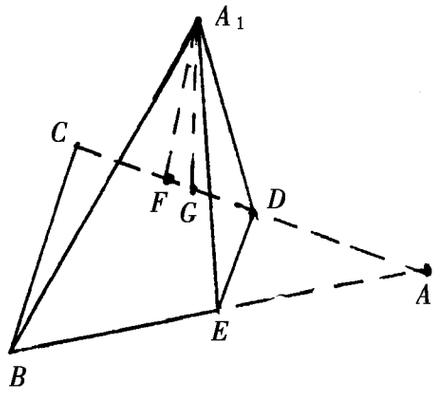
19.（本小题满分 12 分）

已知如图所示，直角△ABC 中$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=2$，D、E 分别为 AC、AB 的中点，将此三角形沿 DE 折成度数为α，$(0°<\alpha<180°)$的二面角 A_1-DE-B

(1)当 $\alpha=60°$时，求直线 A_1B 与平面 $BCDE$ 所成角的正切值.

(2)当 α 变动时，求四棱锥 A_1-BCDE 体积的最大值及取得最大值时 α 的值

(3)是否存在一个定角 $\alpha_0(0°<\alpha_0<180°)$，当 $\alpha=\alpha_0$ 时，$A_1B\perp A_1D$？若存在，求出 α_0 的值，若不存在，请说明理由.



20.（本小题满分 12 分）

甲乙两个乒乓球运动员进行单打比赛，如果每赛一局甲胜的概率为 0.6，乙胜的概率为0.4，比赛既可采用三局两胜制，也可以采用五局三胜制，问采用哪种赛制对甲更有利？

21.（本小题满分 12 分）

已知△OEF 的面积为 S，且$\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{FE}=1$

(1)设向量$\overrightarrow{OF}$与$\overrightarrow{FE}$的夹角为θ，当$\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{3}$时，求 S 的取值范围.

(2)设$|\overrightarrow{OF}|=C(1\leqslant C\leqslant 2)$，$S=\frac{3}{4}C$，若以 O 为中心，F 为焦点的椭圆经过点 E，当$|\overrightarrow{OE}|$取最大值时，求此椭圆的方程.

22.（本小题满分 14 分）

已知 $f(x)$是定义在$[-1,1]$上的奇函数，且 $f(1)=1$，若 a，$b\in[-1,1]$，$a+b\neq 0$，有$\frac{f(a)+f(b)}{a+b}>0$ 成立

(1)判断函数 $f(x)$在$[-1,1]$上是增函数，还是减函数，并证明你的结论

(2)解不等式 $f(x+\frac{1}{2})<f(\frac{1}{x-1})$

(3)若 $f(x)\leqslant m^2-2am+1$ 对所有 $x\in[-1,1]$，$a\in[-1,1]$恒成立，求实数 m 的取值范围.

哈师大附中
东北师大附中 2004年高三第二次联合考试 2 A
辽宁省实验中学

数　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分150分.考试时间120分钟.

参考公式:

如果事件 A、B 互斥,那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率为 P,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的

概率:$P_n(k)=C_n^k\cdot P^k\cdot(1-P)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式:$S_{锥侧}=\frac{1}{2}cl$(其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长)

球的体积公式:$V=\frac{4}{3}\pi R^3$(其中 R 表示球的半径)

球的表面积公式:$S=4\pi R^2$(其中 R 表示球的半径)

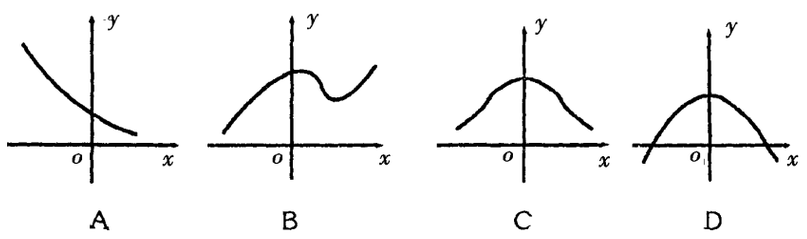
第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题 本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. 设集合 $P=\{3,4,5\}$,$Q=\{4,5,6,7\}$,定义 $P\bigstar Q=\{(a,b)\mid a\in P,b\in Q\}$,则 $P\bigstar Q$ 中元素的个数为 (　)

A.3　　B.7　　C.10　　D.12

2. 函数 $y=\frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{x^2}{3}}$ 的部分图像大致是 (　)



A　　B　　C　　D

3. 在 $(1+x)^5+(1+x)^6+(1+x)^7$ 的展开式中,含 x^4 项的系数是首项为 -2,公差为3的等差数列的 (　)

A.第13项　　B.第18项　　C.第11项　　D.第20项

4. 有一块直角三角板 ABC,$\angle A=30°$,$\angle C=90°$,BC 边在桌面上,当三角板所在平面与桌面成45°角时,AB 边与桌面所成的角等于 (　)

A. $\arcsin\frac{\sqrt{6}}{4}$　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\arccos\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 若将函数 $y=f(x)$ 的图像按向量 a 平移,使图像上点 P 的坐标由(1,0)变为(2,2),则平移后的图像的解析式为 (　)

A. $y=f(x+1)-2$　　B. $y=f(x-1)-2$

C. $y=f(x-1)+2$　　D. $y=f(x+1)+2$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+2x-3}{x-1} & (x>1)\\ ax+1 & (x\leqslant 1)\end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续,则 a 的值是 (　)

A.2　　B.3　　C.-2　　D.-4

7. 一个容量为20的样本,数据的分组及各组的频数如下:

(10,20],2;(20,30],3;(30,40],4;(40,50],5;(50,60],4;(60,70],2.

则样本在区间(10,50]上的频率为 (　)

A.0.5　　B.0.7　　C.0.25　　D.0.05

8. 在抛物线 $y^2=4x$ 上有点 M,它到直线 $y=x$ 的距离为 $4\sqrt{2}$,如果点 M 的坐标为 (m,n),且 $m,n\in\mathbf{R}^+$,则 $\frac{m}{n}$ 的值为 (　)

A. $\frac{1}{2}$　　B.1　　C. $\sqrt{2}$　　D.2

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$($a,b\in\mathbf{R}^+$)的离心率 $e\in[\sqrt{2},2]$,在两条渐近线所构成的角中,设以实轴为角平分线的角为 θ,则 θ 的取值范围是 (　)

A. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$　　B. $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$　　C. $[\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}]$　　D. $[\frac{2\pi}{3},\pi)$

10. 一次文艺演出中,需要给舞台上方安装一排完全相同的彩灯共15只,以不同的点亮方式增加舞台效果,设计者按照每次点亮时,恰好有6只是关的,且相邻的灯不能同时被关掉,两端的灯必须点亮的要求进行设计,那么不同点亮方式的种数是 (　)

A.28　　B.84　　C.180　　D.360

11. 正四面体的四个顶点都在一个球面上,且正四面体的高为4,则球的表面积为 (　)

A. $16(12-6\sqrt{3})\pi$　　B. 18π

C. 36π　　D. $64(6-4\sqrt{2})\pi$

12. 假设每一架飞机的引擎在飞行中出现故障率为 $1-p$,且各引擎是否有故障是独立的,如有至少50%的引擎能正常运行,飞机就可成功飞行.若使4引擎飞机比2引擎飞机更为安全,则 p 的取值范围是 (　)

A. $(\frac{1}{3},1)$　　B. $(0,\frac{2}{3})$

C. $(\frac{2}{3},1)$　　D. $(0,\frac{1}{4})$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题 本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上

13. 若 $m\in\mathbf{R}$,$(m+i)^3$ 是纯虚数,则 m 的值为_____.

14. 若 $\begin{cases}x\geqslant 2\\ y\geqslant 2\\ x+y\leqslant 6\end{cases}$,则目标函数 $z=x+3y$ 的取值范围是_____.

15. 已知 $\frac{2+\cot^2\theta}{1+\sin\theta}=1$,那么 $(1+\sin\theta)(2+\cos\theta)=$_____.

16. 取棱长为 a 的正方体的一个顶点,过从此顶点出发的三条棱的中点作截面,依次进行下去,对正方体的所有顶点都如此操作,所得的各截面与正方体各面共同围成一个多面体.则此多面体:①有12个顶点;②有24条棱;③有12个面;④表面积为 $3a^2$;⑤体积为 $\frac{5}{6}a^3$.

以上结论正确的是_____.(要求填上所有正确结论的序号)

三、解答题 本大题共6小题,满分74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本小题满分12分)

求函数 $f(x)=5\sqrt{3}\cos^2 x+\sqrt{3}\sin^2 x-4\sin x\cos x$($\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{24}$)的最小值,并求其单调区间.

