# 第一章　水文过程的概率模拟

## 1.1　引言

水文过程一般说来是依赖于机遇和时间的过程。概率模拟只考虑某一给定量级事件发生的概率，并用概率理论来作出决策。如果概率模拟完全不考虑过程中的时序关系，那只能用于设计的目的而不能用于运行的目的。

概率模拟或频率分析，在水文上是一种最早的、最常用的统计方法。现在，在水文的各个方面差不多都会遇到频率分析。频率分析通常的步骤是：首先假定事件适配于一个特定线型（概率分布），再用这些资料估算该线型的参数。利用样本统计求出的估算值，任何特定事件都能指出其概率水平，且能预测所要求的概率事件。虽然本章中只涉及到洪水流量的频率分析，但是所讲到的这些概念可以推广应用到其他水文要素上去。以下分几个有关课题阐述洪水频率分析：

(Ⅰ)定义；

(Ⅱ)假设和资料要求；

(Ⅲ)经验频率；

(Ⅳ) 洪水频率分析中常用的线型；

(Ⅴ)参数估算的方法；

(Ⅵ)适线的优度；

(Ⅶ) 洪水重现期和置信限的估计。

## 1.2　定义

(1)年洪峰流量：年洪峰流量定义为 1年中最大的瞬时流量。

(2）年洪水系列：年洪水系列是记录中各年年洪峰流量的序列。

(3)设计洪水：设计洪水是建筑物能安全通过的最大洪水，是控制建筑物设计规模而采用的洪水。

(4)重现期二个等于或超过某一特定值的事件出现的平均间隔时间。例如，$T$ 年一遇洪水即表示等于或大于该洪水在 $T$ 年时间内平均出现 1 次。

(5)部分洪水系列：部分洪水系列包括了所有超过某一指定值的实测洪水，而不考虑这种洪水在各年出现的次数。

(6)均值 均值是指平均趋向的度量。

其他趋向的度量是中值和众数，而算术平均值为最常用的趋向度量,可由下列公式求得：

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{N} x_i / N \qquad (1\text{-}1)$$

式中：$x_i$ 是第 $i$ 个变量；$N$ 是观测的总数。

(7)标准差：标准差的无偏估计由下式给出：

$$S_x = \left[ \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^2 / (N-1) \right]^{0.5} \qquad (1\text{-}2)$$

标准差是用来度量一个数组的可变程度的。

标准差除以均值则称之谓变差系数 $C_v$ ,而 $C_v$ 一般用作一种区域性参数。

(8)偏态系数( $C_s$ )：偏态系数用来度量数据的频率分布不对称性，$C_s$ 的无偏估计由下式给出：

$$C_s = \frac{N \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^3}{(N-1)(N-2) S_x^3} \qquad (1\text{-}3)$$

(9)峰态系数( $C_k$ )：峰态系数用来度量频率分布中靠近其中心的峰尖程度或平坦程度，其无偏估计由下式给出：

$$C_k = \frac{N^2 \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^4}{(N-1)(N-2)(N-3)S_x^4} \tag{1-4}$$

(10) 概率坐标格纸：概率坐标格纸是一种专门设计的坐标纸，其纵坐标代表变量的大小而其横坐标代表超过概率或不超过概率。超过的概率 $P_r(X \geqslant x)$，未超过概率 $P_r(X \leqslant x)$和重现期($T$)之间的关系如下：

$$P_r(X > x) = 1 - P_r(X \leqslant x)$$

$$P_r(X > x) = 1/T$$

经验频率公式是用来确定某一特定事件的超过概率。

## 1.3 假设及资料的要求

### 1.3.1 假设

在频率分析中有以下 3 个假设：

(1)所分析的资料均为随机事件；

(2)变量的自然过程是时间系列；

(3)总体参数可以从样本数据估计。

### 1.3.2 资料要求

不论是年洪水系列，还是部分历时洪水系列，均可用来作洪水频率分析。资料要求如下：

(1)必须是有关联的；

(2)必须充分足够；

(3)必须精确。

有关联，是指资料必须与所提问题相关，如提出的问题为洪泛历时，则数据系列应体现出超过某特定值的流量历时。又如，是某地区排水问题，那么资料系列应包括超过某一特定阈值的水量。

