

图书在版编目(CIP)数据

高考模拟试题精粹 1/北京天利考试信息网编 . —拉萨 :西藏人民出版社 ,2004.7

ISBN 7 - 223 - 01710 - 4

I .高... II .北... III .课程 - 高中 - 习题 - 升学参考资料 IV .G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 049510 号

目 录

- 1. 北京市东城区高三年级综合练习(二)..... (1)
- 2. 北京市西城区抽样测试 (9)
- 3. 北京市海淀区高三年级第二学期期末练习 (17)
- 4. 南京市高三质量检测 (25)
- 5. 重庆市高三联合诊断性考试(一)..... (33)
- 6. 成都市高中毕业班第一次诊断性检测题 (41)
- 7. 辽宁省高三第一次模拟考试 (49)
- 8. 湖北省黄冈市高三年级质量检测 (57)
- 9. 哈 师 大 附 中 高三第一次联合考试 (65)
 东北师大附中 高三第一次联合考试
 辽宁省实验中学
- 10. 浙江省高三第一次教学质量检测 (73)
- 11. 2004 年普通高等学校招生全国统一考试 (81)

参考答案

高考模拟试题精粹①

作 者 北京天利考试信息网

责任编辑 李海平

封面设计 谭仲秋

出 版 西藏人民出版社

社 址 拉萨市林廓北路 20 号 邮政编码 850000

北京发行部 :100027 北京 4717 信箱

电 话 010 - 64680026 64651171

印 刷 北京市金顺印刷厂

经 销 全国新华书店

开 本 16 开(787 × 1092 毫米) 字 数 500 千字

印 张 39

版 次 2004 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

标准书号 ISBN 7 - 223 - 01710 - 4/G·731

定 价 40.00 元(全 5 册)

2005 北京名校联考
高考模拟试题精粹①

数 学

北京天利考试信息网 编

西藏人民出版社

编写使用说明

每年的高考试题虽有变化和创新,但在总体上保持着连续性和稳定性,北京市高考独立命题两年来,情况亦然。众所周知,高考考的是知识和能力,而做题又是巩固知识和提高能力最有效的方法。为帮助将要面对高考的学生尽早地认识高考,备战高考,我们依照北京市高考考试说明,精心编写了本书。本书分为语文、英语、数学、文科综合和理科综合5册,除数学外,其他各科均由12套题组成,其中东城区、西城区、海淀区各2套,崇文区、宣武区、朝阳区、丰台区、顺义区、2004年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)各1套。由于北京市2005年高考采用新课程卷,其中数学科变动较大,因此我们在数学册选题时,除东城区、西城区、海淀区各选1套外,还从全国已采用新课程卷考试的省市选编了7套,加上2004年普通高等学校招生全国统一考试(数学全国卷),共11套,敬请师生注意、重视并适应这种变化。数学科试题做成文理合卷,凡题中标有(理)的供理科学生做,文科学生可不做,标有(文)的供文科学生做,理科学生可不做,其他未标注的试题,文科、理科学生均做。

通过对新教材、考试中心《考试大纲》和北京考试说明的仔细研读及对高考试题的对比分析,我们发现全国各省市的高考考核知识要求基本相同,北京卷高考试题与全国卷和其他各省市的差别不大,所以本书除可供北京市的师生使用外,也可供全国其他省市的教师和考生参考、使用。本书具有较高的综合程度和参考价值,每套题均配有较详细的解答,因此,本书在高三第二轮复习前后使用效果最佳。为方便读者,本书可拆成活页直接使用。

水平有限,不妥之处敬请指正。

编 者

2004年7月

1. 北京市东城区高三年级综合练习(二)

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.共150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共40分)

参考公式:

三角函数的和差化积公式 正棱台、圆台的侧面积公式

$$\sin\theta + \sin\phi = 2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2} \quad S_{\text{台侧}} = \frac{1}{2}(c' + c)l$$

$$\sin\theta - \sin\phi = 2\cos\frac{\theta+\phi}{2}\sin\frac{\theta-\phi}{2} \quad \text{其中 } c', c \text{ 分别表示上、下底面周长, } l \text{ 表示斜高或母线长}$$

$$\cos\theta + \cos\phi = 2\cos\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2} \quad \text{台体的体积公式: } V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}(S' + \sqrt{S'S} + S)h$$

$$\cos\theta - \cos\phi = -2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\sin\frac{\theta-\phi}{2} \quad \text{其中 } S', S \text{ 分别表示上、下底面积, } h \text{ 表示高.}$$

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1.(理)已知复数 $z_1 = a + bi$ ($a, b \in R$), $z_2 = -1 + ai$, 若 $|z_1| < |z_2|$, 则实数 b 适合的条件是()

