宁波市高三第三次适应性练习

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分。考试时间120分钟。

参考公式:

三角函数的积化和差公式

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

第Ⅰ卷(选择题共60分)

一、选择题: 本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且$\alpha$为第二象限角，则 $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ 的值为(　　)

(A) $\sqrt{3}$　(B) $-\sqrt{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) 设集合A和集合B都是实数集R，映射 $f: A\rightarrow$

需要全本请访问 www.ertongbook.com

B 是把集合 A 中的元素 x 映射到集合 B 中的元素 x^3-x+1，则在映射 f 下，象 1 的原象所成的集合是(　　)

(A){1}　(B){0}　(C){0，–1，1}　(D){0，1，2}

(3) 已知椭圆$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-2)^2}{m}=1$ 的一条准线方程为 x=5，则 m的值为(　　)

(A)$2\sqrt{3}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)$\frac{2}{3}$　(D)3

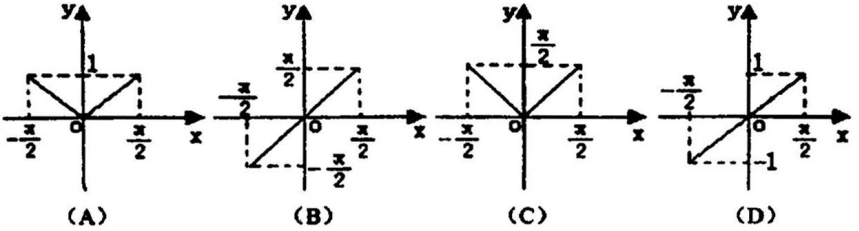
(4) 某停车场有 12 个连续的车位可停车，现有一个车队共 8 辆车，要连在一起停放，不同的停车方法有(　　)

(A)P_{12}^8种　(B)$C_5^1P_8^8$种　(C)$P_8^8C_8^1$种　(D)$P_8^8C_9^1$种

(5) 若$(x\sqrt{x}-\frac{1}{x^4})^n$的展开式中含有 x^4的项，则 n 的可能取值为(　　)

(A)10　(B)11　(C)12　(D)17

(6)(理) 函数 y=arccos(cosx)，$x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 的图象是(　　)



(文) 在同一直角坐标系中，由方程 $y=-a^{-x}$ 和 $x=a^y$ 决定的两条曲线成轴对称图形，它们的对称轴是(　　)

(A) x 轴　　(B) y 轴

(C) 直线 x–y=0　　(D) 直线 x+y=0

(7) (理) 在极坐标系中，圆 $\rho=\cos\theta$ 的圆心到直线 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ 的距离是(　　)

(A) 2　(B) $\sqrt{2}$　(C) 1　(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(文) 直线 x–2y–3=0 与圆 C: $(x-2)^2+(y+3)^2=9$ 交于 E，F 两点，则△CEF (C 为圆 C 的圆心) 的面积等于(　　)

(A) $\frac{3}{2}$　(B) $\frac{3}{4}$　(C) $2\sqrt{5}$　(D) $\frac{6}{5}\sqrt{5}$

(8) 今有一台天平两臂之长略有差异，其它均精确，有人用它来测量物体的重量，方法是将物体放在左右两个托盘上各称一次，再将称得的重量相加后除以 2 作为测量的结果，则下列叙述中正确的是(　　)

(A) 测量的结果就是物体的实际重量

(B) 测量的结果略小于物体的实际重量

(C) 测量的结果略大于物体的实际重量

(D) 测量的结果有可能就是物体的实际重量

(9) 已知平面 α、β、γ，直线 l、m 满足: l⊥m，α⊥γ，γ∩α=m，γ∩β=l，那么在: ①β上γ，②l⊥α，③m⊥β 中，可以由上述条件推出的只有(　　)

(A) ①和②　(B) ②和③

(C) ①和③　(D) ②

(10) 定义运算 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=|ad-bc|$，已知复数 $z=x+yi$ $(x, y\in R)$ 满足 $\begin{pmatrix} z & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \bar{z} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，则复数 z 在复平面上对应的轨迹是(　　)