充分足够，是指资料的系列长度。资料系列长度主要和资料数据可变性有关，因此，在进行频率分析时对使用的资料长度没有

一定的准则。一般说来，在洪水频率分析中，30～35 年的长度已被认为是足够的。

精确，主要指资料的一致性以及流量数字的精确度。分析所用的资料不应受人类活动变化的影响。如果水位流量关系的变动反映出水位记录的不一致性，以水位作频率分析是不合适的，因此，最好用流量作频率分析。如果需要作水位的频率分析，那就需采用最新的水位流量关系曲线。

## 1.4 经验频率

为了检验分布的适线情况，将样本资料点绘在各种概率坐标格纸上，需要经验频率公式来确定某一个特定事件超过或不超过的概率。一般的经验频率公式为：

$$P(X \geqslant x) = \frac{m - a}{N + 1 - 2a} \tag{1-5}$$

式中：$P(X \geqslant x)$为超过概率；$m$ 是按降序排列的事件排位；$N$ 为实测值总数。$m$ 的最小值通常应等于 1 而最大值应等于 $N$。本书提出了几种不同的经验公式。以下给出了一些公式及其应用的 $a$ 值：

| 公 式 | $a$ 值 |
|---|---|
| Weibull | 0 |
| Blom | 3/8 |
| Gringortan | 0.44 |

Weibull 公式是最常用的公式，而 Blom 和 Gringortan 公式被相应地推荐用于正态分布及 Gumbel 分布。NERC(1975)在经验频率公式中用皮尔逊Ⅲ型分布和对数皮尔逊Ⅲ型分布时，建议用

的 $a$ 值为 0.4。

## 1.5 常用的分布

在洪水频率分析中,先用样本资料来拟合概率分布曲线,再根据分布的参数用图解法或分析法从实测事件来推求设计事件。在下面一些章节中将简单说明在频率分析中某些常用的概率分布。

### 1.5.1 正态分布

在统计水文学中，正态分布是重要的分布之一。它是一个铃状对称的分布,其偏差系数为零。根据中心极限定理,正态分布在统计学领域中享有独特的地位。这个定理说明：在数量很大的情况下,随机变量之和的分布趋于正态分布,而不考虑随机变量的分布怎样。分布的概率密度函数（$pdf$）和累积分布函数($cdf$)见本章附录Ⅰ。

### 1.5.2 对数正态分布

很多水文变量的成因因子表现为倍数关系，而不是加法。因此,作为这些成因因子乘积的水文变量的对数,服从正态分布。

如果 $Y=\ln(X)$服从正态分布,那么可以说 $X$ 是服从对数正态分布的。如果变量 $X$ 有一下限为$X_0$,不为零,变量 $Y=\log(X-X_0)$服从正态分布,这种 $X$ 是含有三个参数的对数正态分布。

