

图书在版编目(CIP)数据

高考模拟试题精粹 1 北京天利考试信息网编 . —拉萨:西藏人民出版社,2004 .7

ISBN 7 - 223 - 01710 - 4

    .高...    .北...    .课程 - 高中 - 习题 - 升学参考资料

    .G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 049510 号

高考模拟试题精粹

作    者  北京天利考试信息网

责任编辑  李海平

封面设计  谭仲秋

出    版  西藏人民出版社

社    址  拉萨市林廓北路 20 号        邮政编码  850000

          北京发行部:100027  北京 4717 信箱

电    话:010 - 64680026  64651171

印    刷  北京市金顺印刷厂

经    销  全国新华书店

开    本  16 开(787×1092 毫米)        字    数  500 千字

印    张  39

版    次  2004 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

标准书号  ISBN 7 - 223 - 01710 - 4 G·731

定    价  40.00 元(全 5 册)

目    录

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| 1. 北京市东城区高三年级综合练习(二) .....     | ( 1 ) |
| 2. 北京市西城区抽样测试 .....            | ( 9 ) |
| 3. 北京市海淀区高三年级第二学期期末练习 .....    | (17)  |
| 4. 南京市高三质量检测 .....             | (25)  |
| 5. 重庆市高三联合诊断性考试(一) .....       | (33)  |
| 6. 成都市高中毕业班第一次诊断性检测题 .....     | (41)  |
| 7. 辽宁省高三第一次模拟考试 .....          | (49)  |
| 8. 湖北省黄冈市高三年级质量检测 .....        | (57)  |
| 哈 师 大 附 中                      |       |
| 9. 东 北 师 大 附 中 高三第一次联合考试 ..... | (65)  |
| 辽宁省实验中学                        |       |
| 10. 浙江省高三第一次教学质量检测 .....       | (73)  |
| 11. 2004 年普通高等学校招生全国统一考试 ..... | (81)  |

参考答案

2005 北京名校联考

高 考 模 拟 试 题 精 粹

数    学

北京天利考试信息网    编

西藏人民出版社

# 编写使用说明

每年的高考试题虽有变化和创新,但在总体上保持着连续性和稳定性,北京市高考独立命题两年来,情况亦然。众所周知,高考考的是知识和能力,而做题又是巩固知识和提高能力最有效的方法。为帮助将要面对高考的学生尽早地认识高考,备战高考,我们依照北京市高考考试说明,精心编写了本书。本书分为语文、英语、数学、文科综合和理科综合5册,除数学外,其他各科均由12套题组成,其中东城区、西城区、海淀区各2套,崇文区、宣武区、朝阳区、丰台区、顺义区、2004年普通高等学校招生全国统一考试(北京卷)各1套。由于北京市2005年高考采用新课程卷,其中数学科变动较大,因此我们在数学册选题时,除东城区、西城区、海淀区各选1套外,还从全国已采用新课程卷考试的省市选编了7套,加上2004年普通高等学校招生全国统一考试(数学全国卷),共11套,敬请师生注意、重视并适应这种变化。数学科试题做成文理合卷,凡题中标有(理)的供理科学生做,文科学生可不做;标有(文)的供文科学生做,理科学生可不做;其他未标注的试题,文科、理科学生均做。

通过对新教材、考试中心《考试大纲》和北京考试说明的仔细研读及对高考试题的对比分析,我们发现全国各省市的高考考核知识要求基本相同,北京卷高考试题与全国卷和其他各省市的差别不大,所以本书除可供北京市的师生使用外,也可供全国其他省市的教师和考生参考、使用。本书具有较高的综合程度和参考价值,每套题均配有较详细的解答,因此,本书在高三第二轮复习前后使用效果最佳。为方便读者,本书可拆成活页直接使用。

水平有限,不妥之处敬请指正。

编 者

2004年7月

## 1. 北京市东城区高三年级综合练习(二)

### 数 学

本试卷分第 卷(选择题)和第 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

#### 第 卷(选择题 共 40 分)

参考公式:

三角函数的和差化积公式 正棱台、圆台的侧面积公式

$$\sin \theta + \sin = 2 \sin \frac{\theta +}{2} \cos \frac{\theta -}{2} \quad S_{\text{台侧}} = \frac{1}{2} (c' + c) l$$

$$\sin \theta - \sin = 2 \cos \frac{\theta +}{2} \sin \frac{\theta -}{2} \quad \text{其中 } c', c \text{ 分别表示上、下底面周长, } l \text{ 表示斜高或母线长}$$

$$\cos \theta + \cos = 2 \cos \frac{\theta +}{2} \cos \frac{\theta -}{2} \quad \text{台体的体积公式: } V_{\text{台体}} = \frac{1}{3} (S' + S'S + S) h$$

$$\cos \theta - \cos = -2 \sin \frac{\theta +}{2} \sin \frac{\theta -}{2} \quad \text{其中 } S', S \text{ 分别表示上、下底面积, } h \text{ 表示高.}$$

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1.(理)已知复数  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ),  $z_2 = -1 + ai$ ,若  $|z_1| < |z_2|$ ,则实数  $b$  适合的条件是 ( )

- A.  $b < -1$  或  $b > 1$                       B.  $-1 < b < 1$   
C.  $b > 1$                                       D.  $b > 0$

(文)设集合  $M = \{1, 2\}$ ,  $N = \{2, 3\}$ ,集合  $P \subseteq (M \cap N)$ ,则  $P$  的个数是 ( )

- A. 6                                              B. 7  
C. 8                                              D. 5

2.(理)命题甲: $(\frac{1}{2})^x, 2^{1-x}, 2x^2$  成等比数列

命题乙: $\lg x, \lg(x+1), \lg(x+3)$  成等差数列

则甲是乙的 ( )

- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件                                  D. 既非充分又非必要条件

(文)同(理)第 1 题

3.(理)某城市出租车起步价为 10 元,最长可租乘 3km(不含 3km),以后每 1km 价为 1.6 元(不足 1km,按 1km 计费),若出租车行驶在不需等待的公路上,出租车的费用  $y$ (元)与行驶的里程  $x$ (km)之间的函数图像大致为 ( )

(文)命题甲: $|x| \leq 2$ ,命题乙: $|x+1| \leq 1$ ,则甲是乙的 ( )

- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件                                  D. 既非充分又非必要条件

4.(理) $P(x, y)$  是曲线  $\begin{cases} x = -1 + \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$  上任意一点,则  $(x-2)^2 + (y+4)^2$  的最大值是 ( )

- A. 36                                              B. 6                                              C. 26                                              D. 25

(文)同(理)第 3 题

5.(理)某银行储蓄卡的密码是一个 4 位数,某人采用千位、百位上的数字之积作为十位个位上的数字(如 2816)的方法设计密码,当积为一位数时,十位上数字选 0.千位、百位上都能取 0.这样设计出来的密码共有 ( )

- A. 90 个                                              B. 99 个  
C. 100 个                                              D. 112 个

(文)已知  $f(x+1)$  是偶函数,则函数  $y = f(2x)$  的图像的对称轴是 ( )

- A.  $x = -1$                                               B.  $x = 1$   
C.  $x = -\frac{1}{2}$                                               D.  $x = \frac{1}{2}$

6.(理)集合  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A$  是  $S$  的一个子集,当  $x \in A$  时,若有  $x-1 \notin A$ ,且  $x+1 \notin A$ ,则称  $x$  为  $A$  的一个“孤立元素”,那么  $S$  中无“孤立元素”的 4 元子集的个数是 ( )

- A. 4 个                                              B. 5 个                                              C. 6 个                                              D. 7 个

(文)已知  $ABC$  的三个内角为  $A, B, C$ , 所对的三边分别为  $a, b, c$ , 若三角形  $ABC$  的面积为

$S = a^2 - (b - c)^2$ , 则  $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$  等于 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D. 1

7. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ , 当  $n \geq 2$  时,  $a_n = \frac{a_{n-1}}{1 + a_{n-1}}$ , 且已知此数列有极限, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  等于 ( )

- A. - 2                      B. - 1                      C. 0                      D. 1

8. 在如图的表格中, 每格填上一个数字后, 使每一横行成等差数列, 每一纵列成等比数列, 则  $a + b + c$  的值为 ( )

- A. 1                                      B. 2  
C. 3                                      D. 4

第 卷(非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上

9. (理) 若  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{4}{5}$ , 则  $\alpha$  角的终边在第\_\_\_\_\_象限.