2B

18.（本小题满分 12 分）

某旅游地有甲乙两个相邻景点，甲景点内有 2 个美国旅游团和 2 个日本旅游团，乙景点内有 2 个美国旅游团和 3 个日本旅游团．现甲乙两景点各有一个外国旅游团交换景点观光．

（Ⅰ）求甲景点恰有 2 个美国旅游团的概率；

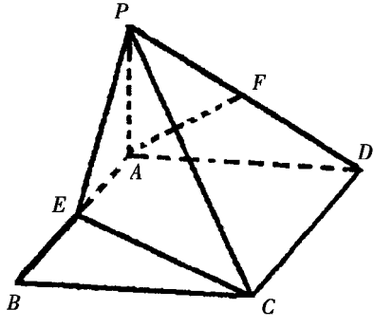
（Ⅱ）求甲景点内美国旅游团数的期望．

19.（本小题满分 12 分）

如图，$PA\perp$平面 AC，四边形 $ABCD$ 是矩形，E、F 分别是 AB、PD 的中点．

（Ⅰ）求证：$AF\parallel$平面 PCE；

（Ⅱ）若二面角 $P-CD-B$ 为 $45°$，$AD=2$，$CD=3$，求点 F 到平面 PCE 的距离．



20.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=-a\sqrt{x^2+1}+x+a$，$x\in(0,1]$，$a\in\mathbf{R}^+$

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上是增函数，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上的最大值．

21.（本小题满分 12 分）

已知在平面直角坐标系 xoy 中，向量 $\boldsymbol{j}=(0,1)$，$\triangle OFP$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，且 $\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{FP}=t$，

$\overrightarrow{OM}=\frac{\sqrt{3}}{3}\overrightarrow{OP}+\boldsymbol{j}$．

（Ⅰ）设 $4<t<4\sqrt{3}$，求向量 $\overrightarrow{OF}$ 与 $\overrightarrow{FP}$ 的夹角 θ 的取值范围；

（Ⅱ）设以原点 O 为中心，对称轴在坐标轴上，以 F 为右焦点的椭圆经过点 M，且 $|\overrightarrow{OF}|=c$，$t=(\sqrt{3}-1)c^2$，当 $|\overrightarrow{OP}|$ 取最小值时，求椭圆的方程．

22.（本小题满分 14 分）

由坐标原点 O 向曲线 $y=x^3-3ax^2+bx$（$a\neq0$）引切线，切于 O 以外的点 $P_1(x_1,y_1)$，再由 P_1 引此曲线的切线，切于 P_1 以外的点 $P_2(x_2,y_2)$，如此进行下去，得到点列 $\{P_n(x_n,y_n)\}$．

求：（Ⅰ）x_n 与 x_{n-1}（$n\geqslant2$）的关系式；

（Ⅱ）数列 $\{x_n\}$ 的通项公式；

（Ⅲ）当 $n\to\infty$ 时，P_n 的极限位置的坐标．

江苏省南通市 2004 年高三第一次调研考试

3 A

数　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

参考公式:

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式 $S_{锥体侧}=\frac{1}{2}cl$ 其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式 $V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$ 其中 R 表示球的半径

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1.若集合 $M=\{y\mid y=x^{-2}\}$,$P=\{y\mid y=\sqrt{x-1}\}$,那么 $M\cap P=$　(　)

A.$(1,+\infty)$　B.$[1,+\infty)$　C.$(0,+\infty)$　D.$[0,+\infty)$

2.设 $3^a=4$,$3^b=12$,$3^c=36$,那么数列 a,b,c　(　)

A.是等差数列但不是等比数列　B.是等比数列但不是等差数列

C.既是等差数列又是等比数列　D.既不是等差数列也不是等比数列

3.种植两株不同的花卉,若它们的存活率分别为 p 和 q,则恰有一株存活的概率为　(　)

A.$p+q-2pq$　B.$p+q-pq$　C.$p+q$　D.pq

4.函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)+\sqrt{3}\cos(2x+\varphi)$ 的图像关于原点对称的充要条件是　(　)

A.$\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$　B.$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$

C.$\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$　D.$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$

5.将棱长为 3 的正四面体的各棱三等份,经过分点将原正四面体各顶点附近均截去一个棱长为 1 的小正四面体,则剩下的多面体的棱数 E 为　(　)

A.16　B.17　C.18　D.19

6.设 $f(x)=x^2+ax+b$,且 $1\leqslant f(-1)\leqslant 2$,$2\leqslant f(1)\leqslant 4$,则点 (a,b) 在 aOb 平面上的区域的面积是　(　)

A.$\frac{1}{2}$　B.1　C.2　D.$\frac{9}{2}$

7.已知向量 $\overrightarrow{OP}=(2,1)$,$\overrightarrow{OA}=(1,7)$,$\overrightarrow{OB}=(5,1)$,设 X 是直线 OP 上的一点(O 为坐标原点),那么 $\overrightarrow{XA}\cdot\overrightarrow{XB}$ 的最小值是　(　)

A.-16　B.-8　C.0　D.4

8.直线 $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 相交于 A、B 两点,椭圆上的点 P 使 $\triangle PAB$ 的面积等于 12.这样的点 P 共有　(　)

A.1 个　B.2 个　C.3 个　D.4 个

9.函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 有相同的定义域,且都不是常数函数,对定义域中任何 x,有 $f(x)+f(-x)=0$,$g(x)g(-x)=1$,且当 $x\neq 0$ 时,$g(x)\neq 1$,则 $F(x)=\frac{2f(x)}{g(x)-1}+f(x)$　(　)

A.是奇函数但不是偶函数　B.是偶函数但不是奇函数

C.既是奇函数又是偶函数　D.既不是奇函数也不是偶函数

10.当 $x\in[0,2]$ 时,函数 $f(x)=ax^2+4(a-1)x-3$ 在 $x=2$ 时取得最大值,则 a 的取值范围是　(　)

A.$[-\frac{1}{2},+\infty)$　B.$[0,+\infty)$

C.$[1,+\infty)$　D.$[\frac{2}{3},+\infty)$

11.已知直线 $ax+by+1=0$ 中的 a,b 是取自集合 $\{-3,-2,-1,0,1,2\}$ 中的 2 个不同的元素,并且直线的倾斜角大于 60°,那么符合这些条件的直线共有　(　)

A.8 条　B.11 条　C.13 条　D.16 条

12.方程 $x^3-6x^2+9x-10=0$ 的实根个数是　(　)

A.3　B.2　C.1　D.0

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上

13.某学校共有学生 4500 名,其中初中生 1500 名,高中生 3000 名,用分层抽样法抽取一个容量为 300 的样本,那么初中生应抽取_____名.

14.不等式 $(x-2)\sqrt{x^2-2x-3}\geqslant 0$ 的解集是_____.

15.若 $(1+x+\frac{1}{x^3})^{10}=\sum_{i=0}^{40}a_ix^{10-i}$,则 $a_{10}=$_____.

16.给出下列四个命题:

①过平面外一点,作与该平面成 θ 角的直线一定有无穷多条;

②一条直线与两个相交平面都平行,则它必与这两个平面的交线平行;

③对确定的两条异面直线,过空间任意一点有且只有惟一的一个平面与这两条异面直线都平行;

④对两条异面的直线,都存在无穷多个平面与这两条直线所成的角相等.

其中正确的命题序号为_____(请把所有正确命题的序号都填上).

三、解答题 本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

17.(本小题满分 12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{3}\sin\omega x,\cos\omega x)$,　$\boldsymbol{b}=(\cos\omega x,\cos\omega x)$,$\omega>0$,记函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,已知 $f(x)$ 的最小正周期为 π.

(Ⅰ)求 ω;

(Ⅱ)当 $0<x\leqslant\frac{\pi}{3}$,试求 $f(x)$ 的值域.

18.(本小题满分 12 分)

对 5 副不同的手套进行不放回抽取,甲先任取一只,乙再任取一只,然后甲又任取一只,最后乙再任取一只.

(Ⅰ)求下列事件的概率:

①A:甲正好取得两只配对手套;

②B:乙正好取得两只配对手套;

(Ⅱ)A 与 B 是否独立?并证明你的结论.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

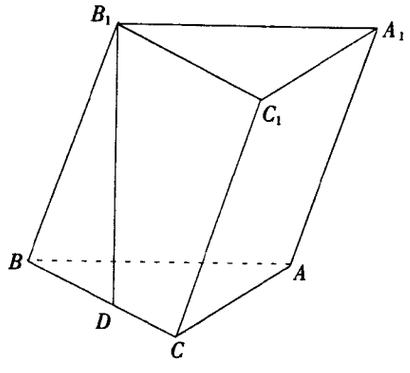
19.（本小题满分 12 分）

已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是直角三角形，$\angle C=90°$，侧棱与底面所成的角为 $\alpha(0°<\alpha<90°)$，点 B_1 在底面上的射影 D 落在 BC 上.

（Ⅰ）求证：$AC\perp$ 平面 BB_1C_1C；

（Ⅱ）当 α 为何值时，$AB_1\perp BC_1$，且使 D 恰为 BC 中点？

（Ⅲ）若 $\alpha=\arccos\frac{1}{3}$，且 $AC=BC=AA_1$ 时，求二面角 C_1-AB-C 的大小.



20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$.

（Ⅰ）求证：$f'(x)=(x-a)(x-b)+(x-a)(x-c)+(x-b)(x-c)$；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，是否存在点 P，使 $f(x)$ 的图像关于点 P 中心对称？如果存在，请求出点 P 坐标，并给出证明；如果不存在，请说明理由.

21.（本题满分 12 分）

已知正方形 $ABCD$ 的外接圆方程为 $x^2+y^2-24x+a=0$（A、B、C、D 为逆时针方向），正方形一边 CD 所在直线的方向向量为 $(3,1)$.

（Ⅰ）求正方形对角线 AC 与 BD 所在直线的方程；

（Ⅱ）若顶点在原点，焦点在 x 轴上的抛物线 E 经过正方形在 x 轴上方的两个顶点 A、B，求抛物线 E 的方程.

22.（本题满分 14 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n>0$，且对一切 $n\in\mathbf{N}_+$，有 $\sum_{i=1}^{n}a_i^3=S_n^2$，其中 $S_n=\sum_{i=1}^{n}a_i$.

（Ⅰ）求证：对一切 $n\in\mathbf{N}_+$，有 $a_{n+1}^2-a_{n+1}=2S_n$；

（Ⅱ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅲ）求证：$\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt{k}}{a_k^2}<3$.