### 1.5.3 皮尔逊Ⅲ型分布

皮尔逊Ⅲ型分布是一个三参数分布，也是知名的三参数 $\Gamma$ 分布。该分布的概率密度函数（$pdf$）和累积分布函数($cdf$)见本章附录Ⅰ。

### 1.5.4 对数皮尔逊Ⅲ型分布

如果 $Y=\ln(X)$服从皮尔逊Ⅲ型分布,那么可以说 $X$ 是服从对数皮尔逊Ⅲ型分布的。

在 1967年，美国水资源委员会向美国联邦政府各机构推荐，要求采用对数皮尔逊Ⅲ型分布作为标准的洪水频率分布。

### 1.5.5 Gumbel(极值Ⅰ型)分布

在洪水频率分析中，最常用的分布之一为双指数分布（叫做 Gumbel 分布或极值Ⅰ型或 Gumbel EVⅠ分布),其积累分布函数($cdf$)为：

$$F(X) = \exp(-\exp(-(x-\mu)/\alpha)) \tag{1-6}$$

式中：$\mu$ 和 $\alpha$ 分别为该分布的位置和尺度参数，可应用矩法，由下列方程求得：

$$X = \mu + 0.5772\alpha \quad 和 \quad S_x^2 = \pi^2\alpha^2/6 \tag{1-7}$$

以上方程可以写成简化变量形式：

$$F(X) = \exp(-\exp(-y)) \tag{1-8}$$

式中：$y = (x-\mu)/\alpha$。

简化变量 $y$ 可以用重现期 $T$ 来表示，并将 $1-1/T$ 置代 $F(x)$,即

$$y = -\ln(-\ln(1-1/T)) = -\ln(\ln(T/(T-1))) \tag{1-9}$$

或

$$X_T = \mu - \alpha\ln\cdot\ln(T/(T-1)) \tag{1-10}$$

Gumbel 分布的偏差系数等于 1.139。

### 1.5.6 通用极值分布(GEV)

关于 GEV 分布,Jenkinson(1969）提出了下列形式的简单方程：

$$F(x) = \exp(-(1-k((x-\mu)/\alpha))^{1/k}),k \neq 0 \text{ 时} \tag{1-11}$$

$$f(x) = \exp(-\exp(-(x-\mu)/\alpha)),k = 0\text{时}$$

在以上方程中,$\mu$,$\alpha$ 和 $k$ 分别是位置、尺度和形状参数。形状参数 $k$ 和偏差系数相互有关。EVⅠ分布的 $k$ 是 0.0,而偏差系数等于 1.139。EVⅡ分布的 $k$ 是负的,而 $C_s$ 大于 1.139。EVⅢ分布的 $k$ 是正的,而 $C_s$ 小于 1.139。

### 1.5.7 Wakeby 分布

Houghton(1978）发现极大多数高质量的洪水记录不适合用

常用分布来模拟,因而须采用 Wakeby 分布适配洪水记录。Wakeby分布以反函数方式隐含地定义如下：

$$X = m + a(1 - F^{b}) - c(1 - F^{-d}) \qquad (1\text{-}12)$$

式中：$F$ 是 $X$ 的不超过概率；$a$，$b$，$c$ 和 $d$ 是符号为正的常数；$m$ 是位置参数。

参数 $a$ 和 $b$ 支配着左边尾部(干旱),而参数 $m$、$c$ 和 $d$ 支配着右边洪水流量。

作为一个五参数分布，Wakeby 分布可以跨越分布函数的空间区域而常规的二参数或三参数分布做不到这一点，但是跨越区域被常规分布所占据的除外。这是指 Wakeby 分布可以形式来模仿二参数分布，当其反函数存在时。由于能够分别模拟二个尾端资料，当前在美国研究人员中用 Wakeby 分布很普遍。前些年间，有些水文工作者和工程师们偶然想到要超过三参数，但认为这样将使用高于三阶的矩，在估算过程中会产生更大的误差。Wakeby 分布的估算步骤经过了多年发展，防止了这个问题的产生。Wakeby分布优于传统分布，有以下几个主要的特性：

(1)在传统的估计过程中，最小实测值对分布的右边（大的实测值)具有实质性的影响。但是左边(小的实测值)在估算右边的分位数时，不必再增加资料。由于洪水应服从哪一种特定分布还不知道,因此,从直观来看,最好分别模拟左边和右边的尾部。

(2)传统分布的特征，都不能精确地反映其左边尾部的特性。实际上，即使小的实测值能服从低偏态分布的左边尾部而最高实测值能服从高偏态分布的右边尾部,这样,常用三参数分布也不能进行精确的模拟。他们对所有的偏态都缺少足够的峰尖值。用参数曲线来适配五参数曲线会破坏包括最高分位数的整个适配。