(文) 函数  $y = 2\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3})$  的周期是\_\_\_\_\_, 振幅是\_\_\_\_\_.

10. (理) 过正三棱锥的侧棱与底面中心作截面, 已知截面是等腰三角形, 若侧面与底面所成的角为  $\theta$ , 则  $\cos \theta$  的值是\_\_\_\_\_.

(文)  $A, B, C, D, E$  五位同学站成一排, 其中  $A$  不站在头也不站在尾的排法有\_\_\_\_\_种. (用数字作答)

11. (理) 已知  $f(x) = a\sin 2x + b\operatorname{tg} x + 1$ , 且  $f(-2) = 4$ , 那么  $f(\pi + 2) =$ \_\_\_\_\_.

(文) 同(理)第 10 题

12. 给出下面四个条件:

- |             |             |         |         |
|-------------|-------------|---------|---------|
| $0 < a < 1$ | $0 < a < 1$ | $a > 1$ | $a > 1$ |
| $x < 0$     | $x > 0$     | $x < 0$ | $x > 0$ |

能使函数  $y = \log_a x^{-2}$  为单调减函数的是\_\_\_\_\_ (填上使命题正确的所有条件的代号)

13. (理) 已知点  $P$  是抛物线  $y = 2x^2 + 1$  上的动点, 定点  $A(0, -1)$ , 若点  $M$  分  $\overline{PA}$  所成的比为 2, 则点  $M$  的轨迹方程是\_\_\_\_\_, 它的焦点坐标是\_\_\_\_\_.

(文) 已知二直线  $l_1: mx + 8y + n = 0$  和  $l_2: 2x + my - 1 = 0$ , 若  $l_1 \perp l_2$ ,  $l_1$  在  $y$  轴上的截距为 -1, 则  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.

14. 边长为  $a$  的等边三角形内任一点到三边距离之和为定值, 这个定值为\_\_\_\_\_; 推广到空间, 棱长为  $a$  的正四面体内任一点到各面距离之和为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15. (本小题满分 13 分)

已知关于  $x$  的不等式  $\frac{x+2}{m} > 1 + \frac{x-5}{m^2}$ .

( ) 解这个不等式;

( ) 当此不等式的解集为  $\{x | x > 5\}$  时, 求实数  $m$  的值.

16. (本小题满分 13 分)

(理) 已知函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$  且  $bc \neq 0$ ).

( ) 若  $|f(0)| = |f(1)| = |f(-1)| = 1$ , 试求  $f(x)$  的解析式;

( ) 令  $g(x) = 2ax + b$ , 若  $g(1) = 0$ , 又  $f(x)$  的图像在  $x$  轴上截得的弦的长度为  $l$ , 且  $0 < l \leq 2$ , 试确定  $c - b$  的符号.

(文) (本小题满分 13 分)

已知  $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{bx + c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ) 是奇函数, 又  $f(1) = 2$ ,  $f(2) < 3$ .

( ) 求  $a, b, c$  的值;

( ) 当  $x \in (-\infty, -1]$  时, 试判断  $f(x)$  的单调性并加以证明.

17 .( 本小题满分 14 分)

如图,已知多面体  $ABCDE$  中,  $AB \perp$  平面  $ACD$ ,  $DE \perp$  平面  $ACD$ , 三角形  $ACD$  是正三角形,且  $AD = DE = 2$ ,  $AB = 1$ ,  $F$  是  $CD$  的中点 .

- ( ) 求证:  $AF \perp$  平面  $BCE$ ;
- ( ) 求多面体  $ABCDE$  的体积;
- ( )(理)求二面角  $C - BE - D$  的正切值 .

18 .( 本小题满分 14 分)

为了竖一块广告牌,要制造三角形支架 .三角形支架如图,要求  $\angle ACB = 60^\circ$   $BC$  长度大于 1 米,且  $AC$  比  $AB$  长 0 .5 米 .为了广告牌稳固,要求  $AC$  的长度越短越好,求  $AC$  最短为多少米 ? 且当  $AC$  最短时,  $BC$  长度为多少米 ?

