北京市海淀区 2002 年高级中等学校招生考试 数学

(本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟)

选择题(本题 24 分，每题 4 分)

在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. $|-\frac{1}{3}|$ 的倒数是(　)

(A) 1/3　(B) 3　(C) $-\frac{1}{3}$　(D) –3

2. 某校计划修建一座既是中心对称图形又是轴对称图形的花坛，从学生中征集到的设计方案有等腰三角形、正三角形、等腰梯形、菱形等四种图案，你认为符合条件的是(　)

(A) 等腰三角形　(B) 正三角形

(C) 等腰梯形　(D) 菱形

3. 下列等式中，一定成立的是(　)

(A) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x(x+1)}$　(B) $(-x)^2=-x^2$

(C) $a-b-c=a-(b+c)$　(D) $(xy+1)^2=x^2y^2+1$

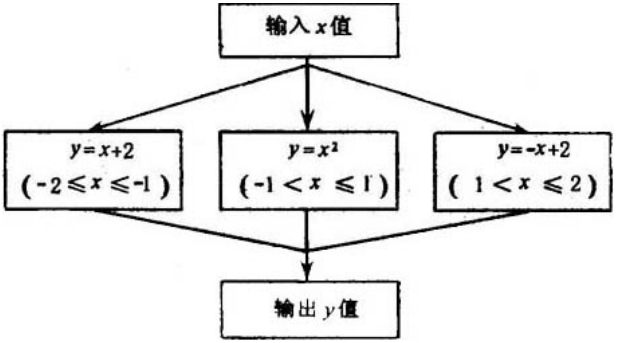
4. 若 $a-b<0$，则下列各式中一定正确的是(　)

需要全本请访问 www.ertongbook.com

(A) a>b　(B) ab>0　(C) a/b<0　(D) –a<–b

5. 在△ABC 中，∠C=90°，若∠B=2∠A，则 ctgB 等于(　)

(A) $\sqrt{3}$　(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) 1/2



6. 根据右图所示的程序计算函数值。若输入的 x 值为 3/2，则输出的结果为(　)

(A) 7/2　(B) 9/4　(C) 1/2　(D) 9/2

填空题(本题 40 分，每空 4 分)

7. 在函数 $y=\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____。

8. 分解因式: m^2-4n^2+4n-1=_____。

9. 如果圆锥母线长为 6cm，底面直径为 6cm，那么这个圆锥的侧面积是_____cm^2。

10. 用换元法解方程: $x^2-2x-\sqrt{x^2-2x+6}=0$，若设

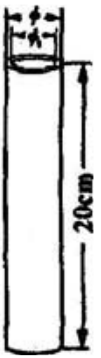
$\sqrt{x^2-2x+6}=y$，则原方程可化为____。

11. 已知函数 y=kx 的图象经过点(2，–6)，则函数 y=k/ x 的解析式可确定为____。

12. 不等式组$\begin{cases}2x+4<0,\\ \frac{1}{2}(x+8)-2>0\end{cases}$的解集是____这个不等式组的整数解是____。

13. 若两圆有四条公切线，并且两圆的半径分别为 2 和 3，则两圆的位置关系是_____；两圆的圆心距 d 与两圆的半径的关系是_____。





14. 一种圆筒状包装的保鲜膜，如右图所示，其规格为“20cm×60m”，经测量这筒保鲜膜的内径ϕ_1、外径ϕ的长分别为 3.2cm、4.0cm，则该种保鲜膜的厚度约为____cm(π取 3.14，结果保留两位有效数字)。

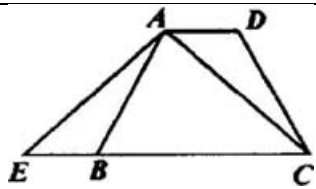
解答题(本题 28 分，每题 7 分)

15. **计算**：$\sqrt{2}(2\cos 45^\circ - \sin 90^\circ) + (4-5\pi)^\circ - (\sqrt{2}-1)^{-1}$。