(A) 直线　　(B) 圆

(C) 抛物线　(D) 双曲线

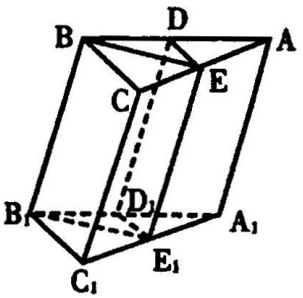
(11) 如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1，截面 DEE_1D_1 // 平面 BCC_1B_1，记三棱柱 $BEDB_1E_1D_1$ 的体积为 V_2，则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的取值范围是(　　)

(A) $(0, 4]$

(B) $(0, 2]$

(C) $[4, +\infty)$

(D) $[2, \infty)$



(12) 已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 都是 R 上的奇函数，不等式 $f(x)>0$ 的解集为区间 (m, n)，不等式 $g(x)>0$ 的解集为区间 $(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$，其中 $0<m<\frac{n}{2}$，则不等式 $f(x)g(x)>0$ 的解集为(　　)

(A) $(\frac{m}{2},\frac{n}{2})$　　(B) $(-n,-m)$

(C) $(\frac{m}{2},\frac{n}{2})\cup(-n,-m)$　　(D) $(m,\frac{n}{2})\cup(-\frac{n}{2},-m)$

第 II 卷(非选择题)

二、填空题: 本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。把答案填在题中横线上。

(13) 等差数列$\{a_n\}$的公差为 2，$a_1=3$，前 n 项之和为 S_n，则无穷数列$\{\frac{1}{S_n}\}$的各项之和为_____。

(14) 今年单价为 8100 元的某电子产品，因其成本不断降低而市场售价也不断降低，降幅为每 3 年降低$\frac{1}{3}$，预计 9 年后其售价可降为_____。

(15) 球面上有 3 个点，其中任意两点的球面距离都等于大圆周长的 1/6，经过这三点的小圆周长是 4π，那么这个球的半径为___。

(16) 设 $P_1(\sqrt{2},\sqrt{2})$，$P_2(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$，M 是双曲线 $y=\frac{1}{x}$ 上位于第一象限的点。给出如下 3 个命题: ① $|MP_2|-|MP_1|=2\sqrt{2}$，②以 MP_1 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=2$ 相切，③存在常数 b，使 M 到直线 $y=-x+b$ 的距离等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}|MP_1|$。其中正确命题的序号为_____。

三、解答题: 本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分) 已知△ABC 的三个内角 A，B，C 成等差数列，且 $A<B<C$，$tgA\cdot tgC=2+\sqrt{3}$

(Ⅰ) 求解 A，B，C 的大小；

需要全本请访问 www.ertongbook.com

(Ⅱ)若边 AB 的长为 $1+\sqrt{3}$，求∠B 的平分线的长。

(18)(本小题满分 12 分)解关于 x 的不等式: $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}>k(k\in R, k>0)$

(19)(本小题满分 12 分)在三棱锥 A-BCD 中，AB，BC，CD 两两垂直。

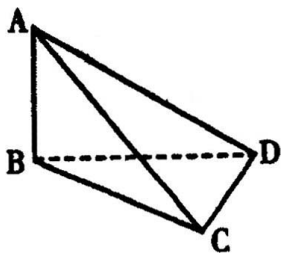
(Ⅰ)由该锥所有相邻的两个面所组成的二面角中，哪些是直二面角?(要求全部写出，并说明理由)；

(Ⅱ)若 AD 与平面 BCD 所成的角为 45°，AD 与平

面 ABC 所成的角为 30°，且 AD=6，求三棱锥 A-BCD 的体积；

(文)(III)在(II)条件下，求二面角 B-AD-C 的余弦值。

(理)(III)在(II)条件下，求二面角 B-AD-C 的大小。



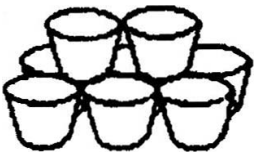
(20)(本小题满分 12 分)某花木场存放装满泥土

的花盆，每堆最底层(第一层)摆放呈长 a 只，宽 b 只(a≥b)的矩形，上面各层均比它的下一层长、宽各少一只。右图为 a=3，b=2 时的情形。已知每只装满泥土的花盆的重量为 2kg，为使堆放的花盆不破碎、不变形，每只花盆的最大抗压力为 8kg。

(Ⅰ)求第 n 层(自下而上，下同)摆放多少只花盆?