19 .(本小题满分 13 分)

已知焦点在  $x$  轴上的双曲线  $C$  的两条渐近线过坐标原点,且两条渐近线与以点  $A(0, 2)$  为圆心,1 为半径的圆相切,又知  $C$  的一个焦点与  $A$  关于直线  $y = x$  对称 .

( ) 求双曲线  $C$  的方程;

( ) (理) 设直线  $y = mx + 1$  与双曲线  $C$  的左支交于  $A, B$  两点,另一直线  $l$  经过  $M(-2, 0)$  及  $AB$  的中点,求直线  $l$  在  $y$  轴上的截距  $b$  的取值范围;

( ) 若  $Q$  是双曲线  $C$  上的任一点,  $F_1, F_2$  为双曲线  $C$  的左、右两个焦点,从  $F_1$  引  $F_1 Q F_2$  的平分线的垂线,垂足为  $N$ ,试求点  $N$  的转迹方程 .

20 .(本小题满分 13 分)

(理) 函数  $f(x)$  对任意  $x \in R$  都有  $f(x) + f(1 - x) = \frac{1}{2}$  .

( ) 求  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  和  $f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{n-1}{n}\right)$  ( $n \in N$ ) 的值;

( ) 数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_n = f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f(1)$ , 数列  $\{a_n\}$  是等差数列吗? 请给予证明;

( ) 令  $b_n = \frac{4}{4a_n - 1}$ ,  $T_n = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + \dots + b_n^2$ ,  $S_n = 32 - \frac{16}{n}$ . 试比较  $T_n$  与  $S_n$  的大小 .

(文) 已知各项均不为零的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_n + 3S_n S_{n-1} = 0$  ( $n \geq 2$ ),  $a_1 = \frac{1}{3}$  .

( ) 求证:  $\{\frac{1}{S_n}\}$  是等差数列;

( ) 求  $a_n$  的表达式;

( ) 若  $b_n = \frac{1}{3(1-n)a_n}$  ( $n \geq 2$ ) 记  $T_n = \frac{1}{b_1 + n} + \frac{1}{b_2 + n} + \dots + \frac{1}{b_n + n}$ ,

求证: 数列  $\{T_n\}$  是递增数列 .

## 2. 北京市西城区抽样测试

### 数 学

参考公式:

三角函数的和差化积公式

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{\text{台侧}} = \frac{1}{2} (c' + c) l$$

其中  $c'$ 、 $c$  分别表示上下底面周长,  
 $l$  表示斜高或母线长.

球的体积公式

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1 双曲线  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$  的两条准线方程是 ( )

A . $x = \pm \frac{9}{5}$       B . $x = \pm \frac{16}{5}$       C . $y = \pm \frac{9}{5}$       D . $y = \pm \frac{16}{5}$

2 不等式  $(2x - 1)(1 - |x|) < 0$  成立的充要条件是 ( )

A . $x > 1$ , 或  $x < \frac{1}{2}$       B . $x > 1$ , 或  $-1 < x < \frac{1}{2}$

C . $-1 < x < \frac{1}{2}$       D . $x < -1$ , 或  $x > \frac{1}{2}$

3 .(理)在极坐标系中,定点  $A(1, \frac{\pi}{2})$ ,点  $B$  在直线  $3 \rho \cos \theta - \rho \sin \theta = 0$  上移动.当线段  $AB$  最短时,点  $B$  的极坐标是 ( )

A . $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{6})$       B . $(\frac{3}{2}, \frac{\pi}{6})$       C . $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{3})$       D . $(\frac{3}{2}, \frac{\pi}{3})$

(文)已知定点  $A(0, 1)$ ,点  $B$  在直线  $y = x$  上移动.当线段  $AB$  最短时,点  $B$  的坐标是 ( )

A . $(\frac{2}{2}, \frac{2}{2})$       B . $(2, 2)$

C . $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$       D . $(-\frac{2}{2}, -\frac{2}{2})$

4 已知  $\alpha, \beta$  表示平面,  $m, n$  表示直线.下列命题中正确的是 ( )

A .若  $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m \perp n$       B .若  $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \perp \beta$ , 则  $m \perp n$

C .若  $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$ , 则  $\alpha \perp \beta$       D .若  $m \subset \alpha, n \perp \beta, m \perp n$ , 则  $\alpha \perp \beta$

