

粵聲韻藻

海洋随机资料分析

方欣华(云翥郢)载滔(萍) 摇编著
吴摇巍(宰哉宰藻) 摇摇

青岛海洋大学出版社

四韻覽韻韻藻聲韻韻藻聲韻韻藻聲韻韻藻聲韻韻藻聲韻韻藻聲韻韻藻聲韻

青摇岛·即墨悦馨韵

图书在版编目(悦孕)数据

摇摇摇海洋随机资料分析 辕方欣华 吴巍编著援—青岛 :青岛海洋大
摇摇学出版社 圆园园远

摇摇摇陈犀苑 陈犀苑 陈犀苑 陈犀苑

摇摇摇 I 援海援援 II 援①方援援②吴援援 III 援海洋资料 原随机分析
摇摇IV 援韵苑

摇摇摇中国版本图书馆 悦孕数据核字(圆园园远)第 圆裁圆园号

青岛海洋大学出版社出版发行
(青岛市鱼山路 缘号摇邮政编码 圆园园远)

出版人 李学伦

日照日报社印刷厂印刷

新华书店经销

*

开本 苑苑伊苑伊苑 员员员摇印张 员员员摇字数 圆缘千

圆园园远年 远月第 员版摇摇圆园园远年 远月第 员次印刷

印数 员~ 员员员摇摇摇定价 圆园圆元

内 容 简 介

本书对海洋随机资料的处理分析方法作了系统阐述。

全书共分十章，系统地阐述了在海洋随机资料分析中广泛应用的理论和方法以及所依据的基本假设、所得结果的可信程度、在实际海洋资料分析中应注意的事项等。第一章至第四章简介了随机过程基础知识，主要是海洋资料分析中广泛应用的平稳随机过程理论。第五章介绍了海洋随机资料的初步检验和预处理。第六章为海洋资料分析中的基础性内容，即均值和相关函数估计以及傅氏变换。由于谱分析是随机资料分析的最重要手段，所以此后的内容都是关于谱分析的。第七、八章为以傅氏变换为基础的平稳随机过程自谱和交谱的估计及其平滑、估计结果的统计特性。第九章为基于自回归过程假设，可用于短序列资料的最大熵谱估计方法；以小波分析理论为基础，揭示谱的时变性的小波谱。第十章为谱的区间估计以及海流矢量旋转谱的估计及其统计特性。

本书可作为海洋科学类专业和相近或相关专业的本科生和研究生教材或参考教材，也可作为从事海洋或非海洋随机资料分析工作的科技人员的参考用书。

序

人们对海洋的认识源于在海洋中的实践活动，尤其是有意识的观测。长期积累的观测资料是海洋科学形成与发展的基础。在早期，人们将海洋现象作为确定性问题来处理。随着高分辨高精度仪器的使用以及随机资料分析方法的引入，揭示出海洋现象的随机特性，改变了这种传统的“确定性”观念与研究方法。海洋随机资料的获取与分析研究发现了大量的新现象，提出并确立了许多新理论，使海洋科学上升到一个新的高度。

要正确揭示海洋随机现象的统计特性，必须正确应用概率论、数理统计和随机过程理论与方法，将海洋现象抽象成适当的统计模型，提取反映现象本质的基本统计特性。掌握海洋随机资料分析所依据的理论和所采用的方法并将它们用于解决海洋实际问题是海洋科学工作者应具有的能力。因此，多年前我建议将海洋随机资料分析作为青岛海洋大学物理海洋专业研究生的学位课程，并敦促及早出版相应教材。现在这些都已成为现实，本人深感欣慰。

《海洋随机资料分析》一书的作者成功地将多种随机资料分析方法用于海洋随机内波和细结构统计特性以及海洋资料预处理与分析方法等方面的研究工作，获得了丰硕的成果。在从事研究工作的同时，作者承担着研究生和本科生的有关海洋随机资料分析的教学工作。可以说，此书是作者长期的科研与教学成果的积累。书中既有在理论上研究较深入、在实际中应用很广泛的内容，也有新近才发展的新内容；既有在较普遍领域中应用的方法，也有在海洋和大气科学中特有的分析方法；既有他人的研究成果，也有作者自己的研究成果。尤其是，此书舍弃了严密的数学系统和繁复的数学论证，内容适合教学要求和海洋科技工作者的需要。因此，此书的出版必然使读者获益匪浅。