(3）在点绘区域资料的偏态标准差和偏态平均值关系时，Wakeby 分布能够说明用人工生成的河流流量，以及用天然河流的流量样本资料的差别。

(4)如果参数选择正确，Wakeby 分布就能够人工生成适于大多数常用分布的流量。

## 1.6 估算参数的方法

当前使用的各种不同参数估算方法包括：

(1) 图解法；

(2)最小二乘法；

(3) 矩法；

(4) 最大似然法；

(5) 最大熵原理法；

(6)概率权重矩法。

对 GEV 和 Wakeby 分布法，用概率权重矩法，已被证明是最健全的参数估计方法。

## 1.7 适线测试的优度

概率分布函数适配已知样本的经验频率分布的有效性可用图解或分析法来检验。图解法一般的依据是将所研究样本的 *pdf* 与相应的经验 *pdf* 进行目测比较和(或)将模型的 *cdf* 与经验 *cdf* 作比较。这些 *cdf* 图通常画在特别设计的坐标格纸上而使 *cdf* 点绘成一条直线。Gumbel 坐标格纸为此一例。如果 Gumbel *cdf* 点绘在 Gumbel 坐标格纸上，那将是一条直线。如果经验 *cdf* 在 Gumbel 坐标格纸上近于一条直线,就说明 Gumbel 分布对手上的资料来说是一个有效的分布。用图解法来判断模拟的好坏，是十分主观的。很多分析法被建议用来检验所推荐分布的适线良好程度。常用的检验方法有 (i) $\chi^2$ 检验，(ii) Kolmogrov－Smirnov 检验，(iii) $D$ 指标检验。在应用 $\chi^2$ 和 Kolmogorov－Smirnov 两种检验时，接受假设的概率很高,事实上是失败的,在此意义上,这两种检验起的作用不是很大。$D$ 指标检验比较好一些,在下面予以介绍。

$D$ 指标检验是用来比较各种分布上尾部适配情况的，其公式如下：

$$D_{\text{指标}} = (1/\bar{X})\sum_{i=1}^{6} abs(X_i - \hat{X}_i) \tag{1-13}$$

式中：$X_i$ 和 $\hat{X}_i$ 为分布的第 $i$ 次最高实测值和计算值。分布所给出最小的 $D$ 指标，就认为是适配情况最好的分布。

## 1.8 $T$ 年洪水的估计

估计 $T$ 年洪水既可用图解法亦可用分析法推求。图解法只适用于正态、对数正态、Gumbel EV Ⅰ型分布，而对其他分布则概率坐标格纸很难得到。图解法的主要缺点是，不同的工程师所估计的 $T$ 年洪水均不相同。用分析法来估计的 $T$ 年洪水有很多方法，在下面将介绍：

(1)正态分布(用矩法估算参数)；

(2)对数正态分布(用矩法估算参数)；

(3)EVⅠ分布(用矩法估算参数)；

(4)皮尔逊 Ⅲ 型分布(用矩法估算参数)；

(5)对数皮尔逊 Ⅲ 型分布(用矩法估算参数)。

### 1.8.1 正态分布（矩法）

对于 $T$ 年洪水，$X_T$ 由下式给出：

$$X_T = X + K_T S_x \tag{1-14}$$

式中：$X$ 为样本均值；$S_x$ 为样本标准差；$K_T$ 是相应于超过概率为 $\frac{1}{T}$，偏差系数 $C_s$ 等于 0.0 的频率因子，可在附表 Ⅱ 中查得(取自水资源委员会(1981))。

### 1.8.2 对数正态分布(矩法)

$$X_T = e^{(y + K_T \cdot S_y)} \tag{1-15}$$

式中：$\bar{y}$ 为对数转换系列的均值(以 e 为底数)；$S_y$ 为对数转换系

列的标准差；$K_T$ 是相应于超过概率为 $\frac{1}{T}$，而 $C_s$ 等于 0.0 的频率因子(附录Ⅱ)。

1.8.3 EVⅠ分布（矩法）

$$X_T = \mu + \alpha \cdot y_T \tag{1-16}$$

式中：$\mu = \bar{X} - 0.5775\alpha$；

$\alpha = (\sqrt{6}/\pi)S_X$；

$y_T =$ 简化变量

$= -\ln(-\ln(1 - 1/T))$。

1.8.4 皮尔逊Ⅲ型分布(矩法)