5 函数  $y = 2^x + 1 (x < 1)$  的反函数是 ( )

A . $y = \log (x - 1), x \in (1, 3)$       B . $y = -1 + \log_2 x, x \in (1, 3)$

C . $y = \log (x - 1), x \in (1, 3]$

D . $y = -1 + \log_2 x, x \in (1, 3]$

6 .在复平面内,向量  $\overrightarrow{AB}$  对应的复数是  $2 + i$ , 向量  $\overrightarrow{CB}$  对应的复数是  $-1 - 3i$ , 则向量  $\overrightarrow{CA}$  对应的复数为 ( )

A . $1 - 2i$

B . $-1 + 2i$

C . $3 + 4i$

D . $-3 - 4i$

7 .设集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $a, b \in A$ , 则方程  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$  表示焦点位于  $y$  轴上的椭圆有 ( )

A 5 个

B 10 个

C 20 个

D 25 个

8 .人口问题是我国最大的社会问题之一,估计人口数量和发展趋势是我们制定一系列相关政策的基础.由人口统计年鉴,可查得我国从 1974 年至 1999 年人口数据资料如下:

| 年 份 | 1974 | 1979  | 1984   | 1989   | 1994   | 1999   |
|-----|------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 人口数 | 9 08 | 9 .75 | 10 .35 | 11 .07 | 11 .77 | 12 .50 |

(单位:亿)

由此可估算我国 2004 年的人口数为 ( )

A .13 .02 亿

B .13 .22 亿

C .13 .42 亿

D .13 .66 亿

二、填空题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.把答案填在题中横线上

9 .如果函数  $y = \begin{cases} 2x - 3 & (x > 0) \\ f(x), & (x < 0) \end{cases}$  是奇函数,则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

10 .(理)设正方体的棱长为  $a$ ,则以其六个面的中心为顶点的多面体的体积是\_\_\_\_\_.  
(文)函数  $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  在  $[0, 1]$  上的最大值与最小值的和是 3,则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

11 .(理)函数  $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  在  $[1, 2]$  上的最大值比最小值大  $\frac{a}{2}$ , 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.  
(文)函数  $y = \sin x + 3 \cos x (x \in \mathbf{R})$  的最小值是\_\_\_\_\_.

12 直线  $l$  截圆  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  所得弦  $AB$  的中点是  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ , 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_;  $|AB| =$  \_\_\_\_\_.

13 .(理)函数  $y = \sin x \cdot (\sin x + 3 \cos x) (x \in \mathbf{R})$  的最大值是\_\_\_\_\_.  
(文)同(理)第 10 题

14 .如图,  $n^2 (n \geq 4)$  个正数排成  $n$  行  $n$  列方阵.符号  $a_{ij} (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n, i, j \in \mathbf{N})$  表示位于第  $i$  行第  $j$  列的正数.已知每一行的数成等差数列,每一列的数成等比数列,且各列数的公比都等于  $q$ .若  $a_{11} = \frac{1}{2}, a_{24} = 1, a_{32} = \frac{1}{4}$ .

(理)则  $q =$  \_\_\_\_\_;  $a_{ij} =$  \_\_\_\_\_.

(文)则  $q =$  \_\_\_\_\_;  $a_{46} =$  \_\_\_\_\_.

|          |          |          |         |          |
|----------|----------|----------|---------|----------|
| $a_{11}$ | $a_{12}$ | $a_{13}$ | $\dots$ | $a_{1n}$ |
| $a_{21}$ | $a_{22}$ | $a_{23}$ | $\dots$ | $a_{2n}$ |
| $\dots$  | $\dots$  | $\dots$  | $\dots$ | $\dots$  |
| $a_{n1}$ | $a_{n2}$ | $a_{n3}$ | $\dots$ | $a_{nn}$ |

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分 . 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15 .( 本题满分 12 分)

设  $x \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$ ) . 已知  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 且

$f(\frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2}$  .

- ( ) 求  $\omega$  和  $\varphi$  的值;
- ( ) 求  $f(x)$  的单调递增区间 .

16 .( 本题满分 14 分)

如图, 正三棱柱  $ABC - A_1 B_1 C_1$  中,  $E$  是  $AC$  中点 .