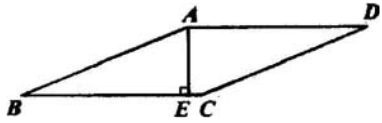
16. **解方程组** $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ x + 2y = 3。 \end{cases}$

17. **如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，AB=CD，延长 CB 到 E，使 EB=AD，连结 AE。**

求证 AE=CA。



18. 如图，在菱形 ABCD 中，AE⊥BC 于 E 点，EC=1，sinB=5/13，求四边形 AECD 的周长。



选择题(本题 12 分，每题 4 分)

在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

19. 为了让人们感受丢弃塑料袋对环境造成的影

需要全本请访问 www.ertongbook.com

响，某班环保小组的六名同学记录了自己家中一周内丢弃的塑料袋的数量，结果如下（单位：个）：33 25 28 26 25 31。如果该班有 45 名学生，那么根据提供的数据估计本周全班同学各家总共丢弃塑料袋的数量约为（　　）

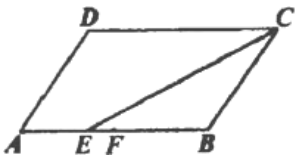
（A）900 个　（B）1080 个

（C）1260 个　（D）1800 个

20. 已知 x、y 是实数，$\sqrt{3x+4}+y^2-6y+9=0$，若 $axy-3x=y$，则实数 a 的值是（　　）

（A）$\frac{1}{4}$　（B）$-\frac{1}{4}$　（C）$\frac{7}{4}$　（D）$-\frac{7}{4}$

21. 如图，在平行四边形 ABCD 中，CE 是∠DCB 的平分线，F 是 AB 的中点，AB=6，BC=4，则 AE: EF: FB 为（　　）



（A）1: 2: 3　（B）2: 1: 3

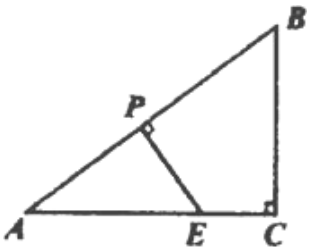
（C）3: 2: 1　（D）3: 1: 2

解答题（本题 46 分，22、23 题各 8 分，24、25 题各 9 分，26 题 12 分）

22. 列方程解应用题

某市为了进一步缓解交通拥堵现象，决定修建一条从市中心到飞机场的轻轨铁路，为使工程能提前 3 个月完成，需要将原定的工作效率提高 12%。问原计划完成这项工程用多少个月。

23. 如图，在△ABC 中，∠C=90°，P 为 AB 上一点，且点 P 不与点 A 重合，过点 P 作 PE⊥AB 交 AC 边于 E 点，点 E 不与点 C 重合，若 AB=10，AC=8，设 AP 的长为 x，四边形 PECB 的周长为 y，求 y 与 x 之间的函数关系式。



24. 已知：关于 x 的方程 $(n-1)x^2+mx+1=0$ ①有两个相等的实数根。

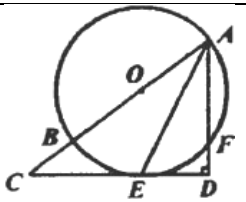
(1) 求证：关于 y 的方程 $m^2y^2-2mny-m^2-2n^2+3=0$ ②必有两个不相等的实数根；

(2) 若方程①的一根的相反数恰好是方程②的一个根，求代数式 m^2n+12n 的值。

25. 如图，AB 是⊙O 的直径，AE 平分∠BAF 交⊙O 于点 E，过点 E 作直线与 AF 垂直交 AF 延长线于 D 点，且交 AB 延长线于 C 点。

(1) 求证：CD 与⊙O 相切于点 E；

(2) 若 CE·DE=15/14，AD=3，求⊙O 的直径及∠AED 的正切值。



26. 已知：二次函数 $y=x^2-kx+k+4$ 的图像与 y 轴交于点 C，且与 x 轴的正半轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 左侧)。若 A、B 两点的横坐标为整数，