(Ⅱ)设第一层为长、宽分别为 18 只和 12 只的矩形，在花盆不破碎、不变形的前提下，问这堆花盆能否摆 9 层?如果能，求出第 9 层的花盆数；如果不能，说明理由；

(Ⅲ)在(n)的条件下，这堆花盆最多可摆放多少只?



(21)(本小题满分 12 分)已知直线 l：x–y+3=0，抛物线 C 关于 x 轴对称，开口向右，其焦点与准线之间的距离为 a/2(a>0)，抛物线 C 与直线 l′：x–y=0 交于 A、B 两点，C的顶点关于原点对称点 M恰好在以 AB为直径的圆上。

(Ⅰ)求抛物线 C的顶点坐标(用 a 表示)；

(Ⅱ)抛物线 C 上各点到直线 l 的距离的最小值为 $\sqrt{2}$，实数 a 的值及抛物线 C的方程。

(22)(本小题满分 14 分)函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在 $x_0 \in D$，使 $f(x_0)=x_0$，则称点(x_0, x_0)为函数 $f(x)$ 图象上的不动点。

(Ⅰ)试证明，若定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 的图象上存在有限个不动点，则不动点有奇数个；

(Ⅱ)若函数$f(x)=\frac{2x+4}{x+a}$的图象上有两个关于直线 $x+y=3$ 对称的不动点，求 a 的值。

(理)(Ⅲ)在(Ⅱ)条件下，如果数列$\{a_n\}$中，a_n 表示 $f(x)$ 图象上点$(n^2+n+1, f(n^2+n+1))$到直线 $y=2$ 的距离，S_n表示数列$\{a_n\}$的前 n 项和，对所有的正整数 n，S_n小于某个常数 P 恒成立，求 P 的取值范围。

参考答案

(1) A　(2) C　(3) D　(4) B　(5) A　(6) C(D)
(7) D(C)　(8) C　(9) D　(10) A　(11) C　(12) D

(13) $\frac{3}{4}$　(14) 2400 元　(15) $2\sqrt{3}$　(16) ①②③

(17) (Ⅰ) **解法 1: 由已知得**: B=60°，A+C=120°，

$tg(A+C)=\frac{tgA+tgC}{1-tgA\cdot tgC}=-\sqrt{3}$ (2 分)

$\begin{cases} tgA+tgC=3+\sqrt{3} \\ tgA\cdot tgC=2+\sqrt{3} \end{cases}$; 且 $A<B<C \Rightarrow \begin{cases} A=45° \\ C=75° \end{cases}$　(6 分)

解法 2: 由已知得: B=60°，A+C=120°，

$\because tgA\cdot tgC=2+\sqrt{3}$

$$\therefore \frac{-\frac{1}{2}[\cos(A+C)-\cos(A-C)]}{\frac{1}{2}[\cos(A+C)+\cos(A-C)]}=2+\sqrt{3}$$

$\therefore \cos(A-C)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4 分)

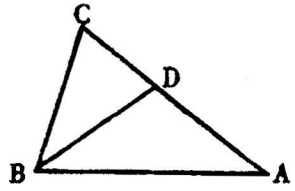
可得 $\begin{cases} A=45° \\ C=75° \end{cases}$　(6 分)

(Ⅱ) 设∠B 的平分线交 AC 于 D,

∠CBD=30°，∠C=75°，∠CDB=75°，(8 分)

故 BD=BC，**在**△ABC **中**，

由正弦定理得: $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}\Rightarrow BC=2$ **所以** BD=2。　(12 分)



需要全本请访问 www.ertongbook.com

(18)解: 原不等式等价于: $\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x > (\sqrt{x-1}+k)^2 \end{cases}$

即: $\begin{cases} x \geqslant 1 & ① \\ 1-k^2 > 2k\sqrt{x-1} & ② \end{cases}$ (4分)

(Ⅰ)当 $k \geq 1$ 时，原不等式的解集为空集； (6分)

(Ⅱ)当 $0<k<1$ 时，由②得: $1-2k^2+k^4>4k^2(x-1)$，$x<(\frac{1+k^2}{2k})^2$， (9分)

又 $x \geq 1$，而$(\frac{1+k^2}{2k})^2>1$，故原不等式的解集为$\{x \mid 1 \leq x<(\frac{1+k^2}{2k})^2\}$ (12分)

(注: 用函数单调性或数形结合求解，酌情给分)