$$X_T = X + K_T S_X \tag{1-17}$$

式中：$K_T$ 是相应于原系列的 $C_s$ 和超过概率为 $T$ 的频率因子(附录Ⅱ)。

1.8.5 对数皮尔逊Ⅲ型分布（矩法）

$$X_T = e^{(y + K_T S_Y)} \tag{1-18}$$

式中：$K_T$ 为相应于对数转换系列 $C_s$ 和超过概率为 $\frac{1}{T}$ 的频率因子。

## 1.9 置信区间的确定

有一些水文变量，如年洪峰流量或降雨量不会按一套模式出现，而大多数是随机的。在模拟这些事件时，要借助于频率分析，对所要求的一定重现期，其变量估算值能取得合理的精度。来自一组样本资料的估计值是多变的，这是因为这些事件以及推求估计值的样本尺度伴有随机性。

此外,使用的样本是来自特定的父代总体,而且是随机的。这将造成一种事实，就是从这一个假设的总体中可能会产生很多相等或相似的样本。如果将每一样本这种变量的估计值与重现期点绘关系，重现期变量期望值以及均值看起来是服从正态分布或 $t$ 分布。因而说明,由于取样多变性,可有很多估计值,因此规定需要连续多次估计值而不能用单一或一点的估计值。这变动范围定之为置信区间,并可写为：

$$\mathrm{Prob}(X_{TL} \leqslant X_T \leqslant X_{TU}) = 1 - \alpha \qquad (1\text{-}19)$$

式中：$X_{TL}$ 和 $X_{TU}$ 分别是估计值 $X_T$ 的置信下限和上限,因此，$X_{TL}$ 到 $X_{TU}$ 之间的区间为置信区间；$1-\alpha$ 为置信水平( $\alpha$ 是显著性水平)。

频率曲线上给定概率值的置信水平，反映了估计值的可靠度和适线优度。

### 1.9.1 置信带的制定

用以下步骤计算置信限：

(1)选择一个统计分布来模拟给定测站上的年洪峰流量资料；

(2)估算参数；

(3)用估算参数来计算所需重现期的分位值；

(4)计算估计值的标准差( $S_e(X_T)$ )(附录Ⅲ)；

(5)计算所需置信水平(即 $1-\alpha/2$,考虑 $\frac{\alpha}{2}$ %的二边显著性水平)及( $N-n$ ) 自由度的 $t$ 统计值,其中 $N$ 等于样本长度，$n$ 等于所选分布参数个数；