- A. $b < -1$ 或 $b > 1$ B. $-1 < b < 1$
C. $b > 1$ D. $b > 0$

(文)设集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 集合 $P \subset (M \cup N)$, 则 P 的个数是 ()

- A. 6 B. 7
C. 8 D. 5

2.(理)命题甲 $(\frac{1}{2})^x, 2^{1-x}, 2x^2$ 成等比数列

命题乙 $\lg x, \lg(x+1), \lg(x+3)$ 成等差数列

则甲是乙的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

(文)同(理)第1题

3.(理)某城市出租车起步价为10元,最长可租乘3km(不含3km),以后每1km价为1.6元(不足1km按1km计费),若出租车行驶在不需等待的公路上,出租车的费用 y (元)与行驶的里程 x (km)之间的函数图像大致为 ()

(文)命题甲: $|x| \leq 2$, 命题乙: $|x+1| \leq 1$, 则甲是乙的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

4.(理) $P(x, y)$ 是曲线 $\begin{cases} x = -1 + \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$ 上任意一点, 则 $(x-2)^2 + (y+4)^2$ 的最大值是 ()

- A. 36 B. 6 C. 26 D. 25

(文)同(理)第3题

5.(理)某银行储蓄卡的密码是一个4位数,某人采用千位、百位上的数字之积作为十位个位上的数字(如2816)的方法设计密码,当积为一位数时,十位上数字选0.千位、百位上都能取0.这样设计出来的密码共有 ()

- A. 90个 B. 99个
C. 100个 D. 112个

(文)已知 $f(x+1)$ 是偶函数, 则函数 $y = f(2x)$ 的图像的对称轴是 ()

- A. $x = -1$ B. $x = 1$
C. $x = -\frac{1}{2}$ D. $x = \frac{1}{2}$

6.(理)集合 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, A 是 S 的一个子集, 当 $x \in A$ 时, 若有 $x-1 \notin A$ 且 $x+1 \notin A$, 则称 x 为 A 的一个“孤立元素”, 那么 S 中无“孤立元素”的4元子集的个数是 ()

- A. 4个 B. 5个 C. 6个 D. 7个

- (文)已知 $\triangle ABC$ 的三个内角为 A, B, C ,所对的三边分别为 a, b, c ,若三角形 ABC 的面积为 $S = a^2 - (b - c)^2$,则 $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$ 等于 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. 1
- 7.在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$,当 $n \geq 2$ 时, $a_n = \frac{a_{n-1}}{1 + a_{n-1}}$,且已知此数列有极限,则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 等于 ()
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
- 8.在如图的表格中,每格填上一个数字后,使每一横行成等差数列,每一纵列成等比数列,则 $a + b + c$ 的值为 ()
- A. 1 B. 2
- C. 3 D. 4

第Ⅱ卷(非选择题 共110分)

二、填空题:本大题共6小题,每小题5分,共30分.把答案填在题中横线上

- 9.(理)若 $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}$, $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{4}{5}$,则 α 角的终边在第_____象限.
- (文)函数 $y = 2\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3})$ 的周期是_____,振幅是_____.
- 10.(理)过正三棱锥的侧棱与底面中心作截面,已知截面是等腰三角形,若侧面与底面所成的角为 θ ,则 $\cos \theta$ 的值是_____.
- (文) A, B, C, D, E 五位同学站成一排,其中 A 不站在头也不站在尾的排法有_____种.(用数字作答)
- 11.(理)已知 $f(x) = a\sin 2x + b\operatorname{tg} x + 1$,且 $f(-2) = 4$,那么 $f(\pi + 2) =$ _____.
- (文)同(理)第10题
- 12.给出下面四个条件:
- ① $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ x < 0 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ x > 0 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} a > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} a > 1 \\ x > 0 \end{cases}$
- 能使函数 $y = \log_a x^{-2}$ 为单调减函数的是_____.(填上使命题正确的所有条件的代号)
- 13.(理)已知点 P 是抛物线 $y = 2x^2 + 1$ 上的动点,定点 $A(0, -1)$,若点 M 分 $\overline{PA}$ 所成的比为2,则点 M 的轨迹方程是_____,它的焦点坐标是_____.
- (文)已知二直线 $l_1: mx + 8y + n = 0$ 和 $l_2: 2x + my - 1 = 0$,若 $l_1 \perp l_2$, l_1 在 y 轴上的截距为 -1 ,则 $m =$ _____, $n =$ _____.
- 14.边长为 a 的等边三角形内任一点到三边距离之和为定值,这个定值为_____,推广到空间,棱长为 a 的正四面体内任一点到各面距离之和为_____.