湖北省黄冈中学等八校
2004 年高三第二次联考

4 A

数　　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷　(选择题　共 60 分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

如果事件 A、B 相互独立,那么 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式　$S=4\pi R^2$　其中 R 表示球的半径

球的体积公式　$V=\frac{4}{3}\pi R^3$　其中 R 表示球的半径

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1.(理)计算 $\frac{(2+i)(1-i)^2}{1-2i}=$　(　)

A.2　B.-2　C.$2i$　D.$-2i$

(文)若函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=1+x^2(x<0)$,则 $f(2)=$　(　)

A.1　B.-1　C.1 或 -1　D.5

2.(理)将抛物线 $y^2=4x$ 沿向量 a 平移得到抛物线 $y^2-4y=4x$.则向量 a 为　(　)

A.$(-1,2)$　B.$(1,-2)$　C.$(-4,2)$　D.$(4,-2)$

(文)在 $(\frac{x}{2}-\frac{2}{x})^5$ 的展开式中 $\frac{1}{x}$ 的系数等于　(　)

A.10　B.-10　C.20　D.-20

3.(理)从 2004 名学生中选取 50 名组成参观团,若采用下面的方法选取:先用简单随机抽样从 2004 人中剔除 4 人,剩下的 2000 人再按系统抽样的方法进行.则每人入选的概率　(　)

A.不全相等　B.均不相等

C.都相等,且为 $\frac{25}{1002}$　D.都相等,且为 $\frac{1}{40}$

(文)同(理)第 2 题

4.(理)计算 $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-x}{x^2+2x-3}=$　(　)

A.0　B.$\frac{1}{4}$　C.1　D.不存在

(文)已知 $\sin2\alpha=-\frac{24}{25}$,$\alpha\in(-\frac{\pi}{4},0)$.则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$　(　)

A.$-\frac{1}{5}$　B.$\frac{1}{5}$　C.$-\frac{7}{5}$　D.$\frac{7}{5}$

5.(理)设 b、c 表示两条直线,α、β 表示两个平面,下列命题中真命题是　(　)

A.若 $b\subset\alpha$,$c\parallel\alpha$,则 $b\parallel c$　B.若 $b\subset\alpha$,$b\parallel c$,则 $c\parallel\alpha$

C.若 $c\parallel\alpha$,$c\perp\beta$,则 $\alpha\perp\beta$　D.若 $c\parallel\alpha$,$\alpha\perp\beta$,则 $c\perp\beta$

(文)同(理)第 3 题

6.(理)下列四个函数:①$y=|\tan x|$,②$y=\lg|x|$,③$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$,④$y=2^x$ 其中是偶函数,又在区间$(-1,1)$内连续的函数的个数是　(　)

A.0　B.1　C.2　D.3

(文)同(理)第 5 题

7.(理)已知椭圆 E 的短轴长为 6,焦点 F 到长轴的一个端点的距离等于 9,则椭圆 E 的离心率等于　(　)

A.$\frac{3}{5}$　B.$\frac{4}{5}$　C.$\frac{5}{13}$　D.$\frac{12}{13}$

(文)当 $x>1$ 时,不等式 $x+\frac{1}{x-1}\geqslant a$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是　(　)

A.$(-\infty,2]$　B.$[2,+\infty)$　C.$[3,+\infty)$　D.$(-\infty,3]$

8.(理)在 $(1+x)^3+(1+x)^4+\cdots+(1+x)^{2004}$ 的展开式中 x^3 的系数等于　(　)

A.C_{2004}^4　B.C_{2005}^4　C.$2C_{2004}^3$　D.$2C_{2005}^3$

(文)同(理)第 7 题

9.(理)已知 $a>0$,集合 $A=\{x\mid|x+2|<a\}$,$B=\{x\mid a^x>1\}$,若 $A\cap B\neq\varnothing$,则实数 a 的取值范围是　(　)

A.$(2,+\infty)$　B.$(0,1)$

C.$(0,1)\cup(2,+\infty)$　D.$(0,1)\cup(1,+\infty)$

(文)若函数 $f(x)=a\sin x-b\cos x$ 在 $x=\frac{\pi}{3}$ 处有最小值 -2.则常数 a、b 的值是　(　)

A.$a=-1$,$b=\sqrt{3}$　B.$a=1$,$b=-\sqrt{3}$

C.$a=\sqrt{3}$,$b=-1$　D.$a=-\sqrt{3}$,$b=1$

10.实数 x、y 满足不等式组 $\begin{cases}y\geqslant0\\x-y\geqslant0\\2x-y-2\geqslant0\end{cases}$,则 $W=\frac{y-1}{x+1}$ 的取值范围是　(　)

A.$[-1,\frac{1}{3}]$　B.$[-\frac{1}{2},\frac{1}{3}]$

C.$[-\frac{1}{2},+\infty)$　D.$[-\frac{1}{2},1)$

(文)已知 $0<a<1$,集合 $A=\{x\mid|x-a|<1\}$,$B=\{x\mid\log_ax>1\}$,则 $A\cap B=$　(　)

A.$(a-1,a)$　B.$(a,a+1)$　C.$(0,a)$　D.$(0,a+1)$

11.(理)若函数 $f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x(\omega>0)$ 的图像关于点 $M(\frac{\pi}{3},0)$ 对称,且在 $x=\frac{\pi}{6}$ 处函数有最小值.则 $a+\omega$ 的一个可能的取值是　(　)

A.0　B.3　C.6　D.9

(文)实数 x、y 满足不等式组 $\begin{cases}x\geqslant1\\y\geqslant0\\x-y\geqslant0\end{cases}$,则 $W=\frac{y-1}{x}$ 的取值范围是　(　)

A.$[-1,0]$　B.$(-\infty,0]$　C.$[-1,+\infty)$　D.$[-1,1)$

12.有七名同学站成一排照毕业纪念照,其中甲必须站在正中间,并且乙、丙两位同学要站在一起,则不同的站法有　(　)

A.240 种　B.192 种　C.96 种　D.48 种

第Ⅱ卷　(非选择题　共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上

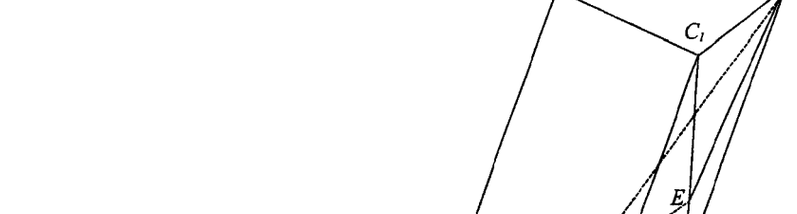
13.若 a、b、c、d 均为实数,使不等式 $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}>0$ 和 $ad<bc$ 都成立的一组值 (a,b,c,d) 是_____.(只要写出适合条件的一组值即可)

14.(理)正四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点在同一球面上,若正四棱锥的底面边长为 4,侧棱长为 $2\sqrt{6}$,则此球的表面积为_____.

(文)三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在同一球面上,若 $PA\perp$ 底面 ABC,底面 ABC 是直角三角形,$PA=2$,$AC=BC=1$,则此球的表面积为_____.

15.已知动圆 P 与定圆 $C:(x+2)^2+y^2=1$ 相外切,又与定直线 $L:x=1$ 相切,那么动圆的圆心 P 的轨迹方程是_____.

16.如图,第 n 个图形是由正 $n+2$ 边形"扩展"而来,$(n=1,2,3,\cdots)$.则第 $n-2$ 个图形中共有_____个顶点.



三、解答题 本大题共 6 小题,共 74 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

17.(本小题满分 12 分)

(理)已知复数 $z=\sqrt{3}\sin\frac{A+B}{2}+i\cos\frac{A-B}{2}$ 的模 $|z|=\sqrt{2}$.且 $A\neq\frac{m}{2}\pi$,$B\neq\frac{n}{2}\pi$,m、$n\in\mathbf{Z}$.求 $\tan A\tan B$ 的值.

(文)已知 $3\sin^2\frac{A+B}{2}+\cos^2\frac{A-B}{2}=2$.$(\cos A\cdot\cos B\neq0)$求 $\tan A\tan B$ 的值.

18.(本小题满分 12 分)

如图,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 $AA_1B_1B\perp$ 底面 ABC,侧棱 AA_1 与底面 ABC 成 $60°$ 的角,$AA_1=2$.底面 ABC 是边长为 2 的正三角形,其重心为 G 点.E 是线段 BC_1 上一点,且 $BE=\frac{1}{3}BC_1$.

(1)求证:$GE\parallel$ 侧面 AA_1B_1B;

(2)求平面 B_1GE 与底面 ABC 所成锐二面角的大小.

19.（本小题满分 12 分）

（理）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足：$S_n = 2a_n - 3n(n \in \mathbf{N}_+)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n；

(2)数列 $\{a_n\}$ 中是否存在三项，它们可以构成等差数列？若存在，请求出一组适合条件的项；若不存在，请说明理由.

（文）甲、乙、丙三人分别独立解一道题，已知甲做对这道题的概率是 $\frac{3}{4}$，甲、丙两人都做错的概率是 $\frac{1}{12}$，乙、丙两人都做对的概率是 $\frac{1}{4}$.

(1)求乙、丙两人各自做对这道题的概率.

(2)求甲、乙、丙三人中至少有两人做对这道题的概率.

20.（本小题满分 12 分）

（理）某先生居住在城镇的 A 处，准备开车到单位 B 处上班. 若该地各路段发生堵车事件都是相互独立的，且在同一路段发生堵车事件最多只有一次，发生堵车事件的概率如图.（例如：$A \to C \to D$ 算作两个路段：路段 AC 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{10}$，路段 CD 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{15}$）.

(1)请你为其选择一条由 A 到 B 的路线，使得途中发生堵车事件的概率最小；

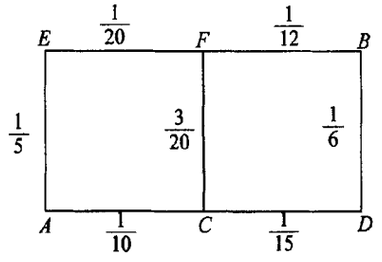
(2)若记路线 $A \to C \to F \to B$ 中遇到堵车次数为随机变量 ξ，求 ξ 的数学期望 $E\xi$.

（文）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_n = 2a_n - 3n(n \in \mathbf{N}_+)$.

(1)若数列 $\{a_n + c\}$ 成等比数列，求常数 c 的值；

(2)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n；

(3)数列 $\{a_n\}$ 中是否存在三项，它们可以构成等差数列？若存在，请求出一组适合条件的项；若不存在，请说明理由.



21.（本小题满分 14 分）

（理）(1)在双曲线 $xy = 1$ 上任取不同三点 A、B、C，证明 $\triangle ABC$ 的垂心 H 也在该双曲线上.