(19)解: (Ⅰ)由已知: AB⊥BC，AB 上 CD，BC⊥CD，即 AB 上平面 BCD，CD 上平面 ABC，由平面与平面垂直的判定定理可得: 面 ABC 上面 BCD，面 ABD⊥面 BCD，面 ACD⊥面 ABC。故直二面角有: 二面角 A-BCD，二面角 A-BD-C，二面角 D-AC-B (3分)

(注: 用其他解法酌情给分)

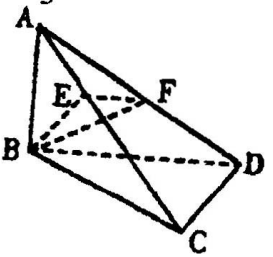
(Ⅱ) AD=6 时，$V=1/3 \cdot AB \cdot 1/2 \cdot BC \cdot CD=\frac{9}{2}\sqrt{2}$ (6分)

(Ⅲ)由 AB⊥平面 BCD，∠ADB 即为 AD 与平面 BCD 所成的角，∠ADB=45°；CD⊥平面 ABC，∠DAC 即为 AD 与平面 ABC 所成的角，∠DAC=30°。过 B 作 BE 上 AC 于 E，作 BF⊥AD 于 F，连结 EF，由三垂线定理得: ∠BFE 为二面角 B-AD-C 的平面角；(9分)

AD=6，BD=AD=$3\sqrt{2}$，BF=3，DC=3，AC=$3\sqrt{3}$，BE=$\sqrt{3}$，

sin∠BFE=$\frac{BE}{BF}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，cos∠BFE=$\frac{\sqrt{6}}{3}$ （文 12 分）

∠BFE=arc cos$\frac{\sqrt{6}}{3}$ （理 12 分）



(20) 解：（Ⅰ）设第 n 堆摆放花盆只数为 a_n 只，

$a_n=[a-(n-1)][b-(n-1)]=n^2-(a+b+2)n+(a+1)(b+1)$ $(1\le n\le b)$ （5 分）

（Ⅱ）当 a=18，b=12 时，$a_n=(19-n)(13-n)=n^2-32n+247$ $(1\le n\le 12)$

由于花盆的最下层承受压力最大，放 9 层时，第一层以上花盆总数为 $s=a_2+a_3+\cdots+a_9=852$，故第一层每只花盆平均受力为$\frac{852\times 2}{18\times 12}=\frac{71}{9}<8$，所以，这垛花盆能摆 9 层，此时第 9 层花盆只数为 $a_9=40$ 只。 （10 分）

(Ⅲ) 如果能放 10 层，第一层以上花盆总数为 $S'=S+a_{10}=879$，故第一层每只花盆平均受力为$\frac{879\times 2}{18\times 12}>8$，所以，这堆花盆只能摆 9 层。这堆花盆最多可摆放花盆只数为 $S+a_1=852+18\times 12=1068$ 只。 （12 分）

(21) 解：(Ⅰ) 设抛物线的顶点坐标为(m，0)，则 C

的方程可设为 $y^2=a(x-m)$。 (2分)

顶点关于原点对称的点为 $M(-m, 0)$，设 $A(x_1, y_2)$，$B(x_2, y_2)$，考察 $\begin{cases} y^2=a(x-m) \\ y=x \end{cases}$ 消去 x 得 $y^2-ay+am=0$，得 $y_1+y_2=a$，$y_1 \cdot y_2=am$。

∵M 点在以 AB 为直径的圆上，∴AM⊥BM，即 $\frac{y_1}{x_1+m} \cdot \frac{y_2}{x_2+m}=-1$。 (4分)

整理后得: $2y_1y_2+m(y_1+y_2)+m^2=0$，∴$m=-3a$，故抛物线 C的顶点坐标为$(-3a, 0)$ (6分)

(Ⅱ)由已知可得，抛物线 C与 $x-y+1=0$ 必有且仅有一个公共点，(8分)

$\begin{cases} y^2=a(x-m) \\ x-y+1=0, \end{cases}$ 消去 x 得 $y^2-ay+am+a=0$，$\triangle=a^2-4am-4a=0$。

∵$a \neq 0$，∴$a=4m+4$，又 $m=-3a$，∴$a=\frac{4}{13}$，$m=-\frac{12}{13}$。

故抛物线 C的方程为 $y^2=\frac{4}{13}(x+\frac{12}{13})$。(12分)