(6) 计算分位值( $X_T$ ) 的置信上限和下限：

$$X_{TU} = X_T + t_{(N-n)(1-\alpha/2)} \cdot S_e(X_T) \qquad (1\text{-}20)$$

$$X_{TL} = X_T - t_{(N-n)(1-\alpha/2)} \cdot S_e(X_T) \qquad (1\text{-}21)$$

(7)在两边点绘分位值，并连接上区与下区的这些点，求得置信带。

### 1.9.2 置信带的形状

由前面计算出的置信上下限与各种重现期点绘关系，显示出在均值附近的最小差值并呈岔开趋势。

对一特定重现期，它们之间的间隔随着样本长度减少而增加，这主要是由大的样本方差和大的标准误差引起的。

## 参 考 文 献


1 Haan C. T. 水文学统计方法.美国依阿华州大学出版社，1977

2 Houghton J. C.. 不完善均值估算方法在洪水频率分析中的应用.水资源研究 1978(14)，P1111～1115

3 Jenkinson A. F.(1969). 最大洪水估算中极值统计.世界气象组织技术论文，No. 98，P183～228

4 Kite G. W.. 水文学中频率和风险分析.科罗拉多州：水利出版社，1977

5 NERC 洪水研究报告.伦敦自然环境研究委员会，1975

6 NIH 洪水频率分析研讨会讲稿.1987～1988

7 水资源委员会.计算洪水流量频率的规定.华盛顿公报，1981，17B

# 附录 I

## 各类概率分布函数公式

| 分布曲线名称 | 概率密度函数 $f(x)$<br>或分布函数 $F(x)$ | 变量和参数范围 |
|---|---|---|
| 二参数<br>对数正态(LN2) | $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}ax}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x-b}{a}\right)^2\right\}$ | $0<x$ |
| 三参数<br>对数正态(LN3) | $f(x)=$<br>$\frac{1}{\sqrt{2\pi}a(x-m)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x-m)-b}{a}\right)^2\right\}$ | $m<x$ |
| 二分量极值<br>(TCEV) | $F(x)=\exp(-A_1e^{-x/\theta_1}-A_2e^{x/\theta_2})$ | $x>0$<br>$\theta_1>0$<br>$\theta_2>0$ |
| Wakeby(WAK) | $x=m+a\{1-(1-F(x))^b\}$<br>$-c\{1-(1-F(x))^d\}$ | See Appendix4.<br>Table A4.4. |
| 对数皮尔逊<br>Ⅲ 型(LP3) | If $x$ is LP3 and $z=\log x$<br>$f(x)=\frac{\left(\frac{z-c}{a}\right)^{b-1}}{x\|a\|\Gamma(b)}\exp\left\{-\left(\frac{z-c}{a}\right)\right\}$ | $c\leqslant z\leqslant\infty$ $a>0$<br>$e^c\leqslant x\leqslant\infty$<br>$-\infty\leqslant z\leqslant c$ $a<0$<br>$0\leqslant x\leqslant e^c$ |
| Boughton(1980) | If $z=\log x$ then<br>$\frac{z-\mu_z}{\sigma_z}=K=A+\frac{C}{\ln[-\ln(F)]-A}$ | $-\infty\leqslant K\leqslant A$ |
| 对数－逻辑(LL)<br>(Ahmad et al.1988)<br>概化－逻辑(GL)<br>(Ahmad 1988) | $F(x)=\{1+\{(x-a)/b\}^{-1/\gamma}\}^4$<br>$F(x)=\{1+[1-\gamma(x-\alpha)/\beta]^{-1/\gamma}\}^4$ $\gamma\neq0$<br>$=\{1+\exp[-(x-\alpha)/\beta]\}^{-1}$ $\gamma=0$ | $x>a,c>0,b>0$<br>$\gamma<0,\alpha+\beta/\gamma\leqslant x<\infty$<br>$\gamma>0,-\infty<x\leqslant\alpha+\beta/\gamma$<br>$-\infty<x<\infty$ |

## 各类概率分布函数公式(续表)

| 分布曲线名称 | 概率密度函数 $f(x)$ 或分布函数 $F(x)$ | 变量和参数范围 |
|---|---|---|
| 极值 Ⅰ 型 (Gumbel 或 EVⅠ) | $F(x) = \exp\{-e^{-\left(\frac{x-u}{a}\right)}\}$ | $-\infty \leqslant x \leqslant \infty$<br>$a > 0$ |
| 通用极值 (GEV) | $F(x) = \exp\left\{-\left[1-k\left(\frac{x-u}{a}\right)\right]^{1/k}\right\}$ | $a > 0$<br>$u + \frac{a}{k} \leqslant x \leqslant \infty$ if $k < 0$<br>$-\infty < x \leqslant u + \frac{a}{k}$ if $k > 0$ |
| 极值 2 型 (EVⅡ) | $F(x) = \exp\left\{-\left(\frac{u-c}{x-e}\right)^k\right\}$ | $k > 0, e \leqslant x$<br>$0 \leqslant e < u$ |
| 对数 Gumbel | $F(x) = \exp\{-e^{(\log x - b)/a}\}$ | $a > 0$<br>$-\infty \leqslant \log x \leqslant \infty$ |
| 皮尔逊 Ⅲ 型 | $f(x) = \frac{\left(\frac{x-m}{a}\right)^{b-1}}{\lvert a \rvert \Gamma(b)} \exp\left\{-\left(\frac{x-m}{a}\right)\right\}$ | $m \leqslant x$ if $a > 0$<br>$x \leqslant m$ if $a < 0$ |
| Gamma | $f(x) = \frac{(x/a)^{b-1}}{\lvert a \rvert \Gamma(b)} \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$<br>i. e. Pearson Type 3 with $m = 0$ | $0 \leqslant x$ if $a > 0$<br>$x \leqslant 0$ if $a < 0$ |
| 指数 | $f(x) = \frac{1}{a} \exp\left(-\frac{x-m}{a}\right)$<br>i. e. Pearson Type 3 with $b = 1$. and Weibull with $b = 1$ | $m \leqslant x$ |
| Weibull | $f(x) =$<br>$\frac{b}{\lvert a \rvert}\left(\frac{x-m}{a}\right)^{b-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-m}{a}\right)^b\right\}$ | $m \leqslant x$ if $a > 0$<br>$x \geqslant m$ if $a < 0$ |