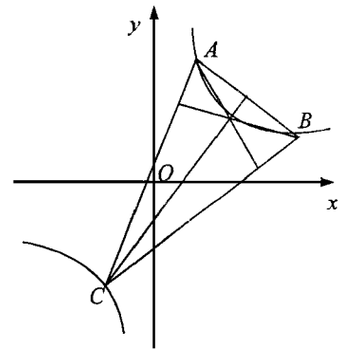
(2)若 A、B 是双曲线 $xy = 1$ 在第一象限内的一支上的两点，且 $|AB| = 2$. 求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程；

(3)在(2)的条件下，求点 $M(x, y)$ 的横、纵坐标之积 xy 的取值范围.

（文）已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ 的图像在点 $P(1,0)$ 处的切线与直线 $3x + y = 0$ 平行.

(1)求常数 a、b 的值；

(2)求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, t]$ 上的最小值和最大值（$t > 0$）.



示意图

22.（本小题满分 12 分）

（理）已知函数 $f(x) = \frac{1 + \ln(x+1)}{x}$.（$x > 0$）

(1)函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数还是减函数？证明你的结论；

(2)若当 $x > 0$ 时，$f(x) > \frac{k}{x+1}$ 恒成立，求正整数 k 的最大值.

（文）(1)在双曲线 $xy = 1$ 上任取不同三点 A、B、C，证明 $\triangle ABC$ 的垂心 H 也在该双曲线上.

(2)若正三角形 ABC 的一个顶点为 $C(-1, -1)$，另两个顶点 A、B 在双曲线 $xy = 1$ 另一支上，求顶点 A、B 的坐标.

成都市 2004 年高中毕业班
第二次诊断性检测

5 A

数　学

全卷满分为 150 分，完成时间 120 分钟

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么　　球的表面积公式

$P(A+B)=P(A)+P(B)$　　$S=4\pi R^2$

如果事件 A、B 相互独立，那么　　其中 R 表示球的半径

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$　　球的体积公式

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，　$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率　　其中 R 表示球的半径

$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

一、选择题：本题共有 12 个小题，每小题 5 分；在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项的代号填在括号内

1.（理）已知 A、B 是非空集合，命题甲：$A\cup B=B$，命题乙：$A\subsetneq B$．那么　（　）

A．甲是乙的充分不必要条件　B．甲是乙的必要不充分条件

C．甲是乙的充要条件　D．甲是乙的既不充分也不必要条件

（文）在 17 世纪，对解析几何的创立作出重大贡献的数学家是　（　）

A．欧拉　B．康托　C．高斯　D．笛卡尔

2.（理）$(1-x)^9$ 展开式中，系数最大的项为　（　）

A．第 3 项　B．第 4 项

C．第 5 项　D．第 5 项或第 6 项

（文）已知 A、B 是非空集合，命题甲：$A\cup B=B$，命题乙：$A\subsetneqq B$．那么　（　）

A．甲是乙的充分不必要条件

B．甲是乙的必要不充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲是乙的既不充分也不必要条件

3.（理）在 120°的二面角内，放置一个半径为 3 的球，该球切二面角的两个半平面于 A、B 两点，那么这两个切点在球面上的最短距离为　（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　B．π　C．2π　D．3

（文）同（理）第 2 题

4.（理）设 $f(x)$ 是定义域为 R，最小正周期为 $\frac{3\pi}{2}$ 的函数．若 $f(x)=\begin{cases}\cos x,\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant x<0\right)\\ \sin x,(0\leqslant x<\pi),\end{cases}$ 则 $f(-\frac{15\pi}{4})$ 等于　（　）

A．1　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　C．0　D．$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

（文）同（理）第 3 题

5.（理）$\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{2}{1-x^2}\right)$ 的值等于　（　）

A．$\frac{1}{2}$　B．0　C．$-\frac{1}{2}$　D．不存在

（文）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$3(a_3+a_5)+2(a_7+a_{10}+a_{13})=24$，则此数列的前 13 项之和等于　（　）

A．26　B．13　C．52　D．156

6.（理）同（文）第 5 题

（文）同（理）第 4 题

7.（理）已知平面内有一固定线段 AB，其长度为 4，O 为线段 AB 的中点．动点 P 满足 $|PA|-|PB|=3$．则 $|PO|$ 的最小值为　（　）

A．3　B．2　C．$\frac{3}{2}$　D．1

（文）从 4 种蔬菜品种中选 3 种，分别种在 5 块不同土质的 3 块菜地上，则不同种法有

A．40 种　B．240 种　C．14 种　D．84 种

8.（理）不等式 $|x-\log_{\frac{1}{2}}x|<x+|\log_{\frac{1}{2}}x|$ 的解集为　（　）

A．$(0,1)$　B．$(0,+\infty)$　C．$(1,+\infty)$　D．$(\frac{1}{2},1)$

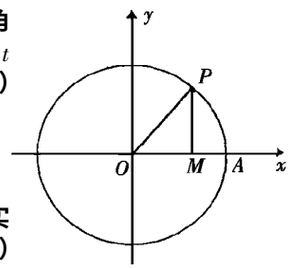
（文）$f(x)=3x-4x^3(x\in[0,1])$ 的最大值是　（　）

A．$\frac{1}{2}$　B．-1　C．0　D．1

9.（理）质点 P 在半径为 r 的圆周上逆时针作匀角速运动，角速度为 1rad/s．设 A 为起点，那么在 t 时刻，点 P 在 x 轴上射影点 M 的速度为（　）

A．$r\sin t$　B．$-r\sin t$

C．$r\cos t$　D．$-r\cos t$



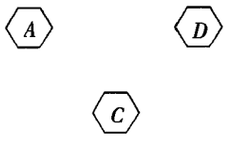
（文）同（理）第 8 题

10.若关于 x 的方程 $\sqrt{4-x^2}=kx+2$ 只有一个实数根，则 k 的值为　（　）

A．$k=0$　B．$k=0$ 或 $k>1$

C．$k>1$ 或 $k<-1$　D．$k=0$ 或 $k>1$ 或 $k<-1$

11.（理）如图，A、B、C、D 为湖中 4 个小岛，准备修建 3 座桥把这 4 个小岛连接起来，若不考虑建桥费用等因素，则不同的建桥方案有　（　）



A．24 种　B．28 种

C．16 种　D．12 种

（文）已知 $f(\alpha)=\frac{1+\cos2\alpha}{\cot\frac{\alpha}{2}-\tan\frac{\alpha}{2}}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$．则 $f(\alpha)$ 取得最大值时 α 的值为　（　）

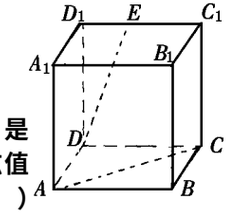
A．$\frac{\pi}{6}$　B．$\frac{\pi}{4}$　C．$\frac{\pi}{3}$　D．$\frac{2\pi}{5}$

12.（理）若 $0<y\leqslant x<\frac{\pi}{2}$，且 $\tan x=3\tan y$，则 $x-y$ 的最大值为　（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　B．$\frac{\pi}{4}$

C．$\frac{\pi}{6}$　D．不存在

（文）在如图所示的正方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中，E 是 C_1D_1 的中点，则异面直线 DE 与 AC 所成角的余弦值为　（　）



A．$-\frac{\sqrt{10}}{10}$　B．$-\frac{1}{20}$　C．$\frac{1}{20}$　D．$\frac{\sqrt{10}}{10}$

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）把答案填在题中横线上

13.（理）设函数 $f(x)=\begin{cases}1 & (x<0)\\ (x+a) & (x\geqslant0)\end{cases}$，在 $(-\infty,+\infty)$ 上处处连续，则常数 a 的值为_____．

（文）某社区有 500 个家庭，其中高收入家庭 125 户．中等收入家庭 280 户，低收入家庭 95 户．为了调查社会购买力的某项指标，要从中抽取一个容量为 100 户的样本，把这种抽样记为 A；其中学高中一年级有 12 名女排运动员，要从中选取 3 人调查学习负担的情况，把这种抽样记为 B．那么完成上述两项调查应采用的抽样方法：A 为_____，B 为_____．

14.长方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 内盛有一半的水，密封后将底面 $ABCD$ 放在水平桌面上，然后将该长方体绕 BC 慢慢转动使之倾斜．在此过程中，有下列 4 种说法：

①棱 A_1D_1 始终与水面平行．

②长方体内有水的部分始终呈直棱柱状．

③水面的面积始终不变．

④侧面 ABB_1A_1 与水接触面的面积始终不变．

以上说法中，正确说法的序号是_____．（填出所有正确说法的序号）

15.（理）有下列 4 个命题：

①若 α、β 是复数，且 $\alpha^2+\beta^2=0$，则 $\alpha=\beta=0$．

②若 $z\in C$，则 $|z^2|=|z|^2$．

③若 z_1、$z_2\in C$，则 $\bar{z}_1z_2+z_1\bar{z}_2$ 是实数．

④若 z_1、z_2 分别对应点 A、B（O 为坐标原点）且 $\angle AOB=90°$，则 $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$．

上述命题中正确的是_____．（写出所有正确命题的序号）

（文）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对应边分别为 a、b、c．若 $2b=a+c$，则 $\angle B$ 的范围是_____．

16.对 n 个向量 $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\cdots,\vec{a}_n$，若存在 n 个不全为零的实数 $k_1,k_2,\cdots,k_n$，使得 $k_1\vec{a}_1+k_2\vec{a}_2+\cdots+k_n\vec{a}_n=0$ 成立，则称向量 $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\cdots,\vec{a}_n$ 是“线性相关”的．按此规定，能说明 $\vec{a}_1=(1,0)$，$\vec{a}_2=(1,-1)$，$\vec{a}_3=(2,2)$“线性相关”的实数 k_1，k_2，k_3，依次可以取_____（写出一组即可）．

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 74 分）解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤

17.（共 12 分）

一名学生每天骑自行车上学，从他家到学校的途中要经过 4 个交通岗．假设他在各交通岗遇到的红灯的事件是相互独立的，并且概率都是 $\frac{1}{4}$．

（Ⅰ）求这名学生在途中 3 次遇到红灯的概率；

（Ⅱ）求这名学生在途中至少遇到一次红灯的概率；

（Ⅲ）求这名学生连续在两个交通岗遇到红灯的概率；

（Ⅳ）（理）设 ξ 是这名学生第一次遇到红灯时已经经过的交通岗数，求 $E\xi$．

18.（共 11 分）

设 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$，$P=\sin2\theta+\sin\theta-\cos\theta$．

（Ⅰ）若 $t=\sin\theta-\cos\theta$，用含 t 的式子表示 P；

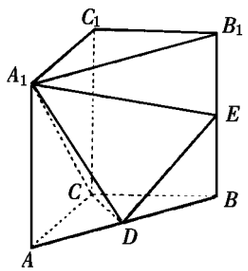
（Ⅱ）确定 t 的取值范围，并求出 P 的最大值和最小值．

19.(共 13 分)

(理)直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC=CB=AA_1=2$,$\angle ACB=90°$,E 是 BB_1 的中点,$D\in AB$,$\angle A_1DE=90°$.