三、解答题:本大题共6小题,共80分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

- 15.(本小题满分13分)
- 已知关于 x 的不等式 $\frac{x+2}{m} > 1 + \frac{x-5}{m^2}$.
- (Ⅰ)解这个不等式;
- (Ⅱ)当此不等式的解集为 $\{x \mid x > 5\}$ 时,求实数 m 的值.
- 16.(本小题满分13分)
- (理)已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$ 且 $bc \neq 0$).
- (Ⅰ)若 $|f(0)| = |f(1)| = |f(-1)| = 1$,试求 $f(x)$ 的解析式;
- (Ⅱ)令 $g(x) = 2ax + b$,若 $g(1) = 0$,又 $f(x)$ 的图像在 x 轴上截得的弦的长度为 l ,且 $0 < l \leq 2$,试确定 $c - b$ 的符号.
- (文)(本小题满分13分)
- 已知 $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{bx + c}$ ($a, b, c \in Z$)是奇函数,又 $f(1) = 2$, $f(2) < 3$.
- (Ⅰ)求 a, b, c 的值;
- (Ⅱ)当 $x \in (-\infty, -1]$ 时,试判断 $f(x)$ 的单调性并加以证明.

17.(本小题满分 14 分)

如图 ,已知多面体 $ABCDE$ 中 , $AB \perp$ 平面 ACD , $DE \perp$ 平面 ACD ,三角形 ACD 是正三角形 ,且 $AD = DE = 2$, $AB = 1$, F 是 CD 的中点 .

(I)求证 : $AF \parallel$ 平面 BCE ;

(II)求多面体 $ABCDE$ 的体积 ;

(III)理 求二面角 $C - BE - D$ 的正切值 .

18.(本小题满分 14 分)

为了竖一块广告牌 ,要制造三角形支架 . 三角形支架如图 ,要求 $\angle ACB = 60^\circ$ BC 长度大于 1 米 , 且 AC 比 AB 长 0.5 米 . 为了广告牌稳固 ,要求 AC 的长度越短越好 ,求 AC 最短为多少米 ? 且当 AC 最短时 , BC 长度为多少米 ?

19.(本小题满分 13 分)

已知焦点在 x 轴上的双曲线 C 的两条渐近线过坐标原点 ,且两条渐近线与以点 $A(0, \sqrt{2})$ 为圆心 ,1 为半径的圆相切 ,又知 C 的一个焦点与 A 关于直线 $y = x$ 对称 .

(I)求双曲线 C 的方程 ;

(II)(理)设直线 $y = mx + 1$ 与双曲线 C 的左支交于 A, B 两点 ,另一直线 l 经过 $M(-2, 0)$ 及 AB 的中点 ,求直线 l 在 y 轴上的截距 b 的取值范围 ;

(III)若 Q 是双曲线 C 上的任一点 , F_1, F_2 为双曲线 C 的左、右两个焦点 ,从 F_1 引 $\angle F_1 Q F_2$ 的平分线的垂线 ,垂足为 N ,试求点 N 的转迹方程 .

20.(本小题满分 13 分)

(理)函数 $f(x)$ 对任意 $x \in R$ 都有 $f(x) + f(1 - x) = \frac{1}{2}$.

(I)求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 和 $f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{n-1}{n}\right) (n \in N)$ 的值 ;

(II)数列 $\{a_n\}$ 满足 : $a_n = f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f(1)$,数列 $\{a_n\}$ 是等差数列吗 ? 请给予证明 ;

(III)令 $b_n = \frac{4}{4a_n - 1}, T_n = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \dots + b_n^2, S_n = 32 - \frac{16}{n}$. 试比较 T_n 与 S_n 的大小 .

(文)已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $a_n + 3S_n S_{n-1} = 0 (n \geq 2), a_1 = \frac{1}{3}$.

(I)求证 : $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是等差数列 ;

(II)求 a_n 的表达式 ;

(III)若 $b_n = \begin{cases} 1 & (n = 1) \\ \frac{1}{3(1 - n)a_n} & (n \geq 2) \end{cases}$ 记 $T_n = \frac{1}{b_1 + n} + \frac{1}{b_2 + n} + \dots + \frac{1}{b_n + n}$,

求证 :数列 $\{T_n\}$ 是递增数列 .