文圣常

1984年12月15日

前 摇 言

海洋科学的发展是以海洋资料为基础的,各种理论模型的正确与否最终都必须由实际资料来检验。因此,海洋资料的获取和处理分析对于海洋科学工作者来说是至关重要的。快速密集取样的海洋调查仪器的使用给人们提供了大量海水物理量(如海面高度和斜率、温度、电导率、流速、流向等)的时间(或空间)序列,这些序列显示出这些物理量具有随机性。因而数理统计和随机过程理论及相应的方法,尤其是各种谱分析方法就成了物理海洋学研究不可缺少的手段。鉴于这一观念,青岛海洋大学在海洋科学专业(原物理海洋专业)本科生和物理海洋学专业研究生教学中都特别重视这一教学训练环节,1980年就开设了“谱分析及其应用”大学课程,1983年又为研究生开设了“随机过程和海洋随机资料分析”,随后将它定为学位课程。作者在长期的科学研究工作中,深入学习并广泛采用了上述分析研究方法。在长期授课过程中撰写并不断修订教材,最后形成了本书内容。书中的一些内容,如快速傅氏变换周期图分析方法、最大熵谱分析方法以及小波谱分析方法等,刚一问世就被青岛海洋大学师生(包括作者在内)用于科研工作和作为教材内容。所以,本书虽是一部基础性教材,但不失其先进性。

本书用于物理海洋学及相关专业的教学,以培养学生的海洋随机资料分析能力为宗旨,因此无意深入系统地阐述数理统计和随机过程理论,而着眼于介绍在海洋随机资料分析中广泛应用的理论和方法以及所依据的基本假设、所得结果的可信程度、在实际海洋资料分析中应注意的事项等。所选实例绝大多数取自实测海洋资料或实验室实验资料。另一方面,它仅讲授海洋随机资料分析的一般方法,而不涉及各个研究方向的专门性问题。

本书的前四章简介了随机过程基础知识,主要是海洋资料分析中广泛应用的平稳随机过程理论。第五章介绍了海洋随机资料的初步检验和预处理。第六章为海洋资料分析中的基础性内容,即均值和相关函数估计以及傅氏变换。由于谱分析是随机资料分析的最重要手段,所以此后的内容都是关于谱分析的。第七、八章为以傅氏变换为基础的平稳过程自谱和交谱的估计及其平滑、估计结果的统计特性。第九章为基于自回归过程假设,可

用于短序列资料的最大熵谱估计方法 ;以小波分析理论为基础 ,揭示谱的时变性的小波谱。第十章为谱的区间估计以及海流矢量旋转谱的估计及其统计特性。为了读者使用方便 ,书后附有一些常用统计表。为了减少篇幅 ,书后所列参考文献仅是作者所用文献中的一小部分。它们是作者认为最主要的参考文献。书中所用图表 ,凡是引用他人材料的 ,一律注明了出处 ;其他未注明出处的皆系本书首次采用。

本书的成书过程也是作者进行多项国家自然科学基金项目、高等学校博士学科点专项科研基金项目以及“七五”、“八五”、“九五”国家重点科技专项的研究过程。借此机会 ,感谢有关部门以及曾给予我们无私支持与帮助的国内外同行与友人。

在本书成稿并出版的过程中 ,始终得到海洋环境学院(及原海洋系)历届领导及老师们的鼓励和支持 ,特别是中科院院士文圣常教授百忙之中为本书作序。在此谨表谢意。

由于作者仅是物理海洋科学工作者而非数理统计和随机过程专业人员 ,因而书中的论述必然会有专业局限性 ;更由于水平所限 ,难免存在错误与不足 ,敬请专家与读者指正。

本书可作为海洋科学专业本科生、物理海洋学专业研究生及相关专业学生的教材 ,也可作为物理海洋学及相关科学工作者的参考用书。作为研究生教材时 ,应系统地讲授全书内容 ,并留出充分的课堂教学时间讨论学生的作业。作为本科生教材时 ,若受学时数限制 ,可将讲授重点放在第五章至第八章 ,其余内容视课时多少作合理取舍 ,作业量亦应适当减少。本书仅给出第五章至第十章的习题 ,因前四章是随机过程基础理论 ,很易从其他书中找到习题。

方欣华

2000年 10月 15日

目 录

第一章 随机过程的一般概念	(员)
§1.1 概 述	(员)
§1.2 概率密度函数	(猿)
§1.3 单一实随机过程的各阶矩	(缘)
§1.4 复随机过程的矩及两个过程的交叉矩	(苑)
§1.5 平稳随机过程	(怨)
§1.6 随机过程的变换(I)	(员0)
§1.7 随机过程的变换(II)	(员0)
§1.8 随机过程的连续性	(员2)
§1.9 随机过程的微商	(员3)
§1.10 随机微分方程	(员4)
§1.11 随机积分和时间平均	(员5)
§1.12 各态历经性	(员6)
第二章 广义平稳随机过程的相关和频率谱	(员8)
§2.1 自相关和自协方差	(员8)
§2.2 交相关和交协方差	(20)
§2.3 自谱密度函数	(20)
§2.4 交谱	(22)
§2.5 线性系统	(22)
§2.6 希尔伯特变换	(24)
§2.7 均方意义下的周期性及傅氏级数	(26)
§2.8 有限频带过程	(26)
第三章 非平稳随机过程	(28)
§3.1 具有随机输入的线性系统的瞬态	(28)
§3.2 二维傅氏变换的定义和基本性质	(30)
§3.3 二维傅氏变换的其他性质	(32)