(Ⅰ)求证:$CD\perp$ 平面 ABB_1A_1;

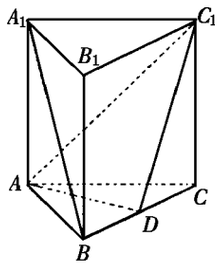
(Ⅱ)求二面角 $D-A_1C-A$ 的大小.



(文)正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长为$\sqrt{3}$,底面边长为 2,D 是 BC 中点.

(Ⅰ)求证:A_1B // 平面 AC_1D;

(Ⅱ)求二面角 C_1-AD-C 的大小.



20.(共 12 分)

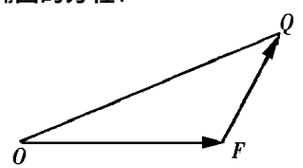
医院用甲、乙两种药片为手术后的病人配营养餐.已知甲种药片每片含 5 单位的蛋白质和 10 单位的铁质,售价为 3 元;乙种药片每片含 7 单位的蛋白质和 4 单位的铁质,售价为 2 元.若病人每餐至少需要 35 单位的蛋白质和 40 单位的铁质,应使甲、乙两种药片各几片才能既满足营养要求又使费用最省?

21.(共 12 分)

(理)如图,已知$\triangle OFQ$ 的面积为 S,有$\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{FQ}=1$.

(Ⅰ)若$\frac{1}{2}<S<\frac{\sqrt{3}}{2}$,求$<\overrightarrow{OF},\overrightarrow{FQ}>$的取值范围;

(Ⅱ)设$|\overrightarrow{OF}|=c(c\geqslant 2)$,$S=\frac{3}{4}c$.若以 O 为中心,F 为一个焦点的椭圆经过点 Q,以 c 为变量,当$|\overrightarrow{OQ}|$取最小值时,求椭圆的方程.



(文)已知双曲线的中心在原点,焦点 x 轴上,离心率 $e=\frac{\sqrt{5}}{2}$,点 $P(0,1)$到此双曲线上的点的最近距离是$\frac{2}{5}\sqrt{30}$.求此双曲线方程,并求双曲线上到点 P 的距离等于$\frac{2}{5}\sqrt{30}$的点的坐标.

22.(共 14 分)

(理)已知 $f(x)=x^3-ax$ 在$(-1,0)$上是减函数.

(Ⅰ)求 a 的取值范围;

(Ⅱ)当 $a=3$ 时,定义数列 a_n:$a_{n+1}=-\frac{1}{2}f(a_n)$且 $-1<a_1<0$.试比较 a_{n+1}与 a_n 的大小.

(文)已知数列 $\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足 $S_{n+1}=\frac{1}{2}S_n+a$.又 $a_1=2$,$a_2=1$

(Ⅰ)求 a 的值;

(Ⅱ)求 S_n;

(Ⅲ)是否存在正整数 m、n,使$\frac{S_n-m}{S_{n+1}-m}<\frac{1}{2}$成立?请说明理由.

广州市 2004 年高中毕业班综合测试(一)

6 A

数　学

本试卷分选择题和非选择题两部分,满分为 150 分.考试用时 120 分钟.

第一部分　选择题(共 60 分)

参考公式:

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P,

那么在 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1.已知向量 $a=(8,\frac{1}{2}x,x)$,$b=(x,1,2)$,其中 $x>0$.若 $a\parallel b$,则 x 的值为 (　　)

A.8　　B.4　　C.2　　D.0

2.已知复数 $z_1=2+i$,$z_2=1+i$,则 $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面内对应的点位于 (　　)

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

3.下列函数在 $x=0$ 处连续的是 (　　)

A.$f(x)=\begin{cases}-1(x\leqslant 0)\\ x-1(x>0)\end{cases}$　　B.$f(x)=1nx$

C.$f(x)=\frac{|x|}{x}$　　D.$f(x)=\begin{cases}-1(x>0)\\ 0(x=0)\\ 1(x<0)\end{cases}$

4.已知函数 $f(x)=\sqrt{25-4x^2}\,(x\in[0,\frac{5}{2}])$,则其反函数 $f^{-1}(x)=$ (　　)

A.$\frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}\,(x\in[0,\frac{5}{2}])$　　B.$\frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}\,(x\in[0,5])$

C.$-\frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}\,(x\in[0,\frac{5}{2}])$　　D.$-\frac{1}{2}\sqrt{25-x^2}\,(x\in[0,5])$

5.已知 $\sin(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{3}{5}$,则 $\sin 2x$ 的值为 (　　)

A.$\frac{19}{25}$　　B.$\frac{16}{25}$　　C.$\frac{14}{25}$　　D.$\frac{7}{25}$

6.已知双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率 $e=2$,则该双曲线两条准线间的距离为 (　　)

A.2　　B.$\frac{3}{2}$　　C.1　　D.$\frac{1}{2}$

7.若 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$,$A=f(\frac{a+b}{2})$,$G=f(\sqrt{ab})$,$H=f(\frac{2ab}{a+b})$,其中 a,$b\in R^+$,则 A,G,H 的大小关系是 (　　)

A.A≤G≤H　　B.A≤H≤G　　C.H≤G≤A　　D.G≤H≤A

8.在同一平面直角坐标系中,函数 $f(x)=2^{x+1}$ 与 $g(x)=2^{1-x}$ 的图像关于 (　　)

A.原点对称　　B.x 轴对称

C.y 轴对称　　D.直线 $y=x$ 对称

9.直线 $x-\sqrt{3}y+4=0$ 与曲线 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)的公共点有 (　　)

A.0 个　　B.1 个　　C.2 个　　D.3 个

10.某文艺团体下基层进行宣传演出,原准备的节目表中有 6 个节目,如果保持这些节目的相对顺序不变,在它们之间再插入 2 个小品节目,并且这 2 个小品节目在节目表中既不排头,也不排尾,那么不同的插入方法有 (　　)

A.20 种　　B.30 种　　C.42 种　　D.56 种

11.若等比数列的各项均为正数,前 n 项之和为 S,前 n 项之积为 P,前 n 项倒数之和为 M,则 (　　)

A.$P=\frac{S}{M}$　　B.$P>\frac{S}{M}$　　C.$P^2=\left(\frac{S}{M}\right)^n$　　D.$P^2>\left(\frac{S}{M}\right)^n$

12.某个凸多面体有 32 个面,各面是三角形或五边形,每个顶点处的棱数都相等,则这个凸多面体的顶点数可以是 (　　)

A.60　　B.45　　C.30　　D.15

第二部分　非选择题(共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分

13.抛物线 $y^2=4x$ 上一点 M 与该抛物线的焦点 F 的距离 $|MF|=4$,则点 M 的横坐标 $x=$_____.

14.若正六棱锥的底面边长为 6,侧棱长为 $3\sqrt{5}$,则它的侧面与底面所成的二面角的大小为_____.

15.已知某离散型随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi=\frac{7}{6}$,ξ 的分布列如下:

ξ	0	1	2	3
P	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	b

则 $a=$_____.

16.设命题 p:$|4x-3|\leqslant 1$;　命题 q:$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$.若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分的条件,则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题 本大题共 6 小题,共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17.(本小题满分 12 分)

某班有两个课外活动小组,其中第一小组有足球票 6 张,排球票 4 张;第二小组有足球票 4 张,排球票 6 张.甲从第一小组的 10 张票中任抽 1 张,乙从第二小组的 10 张票中任抽 1 张.

(Ⅰ)两人都抽到足球票的概率是多少?

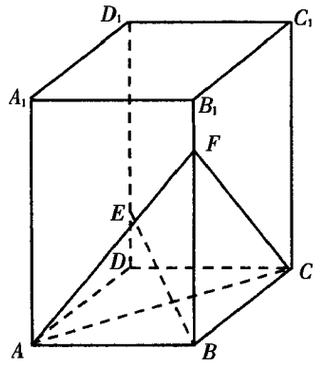
(Ⅱ)两人中至少有 1 人抽到足球票的概率是多少?

18.(本小题满分 12 分)

如图,在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,已知 $AB=2$,$AA_1=5$,E、F 分别为 D_1D、B_1B 上的点,且 $DE=B_1F=1$.

(Ⅰ)求证:$BE\perp$ 平面 ACF;

(Ⅱ)求点 E 到平面 ACF 的距离.



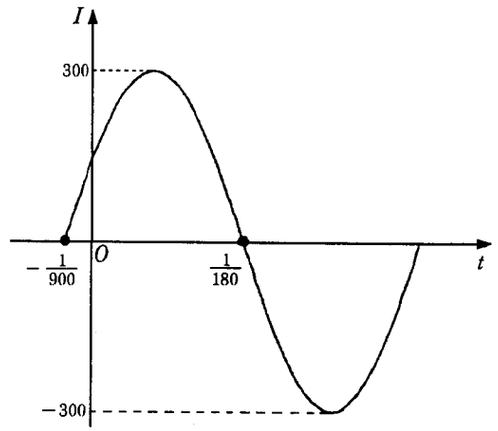
需要全本请访问 www.ertongbook.com

19.（本小题满分 12 分）

已知电流 I 与时间 t 的关系式为 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$.