2. 北京市西城区抽样测试

数 学

参考公式：

三角函数的和差化积公式

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{\text{台侧}} = \frac{1}{2}(c' + c)l$$

其中 c' 、 c 分别表示上下底面周长，
 l 表示斜高或母线长。

球的体积公式

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ 的两条准线方程是 ()

A. $x = \pm \frac{9}{5}$ B. $x = \pm \frac{16}{5}$ C. $y = \pm \frac{9}{5}$ D. $y = \pm \frac{16}{5}$

2. 不等式 $(2x - 1)(1 - |x|) < 0$ 成立的充要条件是 ()

A. $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{2}$ B. $x > 1$ 或 $-1 < x < \frac{1}{2}$

C. $-1 < x < \frac{1}{2}$ D. $x < -1$ 或 $x > \frac{1}{2}$

3. (理) 在极坐标系中，定点 $A(1, \frac{\pi}{2})$ ，点 B 在直线 $\sqrt{3}\rho \cos \theta - \rho \sin \theta = 0$ 上移动。当线段 AB 最短时，点 B 的极坐标是 ()

A. $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{6})$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{6})$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{3})$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{3})$

(文) 已知定点 $A(0, 1)$ ，点 B 在直线 $y = x$ 上移动。当线段 AB 最短时，点 B 的坐标是 ()

A. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

C. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

4. 已知 α, β 表示平面， m, n 表示直线。下列命题中正确的是 ()

A. 若 $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ 则 $m // n$ B. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ 则 $m \perp n$

C. 若 $m // \alpha, n // \beta, m \perp n$ 则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, m // n$ 则 $\alpha // \beta$

5. 函数 $y = 2^x + 1 (x < 1)$ 的反函数是 ()

A. $y = \log_2(x - 1), x \in (1, 3)$ B. $y = -1 + \log_2 x, x \in (1, 3)$

C. $y = \log_2(x - 1), x \in (1, 3]$

D. $y = -1 + \log_2 x, x \in (1, 3]$

6. 在复平面内，向量 $\overrightarrow{AB}$ 对应的复数是 $2 + i$ ，向量 $\overrightarrow{CB}$ 对应的复数是 $-1 - 3i$ ，则向量 $\overrightarrow{CA}$ 对应的复数为 ()

A. $1 - 2i$

B. $-1 + 2i$

C. $3 + 4i$

D. $-3 - 4i$

7. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $a, b \in A$ ，则方程 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 表示焦点位于 y 轴上的椭圆有 ()

A. 5 个

B. 10 个

C. 20 个

D. 25 个

8. 人口问题是我国最大的社会问题之一，估计人口数量和发展趋势是我们制定一系列相关政策的基础。由人口统计年鉴，可查得我国从 1974 年至 1999 年人口数据资料如下：

年 份	1974	1979	1984	1989	1994	1999
人口数	9.08	9.75	10.35	11.07	11.77	12.50

(单位：亿)

由此可估算我国 2004 年的人口数为 ()

A. 13.02 亿

B. 13.22 亿

C. 13.42 亿

D. 13.66 亿

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。把答案填在题中横线上。

9. 如果函数 $y = \begin{cases} 2x - 3 & (x > 0) \\ f(x), & (x < 0) \end{cases}$ 是奇函数，则 $f(x) =$ _____。

10. (理) 设正方体的棱长为 a ，则以其六个面的中心为顶点的多面体的体积是_____。

(文) 函数 $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值的和是 3，则 a 的值是_____。

11. (理) 函数 $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$ ，则 a 的值是_____。

(文) 函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x (x \in \mathbf{R})$ 的最小值是_____。

12. 直线 l 截圆 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 所得弦 AB 的中点是 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ，则直线 l 的方程为 _____； $|AB| =$ _____。

13. (理) 函数 $y = \sin x \cdot (\sin x + \sqrt{3} \cos x) (x \in \mathbf{R})$ 的最大值是_____。

(文) 同(理)第 10 题

14. 如图， $n^2 (n \geq 4)$ 个正数排成 n 行 n 列方阵。符号 $a_{ij} (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n, i, j \in \mathbf{N})$ 表示位于第 i 行第 j 列的正数。已知每一行的数成等差数列，每一列的数成等比数列，且各列数的公比都等于

q 。若 $a_{11} = \frac{1}{2}, a_{24} = 1, a_{32} = \frac{1}{4}$ 。

(理) 则 $q =$ _____； $a_{ij} =$ _____。

(文) 则 $q =$ _____； $a_{46} =$ _____。

$$a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad \cdots \quad a_{1n}$$

$$a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23} \quad \cdots \quad a_{2n}$$

$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$$

$$a_{n1} \quad a_{n2} \quad a_{n3} \quad \cdots \quad a_{nn}$$

三、解答题 本大题共 6 小题 ,共 80 分 .解答应写出文字说明 ,证明过程或演算步骤

15.(本题满分 12 分)

设 $x \in \mathbf{R}$ 函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$). 已知 $f(x)$ 的最小正周期为 π ,且

$$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}.$$

(I)求 ω 和 φ 的值 ;

(II)求 $f(x)$ 的单调递增区间 .