- ( ) 求证:  $BE \perp$  平面  $ACC_1 A_1$  ;
- ( ) 求证:  $AB_1 \perp$  平面  $BEC_1$  ;
- ( ) 若  $\frac{A_1 A}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ , 求二面角  $E - BC_1 - C$  的大小 .

17 .( 本题满分 13 分)

(理)设函数  $f(x) = \log_a(1 - \frac{a}{x})$ , 其中  $0 < a < 1$  .

( )证明  $f(x)$  是  $(a, +\infty)$  上的减函数;

( )解不等式  $f(x) > 1$  .

(文)( 本题满分 12 分)

某种商品在近 30 天内每件的销售价格  $P$ (元)与时间  $t$ (天)的函数关系近似满足

$P = \begin{cases} t + 20, & (1 \leq t \leq 24, t \in \mathbf{N}) \\ -t + 100, & (25 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}) \end{cases}$  .商品的日销售量  $Q$ (件)与时间  $t$ (天)的函数关系近似满足

$Q = -t + 40 (1 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N})$  求这种商品日销售金额的最大值, 并指出日销售金额最大的一天是 30 天中第几天 .

18 .( 本题满分 14 分)

(理)已知定点  $A(-2, -4)$ , 过点  $A$  作倾斜角为  $45^\circ$  的直线  $l$  交抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  于  $B, C$  两点, 且  $|AB|, |BC|, |AC|$  成等比数列 .

( )求抛物线方程;

( )在( )中的抛物线上是否存在点  $D$ , 使得  $|DB| = |DC|$  成立? 如果存在, 求出点  $D$  的坐标; 如果不存在, 请说明理由 .

(文)设函数  $f(x) = \log_a(1 - ax)$ , 其中  $0 < a < 1$  .

( )证明  $f(x)$  是  $(-\infty, \frac{1}{a})$  上的增函数;

( )解不等式  $f(x) > 1$  .

19 .( 本题满分 14 分)

(理)如图,工厂检验员通常用一个直径为 2cm 的标准圆柱和一个直径为 1cm 的标准圆柱检测一个直径为 3cm 的圆柱状洞口 .为了保证质量,有时再插入两个合适的同号标准圆柱,分别与三圆柱相切 .记  $A$ 、 $B$ 、 $C$  依次为直径 2cm、3cm、1cm 的圆柱截面圆的圆心,求插入的两个标准圆柱的直径 .

(文)( 本题满分 13 分)

同(理)第 18 题

20 .( 本题满分 14 分)

已知正项数列 $\{ a_n \}$ 和 $\{ b_n \}$ 中, $a_1 = a(0 < a < 1)$ , $b_1 = 1 - a$  .当  $n \geq 2$  时,

$$a_n = a_{n-1} \cdot b_n, b_n = \frac{b_{n-1}}{1 - a_{n-1}^2} .$$

( )证明:对任意  $n \in \mathbf{N}$ , 有  $a_n + b_n = 1$ ;

( )求数列 $\{ a_n \}$ 的通项公式;

( )记  $C_n = a_n^2 \cdot b_{n+1}$ ,  $S_n$  为数列 $\{ C_n \}$ 的前  $n$  项和 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  的值 .(文史类不做)



- 点为  $F$ , 若  $\angle AFB = 90^\circ$ , 则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_ .
- 13 .设函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, \varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ) 的最小正周期为  $\pi$ , 且其图像关于直线  $x = \frac{\pi}{12}$  对称, 则在下面四个结论中: ① 图像关于点  $(\frac{\pi}{4}, 0)$  对称; ② 图像关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称; ③ 在  $[0, \frac{\pi}{6}]$  上是增函数; ④ 在  $[-\frac{\pi}{6}, 0]$  上是增函数, 那么所有正确结论的编号为\_\_\_\_\_ .
- 14 办公大楼共有 15 层, 现每层(除 13 层外)派 1 人集中到第  $k$  层开会 . 当这 14 位参加会议的人员上、下楼梯所走路程的总和最少时,  $k$  的值为\_\_\_\_\_ .