(22)(Ⅰ)证明: ∵$f(x)$ 是奇函数，∴$f(-x)=-f(x)$，又∵$x \in R$，令 $x=0$，则 $f(0)=0$

∴$(0, 0)$ 是奇函数 $f(x)$ 的一个不动点。(文 3分，理2分)

设 $c \neq 0$，(c, c) 是 $f(x)$ 的一个不动点，$f(c)=c$。

由于 $f(-c)=-f(c)=-c$，∴$(-c, -c)$ 也是 $f(x)$ 的一个不动点，且$-c \neq c$，即奇函数 $f(x)$ 的非零不动点

如果存在，则必成对。又因为 $f(x)$ 只有有限个不动点，∴不动点数目是奇数个。 （文 7 分，理 5 分）

（Ⅱ）设点 (x_0, x_0) 是 $f(x)=\frac{2x+4}{x+a}$ 图象上的一个不动点，则 (x_0, x_0) 关于直线 $x+y=3$ 的对称点 $(3-x_0, 3-x_0)$ 也是 $f(x)$ 的不动点，即 x_0，$3-x_0$ 为方程 $x=\frac{2x+4}{x+a}$ 的二个根。 （文 11 分，理 7 分）

整理得 $x^2+(a-2)x-4=0$，由韦达定理得：

$-(a-2)=x_0+(3-x_0)$，$a=-1$，故 $f(x)=\frac{2x+4}{x-1}$。 （文 14 分，理 9 分）

（理）（Ⅲ）$a_n=|f(n^2+n+1)-2|=\frac{6}{n^2+n}-6(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$（理 11 分）

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=6(1-\frac{1}{n+1})<P$∴$P\geq 6$ 即 $P\in[6, +\infty)$（理 14 分）

黄冈市 4 月份高三质量检测

满分 150 分　时间: 150 分钟

第 I 卷(选择题共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) **已知角 α 的终边经过点** A(5a，–12a)，**其中** a<0，**则** sinα **的值为**(　　)

(A) $-\frac{12}{13}$　　(B) $\frac{12}{13}$　　(C) $\frac{5}{13}$　　(D) $-\frac{5}{13}$

(2) $\{a_n\}$ **为等差数列，** S_n **为其前** n **项和，** $S_6<S_8$，$S_8=S_7>S_9$，**则下列错误的是**(　　)

(A) $d<0$

(B) $a_7=0$

(C) $S_9>S_6$

(D) S_8 **和** S_7 **均为** S_n **的最大值**

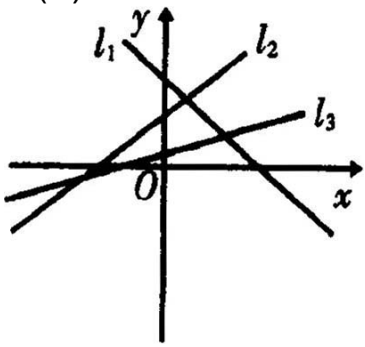
(3) (**理**) **在极坐标系中，点** P(2，$\frac{11}{6}\pi$) **到直线** ρsin(θ – π/6>) =1 **的距离是**(　　)

(A) 2　(B) $1+\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) 1

(**文**) **如图直线** l_1，l_2，l_3 **的斜率分别为** k_1，k_2，k_3，**则**(　　)

(A) $k_1<k_2<k_3$　(B) $k_3<k_1<k_2$

(C) $k_3<k_2<k_1$　(D) $k_1<k_3<k_2$



(4) 复数 $z=1-i\,\mathrm{ctg}10°$ 的辐角主值是(　　)

(A) 350°　(B) 170°

(C) 280°　(D) 100°

(5) 已知直二面角 $\alpha-l-\beta$，直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，且 a 与 l 不垂直，b 与 l 不垂直，那么(　　)

(A) a 与 b 可能垂直，但不可能平行

(B) a 与 b 可能垂直，也可能平行

(C) a 与 b 不可能垂直，不可能平行

(D) a 与 b 不可能垂直，但可能平行

(6) 定义域为 $[m, n]$ $(m<0<n)$ 的函数 $f(x)$ 的图象如图 1 所示，则 $f(|x|)$ 的图象为图 2 中的(　　)

需要全本请访问 www.ertongbook.com