16.(本题满分 14 分)

如图 ,正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 , E 是 AC 中点 .

(I)求证 : $BE \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;

(II)求证 : $AB_1 \parallel$ 平面 BEC_1 ;

(III)若 $\frac{A_1A}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,求二面角 $E - BC_1 - C$ 的大小 .

17.(本题满分 13 分)

(理) 设函数 $f(x) = \log_a(1 - \frac{a}{x})$, 其中 $0 < a < 1$.

(I) 证明 $f(x)$ 是 $(a, +\infty)$ 上的减函数 ;

(II) 解不等式 $f(x) > 1$.

(文)(本题满分 12 分)

某种商品在近 30 天内每件的销售价格 P (元) 与时间 t (天) 的函数关系近似满足

$$P = \begin{cases} t + 20, & (1 \leq t \leq 24, t \in \mathbf{N}) \\ -t + 100, & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}) \end{cases}$$
 . 商品的日销售量 Q (件) 与时间 t (天) 的函数关系近似满足

$$Q = -t + 40 \quad (1 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N})$$
 . 求这种商品日销售金额的最大值 , 并指出日销售金额最大的一天是 30 天中第几天 .

18.(本题满分 14 分)

(理) 已知定点 $A(-2, -4)$ 过点 A 作倾斜角为 45° 的直线 l 交抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 于 B, C 两点 , 且 $|AB|, |BC|, |AC|$ 成等比数列 .

(I) 求抛物线方程 ;

(II) 在 (I) 中的抛物线上是否存在点 D , 使得 $|DB| = |DC|$ 成立 ? 如果存在 , 求出点 D 的坐标 ; 如果不存在 , 请说明理由 .

(文) 设函数 $f(x) = \log_a(1 - ax)$, 其中 $0 < a < 1$.

(I) 证明 $f(x)$ 是 $(-\infty, \frac{1}{a})$ 上的增函数 ;

(II) 解不等式 $f(x) > 1$.

19.(本题满分 14 分)

(理)如图 ,工厂检验员通常用一个直径为 2cm 的标准圆柱和一个直径为 1cm 的标准圆柱检测一个直径为 3cm 的圆柱状洞口 . 为了保证质量 ,有时再插入两个合适的同号标准圆柱 ,分别与三圆柱相切 . 记 A 、 B 、 C 依次为直径 2cm、3cm、1cm 的圆柱截面圆的圆心 ,求插入的两个标准圆柱的直径 .

(文)(本题满分 13 分)

同(理)第 18 题

20.(本题满分 14 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 中 , $a_1 = a$ ($0 < a < 1$) , $b_1 = 1 - a$. 当 $n \geq 2$ 时 ,

$$a_n = a_{n-1} \cdot b_n, b_n = \frac{b_{n-1}}{1 - a_{n-1}^2}.$$

(I)证明 :对任意 $n \in \mathbf{N}$,有 $a_n + b_n = 1$;

(II)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 ;

(III)记 $C_n = a_n^2 \cdot b_{n+1}$, S_n 为数列 $\{C_n\}$ 的前 n 项和 . 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 的值 . (文史类不做)

3. 北京市海淀区高三年级第二学期期末练习

数 学

参考公式：

三角函数的和差化积公式：

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\text{球体积公式: } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{球表面积公式: } S = 4 \pi R^2$$

一、选择题 选择题共 8 个小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的

1. 已知集合 $M = \{x \mid |x - 1| \leq 1\}$, Z 为整数集,则 $M \cap Z$ 为 ()

- A. $\{2, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\emptyset$ D. $\{-1, 0\}$

2. 复数 $z_1 = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$, $z_2 = 2 - i^3$ 分别对应复平面上的点 P 、 Q ,则向量 $\overrightarrow{PQ}$ 对应的复数是 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $-3 - i$
C. $1 + i$ D. $3 + i$

3. 设 l_1, l_2 表示两条直线, α 表示平面,若有:① $l_1 \perp l_2$; ② $l_1 \perp \alpha$; ③ $l_2 \subset \alpha$,则以其中两个为条件,另一个为结论,可以构造的所有命题中,正确命题的个数为 ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

4. 设抛物线 $y^2 = 4(x + 1)$ 的准线为 l ,直线 $y = x$ 与该抛物线相交于 A 、 B 两点,则点 A 及点 B 到准线 l 的距离之和为 ()

- A. 8 B. 7
C. 10 D. 12

5. 已知函数 $f(x) = x \cdot \sin x$, $x \in R$. 则 $f(-\frac{\pi}{4})$, $f(1)$ 及 $f(\frac{\pi}{3})$ 的大小关系为 ()