三、解答题: 本大题有 6 小题, 共 80 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

- 15 .(本小题满分 12 分)

解不等式:  $\log_{\frac{1}{2}}(x + 1 - x) < 2$

- 16 .(本小题满分 14 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  所对的边, 且  $2\sin^2 \frac{A+B}{2} + \cos 2C = 1$

( ) 求角  $C$  的大小;

( ) (理) 若  $a^2 = b^2 + \frac{1}{2}c^2$ , 试求  $\sin(A - B)$  的值 .

(文) 若  $a^2 + b^2 = 5, c = 3$ , 试求  $a, b$  的值 .

17 .( 本小题满分 12 分)

某种汽车购买时费用为 14 .4 万元, 每年应交付保险费、养路费及汽油费共 0 .9 万元, 汽车的维修费为: 第一年 0 .2 万元, 第二年 0 .4 万元, 第三年 0 .6 万元, …… , 依等差数列逐年递增 .

( ) 设使用  $n$  年该车的总费用为  $f(n)$  , 试写出  $f(n)$  的表达式;

( ) 求这种汽车使用多少年报废最合算( 即该车使用多少年平均费用最少) ?

18 .( 本小题满分 16 分)

如图, 在  $ABC$  中,  $AC = BC = 1$  ,  $ACB = 90^\circ$  , 点  $D$  在斜边  $AB$  上,  $BCD = \alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$  . 把

$BCD$  沿  $CD$  折起到  $B'CD$  的位置, 使平面  $B'CD \perp$  平面  $ACD$

( ) 求点  $B$  到平面  $ACD$  的距离( 用  $\alpha$  表示);

( ) 当  $AD \perp B'C$  时, 求三棱锥  $B' - ACD$  的体积;

( )( 理) 当点  $B$  在平面  $ACD$  内的射影为线段  $CD$  的中点时, 求异面直线  $AD$  与  $B'C$  所成角的大小 .

( 文) 当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时, 求二面角  $B' - AC - D$  的正切值 .

19 .(本小题满分 14 分)

设椭圆  $C_1$  的中心在原点,其右焦点与抛物线  $C_2: y^2 = 4x$  的焦点  $F$  重合,过点  $F$  与  $x$  轴垂直的直线与  $C_1$  交于  $A$ 、 $B$  两点,与  $C_2$  交于  $C$ 、 $D$  两点,已知  $\frac{|CD|}{|AB|} = \frac{4}{3}$  .

(理)( )求椭圆  $C_1$  的方程;

( )过点  $F$  的直线  $l$  与  $C_1$  交于  $M$ 、 $N$  两点,与  $C_2$  交于  $P$ 、 $Q$  两点,若  $\frac{|PQ|}{|MN|} = \frac{5}{3}$ ,求直线  $l$  的方程 .

(文)( )过点  $F$  且倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$  的直线与  $C_2: y^2 = 4x$  交于  $P$ 、 $Q$  两点,求  $|PQ|$  的值;

( )求椭圆  $C_1$  的方程 .

20 .(本小题满分 12 分)

(理)已知数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = a$  ( $a$  是常数),  $a_n = 2a_{n-1} + n^2 - 4n + 2$  ( $n \in N, n \geq 2$ ) .

( )  $\{a_n\}$  是否可能是等差数列 .若可能,求出  $\{a_n\}$  的通项公式;若不可能,说明理由;

( )设  $b_1 = b, b_n = a_n + n^2$  ( $n \in N, n \geq 2$ ),  $S_n$  为数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和,且  $\{S_n\}$  是等比数列,求实数  $a, b$  满足的条件 .

(文)已知数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = a$  ( $a$  是常数且  $a \neq -1$ ),  $a_n = 2a_{n-1} + 1$  ( $n \in N, n \geq 2$ ) .

( )  $\{a_n\}$  是否可能是等差数列 .若可能,求出  $\{a_n\}$  的通项公式;若不可能,说明理由;

( )设  $b_n = a_n + c$  ( $n \in N, c$  是常数),若  $\{b_n\}$  是等比数列,求实数  $c$  的值,并求出  $\{b_n\}$  的通项公式 .



## 第 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分 . 把答案填在题中横线上

13 如图, 已知点  $E$  是棱长为 2 的正方体  $AC_1$  的棱  $AA_1$  的中点, 则点

$A$  到平面  $EBD$  的距离等于\_\_\_\_\_ .