(1) 确定这个二次函数的解析式并求它的顶点坐标；

(2) 若点 D 的坐标是(0，6)，点 P(t，0)是线段 AB 上的一个动点，它可与点 A 重合，但不与点 B 重合。设四边形 PBCD 的面积为 S，求 S 与 t 的函数关系式；

(3) 若点 P 与点 A 重合，得到四边形 ABCD，以四边形 ABCD 的一边为边，画一个三角形，使它的面积

等于四边形 ABCD 的面积，并注明三角形高线的长。再利用“等底等高的三角形面积相等”的知识，画一个三角形，使它的面积等于四边形 ABCD 的面积(画示意图，不写计算和证明过程)。

参考答案

1. B 2. D 3. C 4. D 5. B 6. C 7. $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$

8. $(m+2n-1)(m-2n+1)$ 9. 18 π 10. $y^2-y-6=0$

11. $y=-\frac{3}{x}$

12. $-4<x<-2$，-3 13. 外离；$d>5$ 14. 7.5×10^{-4}

15. 计算：$\sqrt{2}(2\cos 45^\circ - \sin 90^\circ) + (4-5\pi)^0 - (\sqrt{2}-1)^{-1}$。

解：原式 $= \sqrt{2}(2\times\frac{\sqrt{2}}{2} - 1) + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ （4 分）

$= \sqrt{2}(\sqrt{2}-1) + 1 - (\sqrt{2}+1)$ （5 分）

$= 2 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} - 1$ （6 分）

$= 2 - 2\sqrt{2}$。 （7 分）

16. 解方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, & ① \\ x + 2y = 3。 & ② \end{cases}$

解：**由②，得** $x=3-2y$ ③（1 **分**）

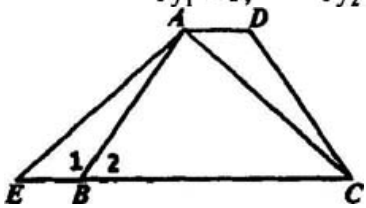
把③代入①，整理，得 $y^2-4y+3=0$。（2 **分**）

解这个方程，得 $y_1=1$，$y_2=3$。（4 **分**）

把 $y_1=1$ **代入③，得** $x_1=1$；

把 $y_2=3$ **代入③，得** $x_2=-3$。（6 **分**）

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = -3, \\ y_2 = 3; \end{cases}$ （7 分）



17. **证明**：**在梯形** ABCD **中，** AD∥BC，AB=CD，

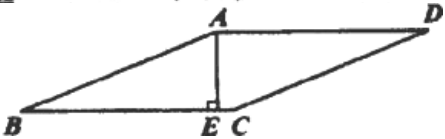
∴∠BAD=∠1，∠BAD=∠D。（1 **分**）

∴∠1=∠D。（3 **分**）

需要全本请访问 www.ertongbook.com

在△AEB 和△CAD 中，$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle 1 = \angle D, \\ EB = AD, \end{cases}$

∴ △AEB≌△CAD。 （6 分） ∴ $AE = CA$。



18. 解：在菱形 ABCD 中，AB=BC=CD=DA。

∵AE⊥BC， ∴∠AEB=90°。

在 Rt△ABE 中，sinB=AE/AB。（2 分）

又 sinB=5/13，设 AE=5x(x>0)，则 AB=13x。（3 分）

根据勾股定理，得 $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=12x$。（4 分）

∵BE+EC=BC，EC=1， ∴12x+1=13x。（5 分）

解得 x=1。（6 分）

∴AB=DA=CD=13，AE=5。

∴AE+EC+CD+DA=5+1+13+13=32。（7 分）

∴四边形 AECD 的周长是 32。

19. C 20. A 21. B

22. 解：设原计划完成这项工程用 x 个月，则实际完成这项工程用(x−3)个月。（1 分）

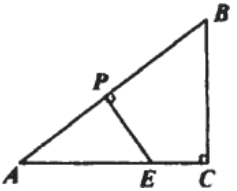
根据题意，得(1+12%)$x\times\frac{1}{x}=\frac{1}{x-3}$。（4 分）