（Ⅰ）下图是 $I=A\sin(\omega t+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 在一个周期内的图像，根据图中数据求 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$ 的解析式；

（Ⅱ）如果 t 在任意一段 $\frac{1}{150}$ 秒的时间内，电流 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$ 都能取得最大值和最小值，那么 ω 的最小正整数值是多少？



20.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且对任意正整数 n 都有 $2S_n=(n+2)a_n-1$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $T_n=\frac{1}{a_1\cdot a_3}+\frac{1}{a_2\cdot a_4}+\cdots+\frac{1}{a_n\cdot a_{n+2}}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty}T_n$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-x$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（Ⅱ）若 $x>-1$，证明：$1-\frac{1}{x+1}\leqslant\ln(x+1)\leqslant x$.

22.（本小题满分 14 分）

已知曲线 $x^2+2y^2+4x+4y+4=0$ 按向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$ 平移后得到曲线 C.

（Ⅰ）求曲线 C 的方程；

（Ⅱ）过点 $D(0,2)$ 的直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 M、N，且 M 在 D、N 之间，

设 $\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{MN}$，求实数 λ 的取值范围.

浙江省 2004 年高三第一次教学质量检测

7 A

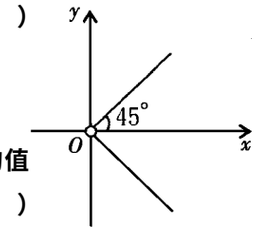
数　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

第Ⅰ卷　(选择题　共 60 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 60 分)

1. 如图所示的曲线的方程是　(　)



A. $|x|-y=0$　　B. $x-|y|=0$

C. $\frac{|x|}{y}-1=0$　　D. $\frac{x}{|y|}-1=0$

2. (理科)已知 $z=\frac{(1+i)+\sqrt{3}(1-i)}{4+4i}$,则 $(2z)^2+\frac{8}{z}$ 的值等于　(　)

A. $\frac{15}{2}+\frac{15\sqrt{3}}{2}i$　　B. $\frac{15}{2}-\frac{15\sqrt{3}}{2}i$

C. $-\frac{15}{2}+\frac{15\sqrt{3}}{2}i$　　D. $-\frac{15}{2}-\frac{15\sqrt{3}}{2}i$

(文科)在下列各向量中,与 $a=(3,2)$ 垂直的向量是　(　)

A. $b=(3,-2)$　B. $b=(2,3)$　C. $b=(-4,6)$　D. $b=(-3,2)$

3. 当 $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 时,函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的值域是　(　)

A. $[-1,1]$　　B. $[-\frac{1}{2},1]$　　C. $[-2,2]$　　D. $[-1,2]$

4. 已知命题 p:不等式 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 R;
命题 q:$f(x)=-(5-2m)^x$ 是减函数.
若 p 或 q 为真命题,p 且 q 为假命题,则实数 m 的取值范围是　(　)

A. $(1,2)$　　B. $[1,2)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $(-\infty,1)$

5. (理科) AD 为 $\triangle ABC$ 的高线,$BD=a$,$DC=b(a<b)$,将 $\triangle ABC$ 沿 AD 折叠成二面角

$B-AD-C$,其平面角为 θ,若 $\cos\theta=\frac{a}{b}$,则四面体 $A-BCD$ 的侧面 ABC 是

(　)

A. 锐角三角形　B. 钝角三角形　C. 直角三角形　D. 由 a、b 的值确定

(文科)在球面上有四个点 P、A、B、C,如果 PA、PB、PC 两两垂直,且 $PA=PB=PC=1$,那么球面的面积是　(　)

A. 3π　　B. 2π　　C. $2\sqrt{3}\pi$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

6. (理科)函数 $y=x-2\sqrt{x}$ 在 $[0,4]$ 上的最大值为　(　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 4

(文科)直线 $x-y+3=0$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x|x|}{4}=1$ 交点的个数为　(　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. (理科)不等式组 $\begin{cases}(x-y+1)(x+y-1)\geqslant 0\\0\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域是一个(　)

A. 三角形　　B. 梯形　　C. 矩形　　D. 菱形

(文科)点 $A(3,1)$ 和 $B(-4,6)$ 在直线 $3x-2y+a=0$ 的两侧,则 a 的取值范围是　(　)

A. $a<-7$ 或 $a>24$　　B. $-7<a<24$　　C. $a=-7$ 或 $a=24$　　D. $a\geqslant 7$

8. 人们常见的地球仪的轴与水平桌面成 66.5°角,那么,地球仪表面距桌面最近的点总是在　(　)

A. 南纬 23.5°圈上　　B. 南纬 66.5°圈上　　C. 南极上　　D. 赤道上

9. 一个三位自然数 $\overline{a_1a_2a_3}$($0\leqslant a_1,a_2,a_3\leqslant 9$)称为凸数,即满足 $0<a_1<a_2$ 且 $a_3<a_2$(例如 120,387,498 等),则所有凸数的个数是　(　)

A. 240　　B. 285　　C. 729　　D. 192

10. (理科)不等式 $\frac{1}{C_x^3}-\frac{1}{C_x^4}\leqslant\frac{2}{C_x^5}$ 的解集是　(　)

A. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 12\}$　　B. $\{x|5\leqslant x\leqslant 12\}$

C. $\{x|x=5,6,7,8,9,10,11,12\}$　　D. $\{x|x\geqslant 5$ 且 $x\in\mathbf{N}^*\}$

(文科)点 P 在曲线 $y=x^3-x+\frac{2}{3}$ 上移动,设过点 P 的切线的倾斜角为 α,则角 α 的取值范围是　(　)

A. $[0,\frac{\pi}{2}]$　　B. $[\frac{3\pi}{4},\pi)$　　C. $[0,\pi)$　　D. $[0,\frac{\pi}{2})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

11. (理科)概率 $P(A)$,$P(A+B)$,$P(A\cdot B)$,$P(A)+P(B)$ 的大小关系是　(　)

A. $P(A)\leqslant P(A+B)\leqslant P(A\cdot B)\leqslant P(A)+P(B)$
B. $P(A)\geqslant P(A+B)\geqslant P(A\cdot B)\geqslant P(A)+P(B)$
C. $P(A\cdot B)\leqslant P(A)\leqslant P(A+B)\leqslant P(A)+P(B)$
D. $P(A)\leqslant P(A\cdot B)\leqslant P(A)+P(B)\leqslant P(A+B)$

(文科)某社区有 500 个家庭,其中高收入家庭 125 户,中等收入家庭 280 户,低收入家庭 95 户,为了调查社会购买力的某项指标,要从中抽取一个容量为 100 户的样本,记作①;某学校高一年级有 12 名女排运动员,要从中选出 3 人调查学习负担情况,记作②.那么完成上述两项调查应采用的最合适取样方法是　(　)

A. ①用随机抽样法,②用系统抽样法
B. ①用分层抽样法,②用随机抽样法
C. ①用系统抽样法,②用分层抽样法
D. ①用随机抽样法,②用系统抽样法

12. 函数 $f(x)=x^2-2ax+a$ 在区间 $(-\infty,1)$ 上有最小值,则函数 $F(x)=\frac{f(x)}{x}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上一定　(　)

A. 有最小值　　B. 有最大值　　C. 是减函数　　D. 是增函数

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题(每小题 4 分,共 16 分)

13. (理科)已知不等式 $-1<\frac{ax+1}{x-1}<1$ 的解集是 $\{x|-2<x<0\}$,则 a 的值为_____.

(文科)已知函数 $f(x)=3^{x+1}+9^x-12$,则 $f^{-1}(6)=$_____.

14. 两圆相交于两点 $A(1,3)$ 和 $B(m,-1)$,两圆的圆心都在直线 $x-y+c=0$ 上,则 $m+c$ 的值是_____.

15. (理科)α、β 是两个不同的平面,m、n 是平面 α 及 β 之外的两条不同直线,给出四个论断:①$m\perp n$;②$\alpha\perp\beta$;③$n\perp\beta$;④$m\perp\alpha$.以其中三个论断作为条件,余下的一个论断作为结论,写出你认为正确的一个命题是_____.

(文科)四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,给出三个论断:①四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是直四棱柱;②底面 $ABCD$ 是菱形;③$AC_1\perp B_1D_1$.以其中两个论断为条件,余下的一个为结论,可以得到三个命题,其中正确的命题是_____.

16. (理科)若 $(1+5x)^n$ 与 $(7x+5)^n$ 的展开式中各项系数之和分别是 a_n、b_n,则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n-2b_n}{3a_n+4b_n}=$_____.

(文科)已知 $(\sqrt{x}-2\sqrt[6]{x})^n$ 的展开式中,第三项的系数与第五项的系数之比为 1:4,且第四项等于 -1600,则 x 的值等于_____.

三、解答题(共 74 分)

17. (共 12 分)

(理科)在 $\triangle ABC$ 中,a、b、c 分别是角 A、B、C 的对边,S 为 $\triangle ABC$ 的面积,且 $4\sin B\sin^2(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2})+\cos 2B=1+\sqrt{3}$.

(1)求角 B 的度数;

(2)若 $a=4$,$S=5\sqrt{3}$,求 b 的值.

(文科)在 $\triangle ABC$ 中,$\tan A=\frac{2}{5}$,$\tan B=\frac{3}{7}$,且最长边为 $\sqrt{2}$,求:

(1)角 C 的大小;(2)最短边的长.

18. (共 12 分)

已知平面向量 $a=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$,$b=(-\sqrt{3},-1)$.

(1)证明 $a\perp b$;

(2)若存在不同时为 0 的实数 k,t,使 $x=a+(t^2-1)b$,$y=-ka+t^2b$,且 $x\perp y$,试把 k 表示为 t 的函数;

(3)(理科)根据(2)的结论,讨论函数 $k=f(t)$ 的单调区间.

19.（共 12 分）

设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$的焦点分别为 F_1、F_2，离心率为 2.