- A. $f(-\frac{\pi}{4}) > f(1) > f(\frac{\pi}{3})$
B. $f(1) > f(\frac{\pi}{3}) > f(-\frac{\pi}{4})$
C. $f(\frac{\pi}{3}) > f(1) > f(-\frac{\pi}{4})$

D. $f(\frac{\pi}{3}) > f(-\frac{\pi}{4}) > f(1)$

6. 某公司新招聘进 8 名员工,平均分给下属的甲、乙两个部门.其中两名英语翻译人员不能同给一个部门;另三名电脑编程人员也不能同给一个部门.则不同的分配方案有 ()

- A. 36 种 B. 38 种
C. 108 种 D. 114 种

7. (理)函数 $f(x)$ ($x \in R$) 的图像如图所示,则函数 $g(x) = f(\log_a x)$ ($0 < a < 1$) 的单调减区间是 ()

- A. $[0, \frac{1}{2}]$
B. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

- C. $[\sqrt{a}, 1]$
D. $[\sqrt{a}, \sqrt{a+1}]$

(文)函数 $f(x)$ ($x \in R$) 的图像如图所示,则当 $0 < a < 1$ 时,函数 $g(x) = a^{f(x)}$ 的单调减区间是 ()

- A. $[0, \frac{1}{2}]$ B. $(-\infty, 0) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

- C. $[\sqrt{a}, 1]$ D. $[\sqrt{a}, \sqrt{a+1}]$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}$, S_n 为数列的前 n 项和,且 S_n 与 $\frac{1}{a_n}$ 的一个等比中项为 n ($n \in N$),则

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

二、填空题 本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分,把答案填在题中横线上

9. 已知函数 $f(x) = 1 + 2^{x-1}$, 则其值域为 _____; $f^{-1}(5) =$ _____.

10. 已知 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$. 定义集合 A 、 B 之间的运算 $*$: $A * B = \{x \mid x = x_1 + x_2, x_1 \in A, x_2 \in B\}$, 则集合 $A * B$ 中最大的元素是 _____, 集合 $A * B$ 的所有子集的个数为 _____.

11. 将函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x^2} & (-2 \leq x \leq 0) \\ 2-x & (0 < x \leq 2) \end{cases}$ 的图像绕 x 轴旋转一周所得几何体的表面积为 _____; 其体积为 _____.

12. (理)点 P 是双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 和圆 $C_2: x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 的一个交点,且

$2\angle PF_1 F_2 = \angle PF_2 F_1$, 其中 F_1, F_2 是双曲线 C_1 的两个焦点,则双曲线 C_1 的离心率为 _____.

(文)设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条准线与两条渐近线交于 A 、 B 两点,其相应的焦

- 点为 F ,若 $\angle AFB = 90^\circ$,则双曲线的离心率为_____ .
13. 设函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ $\omega > 0, \varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π ,且其图像关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称 ,则在下面四个结论中 :①图像关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称 ;②图像关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称 ;③在 $0, \frac{\pi}{6}$]上是增函数 ;④在 $-\frac{\pi}{6}, 0$]上是增函数 .那么所有正确结论的编号为_____ .
14. 办公大楼共有 15 层 ,现每层(除 13 层外)派 1 人集中到第 k 层开会 .当这 14 位参加会议的人员上、下楼梯所走路程的总和最少时 , k 的值为_____ .

三、解答题 :本大题有 6 小题 ,共 80 分 ,解答应写出文字说明 ,证明过程或演算步骤

15.(本小题满分 12 分)

解不等式 $:\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x+1}-x) < 2$

16.(本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中 , a, b, c 分别是角 A, B, C 所对的边 ,且 $2\sin^2 \frac{A+B}{2} + \cos 2C = 1$

(I)求角 C 的大小 ;

(II)理)若 $a^2 = b^2 + \frac{1}{2}c^2$,试求 $\sin(A - B)$ 的值 .

(文)若 $a^2 + b^2 = 5, c = \sqrt{3}$,试求 a, b 的值 .

17.(本小题满分 12 分)

某种汽车购买时费用为 14.4 万元 , 每年应交付保险费、养路费及汽油费共 0.9 万元 , 汽车的维修费为 : 第一年 0.2 万元 , 第二年 0.4 万元 , 第三年 0.6 万元 , …… , 依等差数列逐年递增 .

(I) 设使用 n 年该车的总费用为 $f(n)$, 试写出 $f(n)$ 的表达式 ;

(II) 求这种汽车使用多少年报废最合算(即该车使用多少年平均费用最少)?