方程的两边都乘以 x(x–3)，约去分母，整理得 0.12x=3.36。

解得 x=28。(6 分)

经检验，x=28 是原方程的根。(7 分)

答：原计划完成这项工程用 28 个月。(8 分)



23. 解：在△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=8，根据勾股定理，得 BC=6。(1 分)

又 EP⊥AB，∴∠EPA=∠ACB。

∵∠A 为公共角，∴△AEP∽△ABC。(2 分)

∴AE/AB=AP/AC=EP/BC。 又 AP=x，

∴AE/10=x/8=PE/6。即 $AE=\frac{5}{4}x, PE=\frac{3}{4}x$。(3 分)

∴EC=8–$\frac{5}{4}$x，BP=10–x。 ∴y=PE+EC+CB+BP(4 分)

$=\frac{3}{4}x+8-\frac{5}{4}x+6+10-x=-\frac{3}{2}x+24$。 (5 分)

设点 E 与点 C 重合，有 CP⊥AB。

又∠ACB=90°， ∴CA^2=AP·AB。

即 8^2=10AP。 解得 AP=32/5。

因点 P 与点 A 不重合，点 E 与点 C 不重合，

故自变量 x 的取值范围是 0<x<32/5。(7 分)

∴ y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-\frac{3}{2}x+24$(0<x<32/5)。(8 分)

24. 解: (1) 证明: ∵方程①有两个相等的实数根,

$\therefore \begin{cases} n-1\neq 0, \\ \Delta_1 = m^2-4(n-1)=0。 \end{cases}$ (1 分)

∴$m^2=4(n-1)$ 且 $m\neq 0$,则 $n-1>0$。(2 分)

由方程②,有

$\triangle_2=4m^2-4m^2(-m^2-2n^2+3)=4m^2(1+m^2+2n^2-3)$

$=4m^2(1+4n-4+2n^2-3)=4m^2(2n^2+4n-6)$

$=8m^2(n+3)(n-1)$。(3 分)

∵$n-1>0$ 且 $m\neq 0$, ∴$8m^2>0$, $n+3>0$。

∴$8m^2(n+3)(n-1)>0$。(4 分)

∴$\triangle_2>0$。 ∴方程②必有两个不相等的实数根。(5 分)

(2) 解: 由 $m^2=4(n-1)$ 可得 $n-1=\frac{m^2}{4}$。

将 $n-1=\frac{m^2}{4}$ 代入方程①得 $\frac{m^2}{4}x^2+mx+1=0$。

解得 $x_1=x_2=-\frac{2}{m}$。(6 分)

∵方程①的一根的相反数是方程②的一个根,

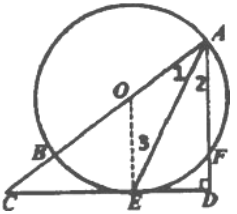
由根的定义,得 $m^2\cdot(2/m)^2-2m\cdot\frac{2}{m}-m^2-2n^2+3=0$。

整理，得 $-m^2-2n^2+3=0$。

即 $-2n^2-4(n-1)+3=0$。 $\therefore 2n^2+4n=7$。（8 分）

$\therefore m^2n+12n=n(m^2+12)=n(4n-4+12)$

$=4n^2+8n=2(2n^2+4n)=14$。（9 分）



25. 解：(1) 证明：连结 OE。

$\because$ AE 平分 $\angle BAF$， $\therefore \angle 1=\angle 2$。

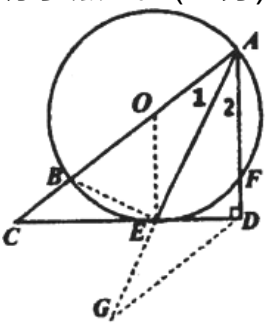
$\because OE=OA$， $\therefore \angle 1=\angle 3$。