(1)求此双曲线的渐近线 l_1、l_2 的方程；

(2)若 A、B 分别为 l_1、l_2 上的动点，且 $2|AB|=5|F_1F_2|$，求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线.

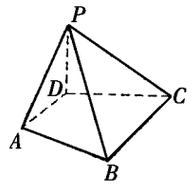
20.（共 12 分）

如图，已知 $PD\perp$平面 $ABCD$，$AD\perp DC$，$AD/\!/BC$，$PD:DC:BC=1:1:\sqrt{2}$.

(1)证明：平面 $PDC\perp$平面 PCB；

(2)求二面角 $D-PB-C$ 的正切值；

(3)(理科)当$\frac{AD}{BC}$的值为多少时，能使平面 $PAB\perp$平面 PBC？并给出证明.



21.（共 12 分）

上因特网的费用由两部分组成：电话费和上网费.以前某“热线”上因特网的费用为电话费 0.12 元/3 分钟，上网费 0.12 元/分钟.根据信息产业部调整因特网资费的要求，自 1999 年 3 月 1 日起，该地区上因特网的费用调整为电话费 0.16 元/3 分钟.上网费每月不超过 60 小时，以 4 元/小时计算，超过 60 小时部分，以 8 元/小时计算.

(1)根据调整后的规定，将每月上因特网的费用表示为上网时间(小时)的函数(每月按 30 天计算)；

(2)若网民在其家庭经济预算中一直有一笔上网 60 小时的费用开支，因特网资费调整后，若要不超过其家庭经济预算中上网费的支出，该网民现在每月可上网多少小时？

22.（共 14 分）

图(1)是第七届国际数学教育大会的会徽，会徽的主体图案是由图(2)所示的一连串直角三角形演化而成的.其中 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots A_7A_8=1$，记 OA_1、OA_2、OA_3、…、OA_7、OA_8 的长度所成的数列为 $\{l_n\}$，($n\in\mathbf{N}_+$，$1\leqslant n\leqslant 8$).

(1)写出数列的前 4 项；

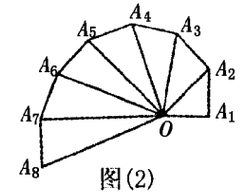
(2)写出数列 $\{l_n\}$的一个递推关系式；

(3)求 $\{l_n\}$的通项公式；

(4)如果把图中的直角三角形继续作下去，那么 OA_9，OA_{2004}的长度分别是多少？



图(1)



图(2)

福州市 2004 年高三质量检查　8　A

数　　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A、B 互斥,那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式:$S=4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径

球的体积公式:$V=\frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第Ⅰ卷(选择题,共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. 已知全集 $U=R$,$M=\{x\mid x<0$ 或 $x>1\}$,$N=\{x\mid\frac{x-1}{x}<0\}$,则　(　)

A. $M\cup N=R$　　B. $M\cap N=\varnothing$

C. $C_{\cup}N=M$　　D. $C_{\cup}N\subsetneq M$

2. 将函数 $y=\sin x$ 按向量 $\vec{a}=(-\frac{\pi}{4},3)$ 平移后的函数解析式为　(　)

A. $y=\sin(x-\frac{\pi}{4})+3$　　B. $y=\sin(x-\frac{\pi}{4})-3$

C. $y=\sin(x+\frac{\pi}{4})+3$　　D. $y=\sin(x+\frac{\pi}{4})-3$

3. 设 l、m、n 表示三条直线,α、β、γ 表示三个平面,则下列命题中不成立的是　(　)

A. 若 $l\perp\alpha$,$m\perp\alpha$,则 $l/\!/m$

B. 若 $m\subset\beta$,n 是 l 在 β 内的射影,$m\perp l$,则 $m\perp n$

C. 若 $m\subset\alpha$,$n\not\subset\alpha$,$m/\!/n$,则 $n/\!/\alpha$

D. 若 $\alpha\perp\gamma$,$\beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$

4. 如果数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1,a_2-a_1,a_3-a_2,…,a_n-a_{n-1},…是首项为 1,公比为 2 的等比数列,那么 $a_n=$　(　)

A. $2^{n+1}-1$　　B. 2^n-1　　C. 2^{n-1}　　D. 2^n+1

5. 已知复数 Z 满足 $|Z|=1$,则 $|Z+i|$ 的最大值是　(　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. $0<x<5$ 是不等式 $|x-2|<4$ 成立的　(　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 有 A、B 两种类型的车床各一台,现有甲、乙、丙三名工人,其中甲、乙都会操作两种车床,丙只会操作 A 种车床,现从这三名工人中选 2 人分别去操作以上车床,则不同的选派方法有　(　)

A. 6 种　　B. 5 种　　C. 4 种　　D. 3 种

8. 直线 $x\sin\theta+y\cos\theta=2+\sin\theta$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=4$ 的位置关系是　(　)

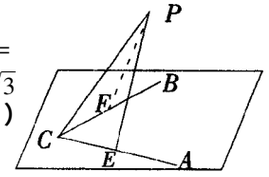
A. 相离　　B. 相切　　C. 相交　　D. 以上都有可能

9. 已知 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geqslant0\\2x+y\geqslant0\\x\leqslant1\end{cases}$,则 $Z=x+3y$ 的最小值为　(　)

A. 7　　B. $\frac{5}{3}$

C. -5　　D. 5

10. 如图,$\angle ACB=90°$,平面 ABC 外有一点 P,$PC=4$cm,点 P 到角的两边 AC、BC 的距离都等于 $2\sqrt{3}$ cm,那么 PC 与平面 ABC 所成角的大小为　(　)



A. 30°　　B. 45°

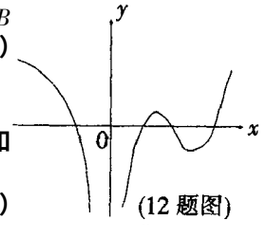
C. 60°　　D. 75°

11. 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点的直线交抛物线于 A、B 两点,O 为坐标原点,则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的值是　(　)

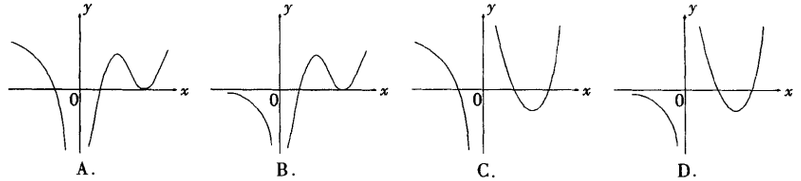
A. 12　　B. -12

C. 3　　D. -3

12. 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导,$y=f(x)$ 的图像如右图所示,则导函数 $y=f'(x)$ 的图像可能为　(　)



(12 题图)



A.　B.　C.　D.

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上

13. (理)一离散型随机变量 ξ 的概率分布为:

ξ	0	1	2	3
P	0.1	a	b	0.1

且 $E\xi=1.5$,则 $a-b=$_____.

(文)有一组数据:x_1,x_2,…,x_n($x\leqslant x_2\leqslant\cdots\leqslant x_n$),它们的算术平均值为 20,若去掉其中的 x_n,余下数据的算术平均值为 18,则 x_n 关于 n 的表达式为_____.

14. 正方体的全面积是 24cm^2,它的顶点都在一个球面上,这个球的表面积是_____ cm^2.

15. 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上的一点,F_1、F_2 是椭圆的两个焦点,且 $\angle F_1PF_2=60°$,则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积是_____.

16. 设 $n\in\mathbf{N}^*$,且 $n\geqslant3$,若 a_n 是 $(1+x)^n$ 展开式中含 x^2 项的系数,则 $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\cdots+\frac{1}{a_n})=$_____.

三、解答题 本大题 6 个小题,共 74 分.解答题应写出文字说明,证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

(理)已知函数 $f(x)=m|x-1|$　($m\in\mathbf{R}$ 且 $m\neq0$),设向量 $\vec{a}=(1,\cos2\theta)$,$\vec{b}=(2,1)$,$\vec{c}=(4\sin\theta,1)$,$\vec{d}=(\frac{1}{2}\sin\theta,1)$,当 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$ 时,比较 $f(\vec{a}\cdot\vec{b})$ 与 $f(\vec{c}\cdot\vec{d})$ 的大小.

(文)设向量 $\vec{a}=(1,\cos2\theta)$,$\vec{b}=(2,1)$,$\vec{c}=(4\sin\theta,1)$,$\vec{d}=(\frac{1}{2}\sin\theta,1)$,其中 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$.

(Ⅰ)求 $\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{c}\cdot\vec{d}$ 的取值范围;

(Ⅱ)若函数 $f(x)=|x-1|$,比较 $f(\vec{a}\cdot\vec{b})$ 与 $f(\vec{c}\cdot\vec{d})$ 的大小.

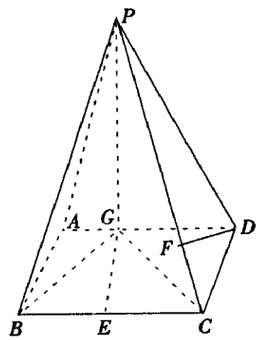
18. (本小题满分 12 分)

已知,如图四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形,$PG\perp$ 平面 $ABCD$,垂足为 G,G 在 AD 上,且 $AG=\frac{1}{3}GD$,$BG\perp GC$,$GB=GC=2$,E 是 BC 的中点,四面体 $P-BCG$ 的体积为 $\frac{8}{3}$.

(Ⅰ)求异面直线 GE 与 PC 所成的角;

(Ⅱ)求点 D 到平面 PBG 的距离;

(Ⅲ)若 F 点是棱 PC 上一点,且 $DF\perp GC$,求 $\frac{PF}{FC}$ 的值.



19.（本小题满分 12 分）

冰箱中放有甲、乙两种饮料各 5 瓶，每次饮用时从中任意取 1 瓶甲种或乙种饮料，取用甲种或乙种饮料的概率相等.

（Ⅰ）求甲种饮料饮用完毕而乙种饮料还剩下 3 瓶的概率；

（Ⅱ）求甲种饮料被饮用瓶数比乙种饮料被饮用瓶数至少多 4 瓶的概率.