18.(本小题满分 16 分)

如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AC = BC = 1$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在斜边 AB 上 , $\angle BCD = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$). 把

$\triangle BCD$ 沿 CD 折起到 $\triangle B'CD$ 的位置 , 使平面 $B'CD \perp$ 平面 ACD

(I) 求点 B' 到平面 ACD 的距离(用 α 表示);

(II) 当 $AD \perp B'C$ 时 , 求三棱锥 $B' - ACD$ 的体积 ;

(III) (理) 当点 B' 在平面 ACD 内的射影为线段 CD 的中点时 , 求异面直线 AD 与 $B'C$ 所成角的大小 .

(文) 当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时 , 求二面角 $B' - AC - D$ 的正切值 .

19.(本小题满分 14 分)

设椭圆 C_1 的中心在原点 ,其右焦点与抛物线 $C_2:y^2=4x$ 的焦点 F 重合 ,过点 F 与 x 轴垂直的直线与 C_1 交于 $A、B$ 两点 ,与 C_2 交于 $C、D$ 两点 ,已知 $\frac{|CD|}{|AB|}=\frac{4}{3}$.

(理)(Ⅰ) 求椭圆 C_1 的方程 ;

(Ⅱ) 过点 F 的直线 l 与 C_1 交于 $M、N$ 两点 ,与 C_2 交于 $P、Q$ 两点 ,若 $\frac{|PQ|}{|MN|}=\frac{5}{3}$,求直线 l 的方程 .

(文)(Ⅰ) 过点 F 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线与 $C_2:y^2=4x$ 交于 $P、Q$ 两点 ,求 $|PQ|$ 的值 ;

(Ⅱ) 求椭圆 C_1 的方程 .

20.(本小题满分 12 分)

(理) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=a$ (a 是常数) , $a_n=2a_{n-1}+n^2-4n+2$ ($n\in N,n\geqslant 2$).

(Ⅰ) $\{a_n\}$ 是否可能是等差数列 . 若可能 , 求出 $\{a_n\}$ 的通项公式 ; 若不可能 , 说明理由 ;

(Ⅱ) 设 $b_1=b$, $b_n=a_n+n^2$ ($n\in N,n\geqslant 2$) , S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 , 且 $\{S_n\}$ 是等比数列 , 求实数 a,b 满足的条件 .

(文) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=a$ (a 是常数且 $a\neq -1$) , $a_n=2a_{n-1}+1$ ($n\in N,n\geqslant 2$).

(Ⅰ) $\{a_n\}$ 是否可能是等差数列 . 若可能 , 求出 $\{a_n\}$ 的通项公式 ; 若不可能 , 说明理由 ;

(Ⅱ) 设 $b_n=a_n+c$ ($n\in N,c$ 是常数) , 若 $\{b_n\}$ 是等比数列 , 求实数 c 的值 , 并求出 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

4. 南京市高三质量检测

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分.考试用时120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

参考公式:	正棱锥、圆锥的侧面积公式
如果事件 A 、 B 互斥,那么	$S_{\text{锥侧}} = \frac{1}{2}cl$
$P(A+B) = P(A) + P(B)$	其中 c 表示底面周长, l 表示斜高
如果事件 A 、 B 相互独立,那么	或母线长
$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$	球的体积公式
如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,	$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$
那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率	其中 R 表示球的半径
$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$	

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的

1. 与向量 $\vec{a} = (12, 5)$ 平行的单位向量为 ()

- A. $(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$
- B. $(-\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$
- C. $(\frac{12}{13}, \frac{5}{13})$ 或 $(-\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$
- D. $(\pm\frac{12}{13}, \pm\frac{5}{13})$

2. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \log_2(x + 2)$ 的定义域为 ()

- A. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
- B. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$
- C. $[-2, -1]$
- D. $(-2, -1] \cup [3, +\infty)$

3. 已知样本:

10 8 6 10 13 8 10 12 11 7
8 9 11 9 12 9 10 11 12 12

那么频率为0.3的范围是 ()

- A. 5.5~7.5
- B. 7.5~9.5
- C. 9.5~11.5
- D. 11.5~13.5

4. 已知直线 m 、 n 和平面 α , 则 $m \parallel n$ 的一个必要条件是 ()

- A. $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$
- B. $m \perp \alpha, n \perp \alpha$

- C. $m \parallel \alpha, n \subset \alpha$
- D. m, n 与 α 成等角

5. 若正数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 则 $a + b$ 的取值范围是 ()

- A. $[9, +\infty)$
- B. $[6, +\infty)$
- C. $(0, 9]$
- D. $(0, 6)$

6. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的实轴长、虚轴长、焦距成等比数列, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
- C. $\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{3}$

7. 若函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且 $x \in (-1, 1]$ 时, $f(x) = |x|$. 则函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = \log_4|x|$ 的图像的交点的个数为 ()