# 附录Ⅱ

**皮尔逊Ⅲ型分布的 $K_T$ 值表**

| $P$ | $G=0.0$ | $G=0.1$ | $G=0.2$ | $G=0.3$ | $G=0.4$ | $G=0.5$ | $G=0.6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.9999 | -3.71902 | -3.50703 | -3.29921 | -3.09631 | -2.89907 | -2.70836 | -2.52507 |
| 0.9995 | -3.29053 | -3.12767 | -2.96698 | -2.80889 | -2.65390 | -2.50257 | -2.35549 |
| 0.9990 | -3.09023 | -2.94834 | -2.80786 | -2.66915 | -2.53261 | -2.39867 | -2.26780 |
| 0.9980 | -2.87816 | -2.75706 | -2.63672 | -2.51741 | -2.39942 | -2.28311 | -2.16884 |
| 0.9950 | -2.57583 | -2.48187 | -2.38795 | -2.29423 | -2.20092 | -2.10825 | -2.01644 |
| 0.9900 | -2.32635 | -2.25258 | -2.17840 | -2.10394 | -2.02933 | -1.95472 | -1.88029 |
| 0.9800 | -2.05375 | -1.99973 | -1.94499 | -1.88959 | -1.83361 | -1.77716 | -1.72033 |
| 0.9750 | -1.95996 | -1.91219 | -1.86360 | -1.81427 | -1.76427 | -1.71366 | -1.66253 |
| 0.9600 | -1.75069 | -1.71580 | -1.67999 | -1.64329 | -1.60574 | -1.56740 | -1.52830 |
| 0.9500 | -1.64485 | -1.61594 | -1.58607 | -1.55527 | -1.52357 | -1.49101 | -1.45762 |
| 0.9000 | -1.28155 | -1.27037 | -1.25824 | -1.24516 | -1.23114 | -1.21618 | -1.20028 |
| 0.8000 | -0.84162 | -0.84611 | -0.84986 | -0.85285 | -0.85508 | -0.85653 | -0.85718 |
| 0.7000 | -0.52440 | -0.53624 | -0.54757 | -0.55839 | -0.56867 | -0.57840 | -0.58757 |
| 0.6000 | -0.25335 | -0.26882 | -0.28403 | -0.29897 | -0.31362 | -0.32796 | -0.34198 |
| 0.5704 | -0.17733 | -0.19339 | -0.20925 | -0.22492 | -0.24037 | -0.25558 | -0.27047 |

注：$P$——超过概率；$G$——偏态系数。下同。

皮尔逊Ⅲ型分布的 $K_T$ 值表(续表)