14 若  $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ , 则数列  $\{\frac{1}{a_n}\}$  的前  $n$  项和

$S_n =$  \_\_\_\_\_ .

15 已知  $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ , 则  $\cos 2\theta =$  \_\_\_\_\_ .

16 有两个向量  $\vec{e}_1 = (1, 0)$ ,  $\vec{e}_2 = (0, 1)$ , 今有动点  $P$ , 从  $P_0(-1, 2)$  开始

沿着与向量  $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$  相同的方向作匀速直线运动, 速度为  $|\vec{e}_1 + \vec{e}_2|$ ; 另一动点  $Q$ , 从  $Q_0(-2, -1)$

开始沿着与向量  $3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$  相同的方向作匀速直线运动, 速度为  $|3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2|$ . 设  $P$ 、 $Q$  在时刻

$t = 0$  秒时分别在  $P_0$ 、 $Q_0$  处, 则当  $\overline{PQ} \perp \overline{P_0Q_0}$  时,  $t =$  \_\_\_\_\_ 秒 .

三、解答题: 本大题 6 小题, 共 74 分 . 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17 (本小题满分 12 分)

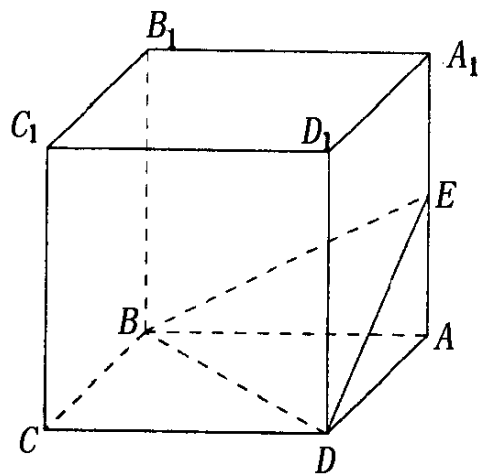
某厂生产的  $A$  产品按每盒 10 件进行包装, 每盒产品均需检验合格后方可出厂 . 质检办法规定:

从每盒 10 件  $A$  产品中任抽 4 件进行检验, 若次品数不超过 1 件, 就认为该盒产品合格; 否则, 就

认为该盒产品不合格 . 已知某盒  $A$  产品中有 2 件次品 .

( ) 求该盒产品被检验合格的概率;

( ) 若对该盒产品分别进行两次检验, 求两次检验得出的结果(合格与否)不一致的概率 .



18 (本小题满分 12 分)

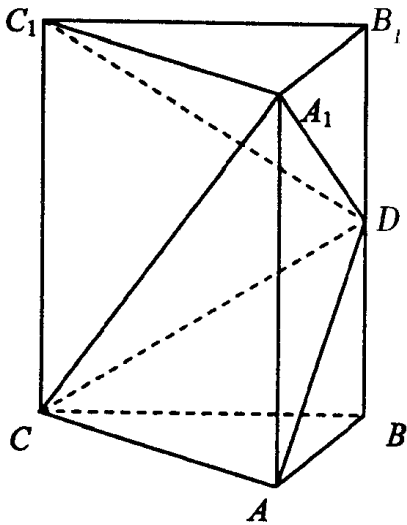
已知偶函数  $f(x) = \cos \theta \sin x - \sin(x - \theta) + (\tan \theta - 2) \sin x - \sin \theta$  的最小值是 0, 求  $f(x)$  的最大值

及此时  $x$  的集合 .

19 .(本小题满分 12 分)

如图,直三棱柱  $ABC - A_1 B_1 C_1$  中,  $AB = AC = \frac{1}{2} AA_1$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $D$  为棱  $BB_1$  的中点 .

- ( ) 求异面直线  $C_1 D$  与  $A_1 C$  所成的角;
- ( ) 求证:平面  $A_1 DC \perp$  平面  $ADC$  .



20 .(本小题满分 12 分)

已知二次函数  $f(x)$  满足: 在  $x = 1$  时有极值; 图像过点  $(0, -3)$ , 且在该点处的切线与直线  $2x + y = 0$  平行 .

- ( ) 求  $f(x)$  的解析式;
- ( ) 求函数  $g(x) = f(x^2)$  的单调递增区间 .