- A. 3
- B. 4
- C. 6
- D. 8

8. 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上的动点, 点 P 在 y 轴上的射影是 M , 点 A 的坐标是 $A(\frac{7}{2}, 4)$, 则 $|PA| + |PM|$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{7}{2}$
- B. 4
- C. $\frac{9}{2}$
- D. 5

9. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = 2^{-x} - 1$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(3)$ 的值为 ()

- A. 1
- B. -1
- C. 2
- D. -2

10. 能够使得圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 上恰有两个点到直线 $2x + y + c = 0$ 距离等于1的 c 的一个值为 ()

- A. 2
- B. $\sqrt{5}$
- C. 3
- D. $3\sqrt{5}$

11. 关于 x 的不等式 $ax - b > 0$ 的解集是 $(1, +\infty)$, 则关于 x 的不等式 $\frac{ax+b}{x-2} > 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(1, 2)$
- D. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

12. 由0, 1, 2, ..., 9这十个数字组成的、无重复数字的四位数中, 个位数字与百位数字之差的绝对值等于8的个数为 ()

- A. 180
- B. 196
- C. 210
- D. 224

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 :本大题共 4 小题 ,每小题 4 分 ,共 16 分 .把答案填在题中横线上

13. 如图 ,已知点 E 是棱长为 2 的正方体 AC_1 的棱 AA_1 的中点 ,则点

A 到平面 EBD 的距离等于_____.

14. 若 $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$,则数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和

$S_n =$ _____.

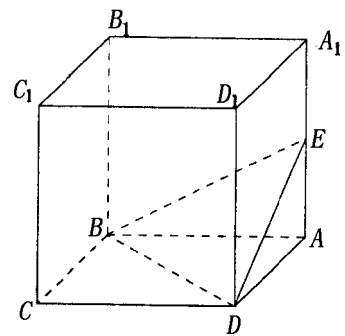
15. 已知 $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$,则 $\cos 2\theta =$ _____.

16. 有两个向量 $\vec{e}_1 = (1, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1)$,今有动点 P ,从 $P_0(-1, 2)$ 开始

沿着与向量 $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ 相同的方向作匀速直线运动 ,速度为 $|\vec{e}_1 + \vec{e}_2|$;另一动点 Q ,从 $Q_0(-2, -1)$

开始沿着与向量 $3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ 相同的方向作匀速直线运动 ,速度为 $|3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2|$.设 P 、 Q 在时刻

$t = 0$ 秒时分别在 P_0 、 Q_0 处 ,则当 $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{P_0Q_0}$ 时 , $t =$ _____秒.



三、解答题 :本大题 6 小题 ,共 74 分 .解答应写出文字说明 ,证明过程或演算步骤

17.(本小题满分 12 分)

某厂生产的 A 产品按每盒 10 件进行包装 ,每盒产品均需检验合格后方可出厂 .质检办法规定 :从每盒 10 件 A 产品中任抽 4 件进行检验 ,若次品数不超过 1 件 ,就认为该盒产品合格 ;否则 ,就认为该盒产品不合格 .已知某盒 A 产品中有 2 件次品 .

(I)求该盒产品被检验合格的概率 ;

(II)若对该盒产品分别进行两次检验 ,求两次检验得出的结果(合格与否)不一致的概率 .

18.(本小题满分 12 分)

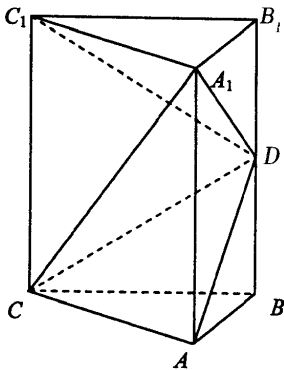
已知偶函数 $f(x) = \cos\theta \sin x - \sin(x - \theta) + (\tan\theta - 2)\sin x - \sin\theta$ 的最小值是 0 ,求 $f(x)$ 的最大值及此时 x 的集合 .

19.(本小题满分 12 分)

如图 ,直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 , $AB = AC = \frac{1}{2}AA_1$, $\angle BAC = 90^\circ$, D 为棱 BB_1 的中点 .

(I)求异面直线 C_1D 与 A_1C 所成的角 ;

(II)求证 :平面 $A_1DC \perp$ 平面 ADC .



20.(本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 满足 :①在 $x = 1$ 时有极值 ;②图像过点 $(0, -3)$,且在该点处的切线与直线 $2x + y = 0$ 平行 .

(I)求 $f(x)$ 的解析式 ;

(II)求函数 $g(x) = f(x^2)$ 的单调递增区间 .