| $P$ | $G = 0.0$ | $G = 0.1$ | $G = 0.2$ | $G = 0.3$ | $G = 0.4$ | $G = 0.5$ | $G = 0.6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.5000 | 0.0 | -0.01662 | -0.03325 | -0.04993 | -0.06651 | -0.08302 | -0.09945 |
| 0.4296 | 0.17733 | 0.16111 | 0.14472 | 0.12820 | 0.11154 | 0.09478 | 0.07791 |
| 0.4000 | 0.25335 | 0.23763 | 0.22168 | 0.20552 | 0.18916 | 0.17261 | 0.15589 |
| 0.3000 | 0.52440 | 0.51207 | 0.49927 | 0.48600 | 0.47228 | 0.45812 | 0.44352 |
| 0.2000 | 0.84162 | 0.83639 | 0.83044 | 0.82377 | 0.81638 | 0.80829 | 0.79950 |
| 0.1000 | 1.28155 | 1.29178 | 1.30105 | 1.30936 | 1.31671 | 1.32309 | 1.32850 |
| 0.0500 | 1.64485 | 1.67279 | 1.69971 | 1.72562 | 1.75048 | 1.77428 | 1.79701 |
| 0.0400 | 1.75069 | 1.78462 | 1.81756 | 1.84949 | 1.88039 | 1.91022 | 1.93896 |
| 0.0250 | 1.95996 | 2.00688 | 2.05290 | 2.09795 | 2.14202 | 2.18505 | 2.22702 |
| 0.0200 | 2.05375 | 2.10697 | 2.15935 | 2.21081 | 2.26133 | 2.31084 | 2.35931 |
| 0.0100 | 2.32635 | 2.39961 | 2.47226 | 2.54421 | 2.61539 | 2.68572 | 2.75514 |
| 0.0050 | 2.57583 | 2.66965 | 2.76321 | 2.85636 | 2.94900 | 3.04102 | 3.13232 |
| 0.0020 | 2.87816 | 2.99978 | 3.12169 | 3.24371 | 3.36566 | 3.48737 | 3.60872 |
| 0.0010 | 3.09023 | 3.23322 | 3.37703 | 3.52139 | 3.66608 | 3.81090 | 3.95567 |
| 0.0005 | 3.29053 | 3.45513 | 3.62113 | 3.78820 | 3.95605 | 4.12443 | 4.29311 |
| 0.0001 | 3.71902 | 3.93453 | 4.15301 | 4.37394 | 4.59687 | 4.82141 | 5.04718 |

皮尔逊Ⅲ型分布的 $K_T$ 值表(续表)

| P | G = 0.7 | G = 0.8 | G = 0.9 | G = 1.0 | G = 1.1 | G = 1.2 | G = 1.3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.9999 | -2.35015 | -2.18448 | -2.02891 | -1.88410 | -1.75053 | -1.62838 | -1.51752 |
| 0.9995 | -2.21328 | -2.07661 | -1.94611 | -1.82241 | -1.70603 | -1.59738 | -1.49673 |
| 0.9990 | -2.14053 | -2.01739 | -1.89894 | -1.78572 | -1.67825 | -1.57695 | -1.48216 |
| 0.9980 | -2.05701 | -1.94806 | -1.84244 | -1.74062 | -1.64305 | -1.55016 | -1.46232 |
| 0.9950 | -1.92580 | -1.83660 | -1.74919 | -1.66390 | -1.58110 | -1.50114 | -1.42439 |
| 0.9900 | -1.80621 | -1.73271 | -1.66001 | -1.58838 | -1.51808 | -1.44942 | -1.38267 |
| 0.9800 | -1.66325 | -1.60604 | -1.54886 | -1.49188 | -1.43529 | -1.37929 | -1.32412 |
| 0.9750 | -1.61099 | -1.55914 | -1.50712 | -1.45507 | -1.40314 | -1.35153 | -1.30042 |
| 0.9600 | -1.48852 | -1.44813 | -1.40720 | -1.36584 | -1.32414 | -1.28225 | -1.24028 |
| 0.9500 | -1.42345 | -1.38855 | -1.35299 | -1.31684 | -1.28019 | -1.24313 | -1.20578 |
| 0.9000 | -1.18347 | -1.16574 | -1.14712 | -1.12762 | -1.10726 | -1.08608 | -1.06413 |
| 0.8000 | -0.85703 | -0.85607 | -0.85426 | -0.85164 | -0.84809 | -0.84369 | -0.83841 |
| 0.7000 | -0.59615 | -0.60412 | -0.61146 | -0.61815 | -0.62415 | -0.62944 | -0.63400 |
| 0.6000 | -0.35565 | -0.36889 | -0.38186 | -0.39434 | -0.40638 | -0.41794 | -0.42899 |
| 0.5704 | -0.28516 | -0.29961 | -0.31368 | -0.32740 | -0.34075 | -0.35370 | -0.36620 |
| 0.5000 | -0.11578 | -0.18199 | -0.14807 | -0.16397 | -0.17968 | -0.19517 | -0.21040 |