20.（本小题满分 12 分）

（理）已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2 = a + 2$（a 为常数）；S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 S_n 是 na_n 与 na 的等差中项.

（Ⅰ）求 a_1，a_3；

（Ⅱ）猜想 a_n 的表达式，并用数学归纳法加以证明；

（Ⅲ）求证以 $(a_n, \frac{S_n}{n} - 1)$ 为坐标的点 P_n（$n = 1, 2, \cdots$）都落在同一直线上.

（文）设等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2 = a + 2$（a 为常数），S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 S_n 是 na_n 与 na 的等差中项.

（Ⅰ）求通项公式 a_n；

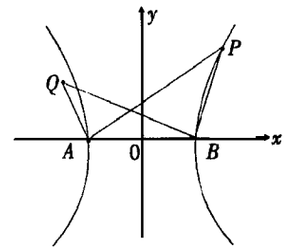
（Ⅱ）求证以 $(a_n, \frac{S_n}{n} - 1)$ 为坐标的点 P_n（$n = 1, 2, \cdots$）都落在同一直线上.

21.（本小题满分 12 分）

（理）设双曲线 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$（$a > 0, b > 0$），$A$、$B$ 为其左、右两个顶点，P 是双曲线 C_1 上的任意一点，引 $QB \perp PB$，$QA \perp PA$，AQ 与 BQ 交于点 Q.

（Ⅰ）求 Q 点的轨迹方程；

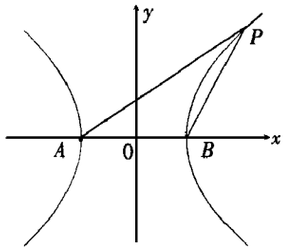
（Ⅱ）设（Ⅰ）中所求轨迹为 C_2，C_1、C_2 的离心率分别为 e_1、e_2，当 $e_1 \geqslant \sqrt{2}$ 时，求 e_2 的取值范围.



（文）设 A、B 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$（$a > 0, b > 0$）的左、右两个顶点，$P$ 为双曲线上一点，$|AB| = |BP| = 4$，$\angle PAB = 30°$.

（Ⅰ）求双曲线方程；

（Ⅱ）设 M 为（Ⅰ）中双曲线上任一动点，过 B 点作直线 l_1，使得 $l_1 \perp BM$，过 A 点作直线 l_2，使得 $l_2 \perp AM$，l_1，l_2 相交于点 N，求点 N 的轨迹方程.



22.（本小题满分 14 分）

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + (a + 1)x - a$，方程 $f(x) = 0$ 两实根的差的绝对值等于 2.

（Ⅰ）求实数 a 的值.

（Ⅱ）是否存在实数 p、q，使得函数 $F(x) = pf[f(x)] + qf(x)$，在区间 $(-\infty, -3)$ 内是增函数，在区间 $(-3, 0)$ 内是减函数？若存在，求出 p、q 所要满足的条件；若不存在，说明理由.

南昌市 2004 年高三第一次调研测试

9 A

数　学

一、选择题 本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$M=\{3,4,5\}$，$N=\{1,3,6\}$，则集合 $\{2,7\}$ 等于 （　）

A. $M\cap N$　　B. $C_UM\cap C_UN$

C. $C_UM\cup C_UN$　　D. $M\cup N$

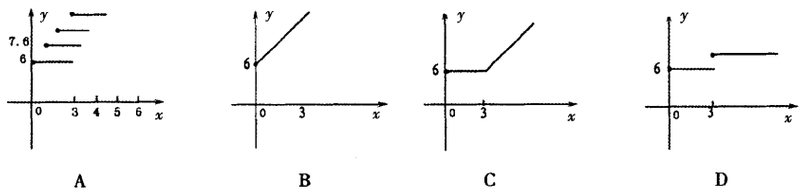
2. 若不等式 $|x-1|<a$ 成立的充分条件是 $0<x<4$，则实数 a 的取值范围是 （　）

A. $a\geqslant 1$　　B. $a\geqslant 3$　　C. $a\leqslant 1$　　D. $a\leqslant 3$

3. 设 $a=\frac{1}{2}\cos6°-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin6°$，$b=\frac{2\tan13°}{1+\tan^2 13°}$，$c=\sqrt{\frac{1-\cos50°}{2}}$，则有 （　）

A. $a>b>c$　　B. $a<b<c$　　C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

4. 我市出租车起步价为 6 元（起步价内行驶的里程是 3km），以后每 1km 价为 1.6 元，则乘坐出租车的费用 y 元与行驶的里程 $x$km 之间的函数图像大致为 （　）



A　　B　　C　　D

5. 已知平面 α、β、γ，直线 l、m 满足：$l\perp m$，$\alpha\perp\gamma$，$\gamma\cap\alpha=m$，$\gamma\cap\beta=l$，那么在：①$\beta\perp\gamma$；②$l\perp\alpha$；③$m\perp\beta$ 中，可以由上述已知条件推出的只有 （　）

A. ①和②　　B. ②和③　　C. ①和③　　D. ②

6. （理）已知 $\xi\sim N(0,\sigma^2)$，且 $P(-2\leqslant\xi\leqslant 0)=0.4$，则 $P(\xi>2)$ 等于 （　）

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

（文）一个容量为 20 的样本数据，分组后，组距与频数如下：(10,20]，2；(20,30]，3；(30,40]，4；(40,50]，5；(50,60]，4；(60,70]，2；则样本在区间 $(-\infty,50]$ 上的频率为 （　）

A. 5%　　B. 25%　　C. 50%　　D. 70%

7. （理）若 $Z_1=\sin2\theta+i\cos\theta$，$Z_2=\cos\theta+i\cdot\sqrt{3}\sin\theta$，当 $Z_1=Z_2$ 时 θ 的值为 （　）

A. $k\pi$　　B. $2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$

C. $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$　　D. $2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$

（文）函数 $y=x^4-4x^2-3(-4\leqslant x\leqslant 2)$ （　）

A. 最大值为 189，最小值为 −7　　B. 最大值为 189，无最小值

C. 无最大值，最小值为 −7　　D. 既无最大值，又无最小值

8. 已知点 $P(x,y)$ 在经过 $A(3,0)$、$B(1,1)$ 两点的直线上，那么 2^x+4^y 的最小值是 （　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 16　　D. 不存在

9. 有 6 名男同学和 4 名女同学，自左至右站成一排，其中女同学不相邻，而且最右端必须是女同学，不同的排队方法有 （　）

A. $A_6^6A_4^4$　　B. $C_4^1A_6^3A_6^6$　　C. $C_4^1C_6^3A_6^6$　　D. $A_6^6A_6^3$

10. 在圆 $x^2+y^2=5x$ 内，过点 $(\frac{5}{2},\frac{3}{2})$ 有 n 条弦的长度成等差数列，最短弦长为数列的首项 a_1，最长弦长为 a_n，若公差 $d\in(\frac{1}{6},\frac{1}{3}]$，那么 n 的取值集合为 （　）

A. $\{4,5,6\}$　　B. $\{6,7,8,9\}$　　C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{3,4,5,6\}$

11. 已知：点 $M(a,b)$ 在由不等式组 $\begin{cases}x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\\ x+y\leqslant 2\end{cases}$ 确定的平面区域内，则点 $N(a+b,a-b)$ 所在平面区域的面积是 （　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

12. 直线 $y=x+3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9}-\frac{x\cdot|x|}{4}=1$ 交点的个数为 （　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、填空题 本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分，把答案填在题中横线上

13. （理）已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+1(x<0)\\ x+a(x\geqslant 0)\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，则常数 a 的值是_____.

（文）若 $(3x-1)^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 展开式中各项系数之和为 128，则展开式中 x^2 的系数为_____.

14. 如果函数 $f(x)=-x^3+bx$（b 为常数），且 $y=f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，并且方程 $f(x)=0$ 的根都在区间 $[-2,2]$ 内，则 b 的取值范围是_____.

15. 有六根细木棒，其中较长两根木棒长分别为 $\sqrt{3}a$、$\sqrt{2}a$，其余四根长均为 a，请你以它们为棱搭成一个三棱锥，则这个三棱锥的体积是_____.（写出所有可能答案）

16. （理）如右表，它满足（1）第 n 行首尾两数均为 n；（2）表中的递推关系类似杨辉三角，则第 n 行（$n\geqslant 2$）的第二个数是_____.

（文）一同学在电脑中打出如下若干个圆（图中●表示实圆，○表示空心圆）：

●○●●○●●●○●●●●○●●●●○●●●

若将此若干个圆依此规律得到一系列圆，那么前 180 个圆中，有_____个空心圆.

				1			
			2		2		
		3		4		3	
	4		7		7		4
5		11		14		11		5
6	16		25		25		16	6
…	…	…	…	…	…	…	…	…

三、解答题 本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a+b\sin x+c\cos x$ 的图像经过点 $A(0,1)$，$B(\frac{\pi}{2},1)$；

当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时 $f(x)$ 的最大值为 $2\sqrt{2}-1$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）由 $f(x)$ 的图像按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移得到一个奇函数 $y=g(x)$ 的图像，求出一个符合条件的向量 $\boldsymbol{a}$.

18. （本小题满分 12 分）

有一批食品出厂前，要进行五项指标抽检，如果有两项指标不合格，则这批食品不能出厂.已知每项指标抽检是相互独立的，且每项抽检出现不合格的概率都是 0.2.

（1）求这批食品不能出厂的概率（保留三位有效数字）；

（2）求直至五项指标全部检验完毕，才能确定该批食品是否出厂的概率（保留三位有效数字）.

19. （本小题满分 12 分）

四棱锥 $E-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形且 $AB=2BC=2$，侧面 $\triangle ADE$ 是正三角形且垂直于底面 $ABCD$，F 是 AB 的中点，AD 中点为 O.求：

（1）异面直线 AE 与 CF 所成角；

（2）点 O 到平面 EFC 的距离；

（3）二面角 $E-FC-D$ 的大小.

需要全本请购买 www.ertongbook.com