$\therefore \angle 3=\angle 2$。 $\therefore OE \parallel AD$。（1 分）

$\because AD \perp CD$，可证 $\angle OED=90°$。（2 分）

$\because$ E 为 $\odot O$ 上的点，

$\therefore$ CD 与 $\odot O$ 相切于点 E。（3 分）



(2)解: 过点 D 作 DG∥AC 交 AE 延长线于 G 点，连结 BE、CE。

∴∠1=∠G，∠C=∠EDG。

∵CD 与⊙O 相切于点 E，　∴∠BEC=∠1。

∴∠BEC=∠G。　∴△BEC∽△EGD。

∴DE/CB=DG/CE。　∴CB·DG=DE·CE。

∵∠1=∠2=∠G，　∴AD=DG=3。

∵CE·DE=15/4，　∴BC=5/4。(5 分)

由(1)证得 CE∥AD。　∴CO/CA=CE/AD。

设 CE=x(x>0)，则 $CO=\frac{5}{4}+x=\frac{5+4x}{4}$，$CA=\frac{5}{4}+2x=\frac{5+8x}{4}$。

∴$\frac{5+4x}{5+8x}=\frac{x}{3}$。(6 分)　整理，得 $8x^2-7x-15=0$。

解得　$x_1=-1$(舍负)，$x_2=15/8$。(7 分)

∴⊙O 的直径为 15/4。(8 分)

∴CA=CB+BA=5。

由切割线定理，得　$CE^2=CB\cdot CA=25/4$。

∴CE=5/2。　∴$DE=\frac{15}{4}\cdot\frac{1}{CE}=3/2$。

在 Rt△ADE 中，tg∠AED=AD/DE=2。(9 分)

26. 解: (1)依题意可设 A(a，0)，B(b，0)。

令 y=0，则 a、b 是 $x^2-kx+k+4=0$ 的两根。

于是△=$(-k)^2-4(k+4)=k^2-4k-16=(k-2)^2-20>0$，且

a+b=k。(1 分)

∵a、b 是不等的正整数，

∴k 为正整数，且$(k-2)^2-20$是一个整数的平方。

设 $(k-2)^2-20=m^2$(m 是整数)。

∴$(k-2)^2-m^2=20$。 即$(k-2+m)(k-2-m)=20$。(2 分)

注意到 k−2+m 与 k−2−m 是同奇、同偶的两数且 20 是偶数。

$$\therefore \begin{cases} k-2+m=10, \\ k-2-m=2; \end{cases} \begin{cases} k-2+m=-2, \\ k-2-m=-10; \end{cases} \begin{cases} k-2+m=2, \\ k-2-m=10; \end{cases} \begin{cases} k-2+m=-10, \\ k-2-m=-2。 \end{cases} \quad (3\text{分})$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=8, \\ m=4; \end{cases} \begin{cases} k=-4, \\ m=4; \end{cases} \begin{cases} k=8, \\ m=-4; \end{cases} \begin{cases} k=-4, \\ m=-4。 \end{cases}$$

∴k=8。(4 分)

∴这个二次函数的解析式为 $y=x^2-8x+12$。(5 分)

可求得它的顶点坐标为(4，−4)。(6 分)

(2)∵$y=x^2-8x+12$，

∴此二次函数的图象与 y 轴的交点 C 的坐标为(0，12)，与 x 轴交点 A(2，0)、B(6，0)。

又 $S_{四边形PBOD}=S_{\triangle COB}-S_{\triangle DOP}$，∴$S=\frac{1}{2}\times 12\times 6-\frac{1}{2}\times 6t$。

∴$S=36-3t\ (2\le t<6)$。(8 分)

(3)∵AB=4，又 S=30，

∴可设所画三角形为△MAB，AB 边上的高为 h。

需要全本请访问 www.ertongbook.com