异缘源摇时间平均运算	(远)
第四章摇正态过程	(苑)
异缘源摇定义及基本性质	(苑)
异缘源摇整流	(苑)
异缘源摇跨零问题	(苑)
第五章摇海洋随机资料的预处理及初步检验	(苑)
异缘源摇海洋资料的统计学分类	(苑)
异缘源摇资料的数字化和初步检查	(愿)
异缘源摇正态性检验	(愿)
异缘源摇过程的广义平稳性、各态历经性及现实倾向性的检验	(怨)
异缘源摇隐含周期分量的探测和显著周期检验	(怨)
异缘源摇去倾	(怨)
第六章摇均值和相关函数估计以及离散傅氏变换	(员)
异缘源摇均值、自相关和交相关的估计	(员)
异缘源摇均值、自相关、交相关估计的统计特性	(员)
异缘源摇离散傅氏变换	(员)
异缘源摇快速傅氏变换	(员)
第七章摇实随机过程的粗谱估计	(员)
异缘源摇确定性函数的能量谱和功率谱估计	(员)
异缘源摇随机过程自谱的粗估计	(员)
异缘源摇随机过程的交谱粗估计	(员)
异缘源摇粗谱估计的统计特性	(员)
第八章摇谱的平滑及区间估计	(员)
异缘源摇粗谱的平滑及平滑谱的统计特性	(员)
异缘源摇资料窗	(员)
异缘源摇延时窗和谱窗	(员)
异缘源摇平滑谱的置信区间估计	(员)
异缘源摇平滑谱估计的一些实际作法	(员)
第九章摇最大熵谱和小波谱	(员)
异缘源摇自回归过程	(员)
异缘源摇谱熵和最大熵谱	(员)
异缘源摇小波变换	(员)
异缘源摇局域小波能谱	(员)

第九章 局域小波能谱的应用及其与傅氏频谱的比较	(猿圆)
第十章 矢量旋转谱	(猿苑)
矢量的旋转分量	(猿苑)
旋转谱表达式	(猿怨)
练习题	(猿猿)
附录 统计表	(猿苑)
主要参考文献	(猿愿)

惺惺栽栽

悦粤臻臻员瑶员臻臻臻惟量臻臻臻云臻韵悦粤臻脱

孕产期杂志..... (员)

异质附体性(增) (员)

異泉類稿外禮遺金贈閱漢字贈云供糟泉怪..... (猿)

昇 羣 配 果 漢 燐 寒 音 廣 礪 造 列 轉 聲 (緣

昇陽配燥漢陽燥火藥燥貴藥至藥醫藥樹悅醫配燥漢陽

燥增燥燥責藥烈轉潑潑..... (苑

異緣在塵界暫留豐滿體別轉菩提 (怨)

異邦裁判權の排斥と東洋の裁判權の排斥 [] (六)

昇苑規矩題辭集卷之六 題辭集 II) (題辭集)

異稂雜穗落糟候種..... (畝)

昇平怨歌集卷前諸說卷類對讀集 (五)

昇芳园杂咏卷首 潘祖蔭撰 李榕录 卷首 (阙)

[illegible]

昇平樂府新刊增補卷之九 樂府新刊增補卷之九 (四元)

悦₁粤₂殊₃殊₄圆₅摇₆惓₇惓₈碌₉碌₁₀蕴₁₁粤₁₂莱₁₃量₁₄星₁₅杂₁₆粤₁₇星₁₈阅₁₉云₂₀碌₂₁和₂₂哉₂₃羣₂₄再₂₅杂₂₆耘₂₇说₂₈碌₂₉粤₃₀

韵云宰耕粵蘊再栽粵艸粵再孕韵殊在棘杂 (四)

異國香粵御燂豐順藺華燂吐云絳糖燂蓬萊柑粵御燂豐順藺華燂

云德精義译 (原)

昇圓規悅聲悅燥腹運土云武權羅逢榮謝悅聲悅贈興華樓

云々精録 (續)

異類彙考彙纂卷之六十四 雜考 漢晉書云：「猓，獠也。」（獠）

異國源悦峰奈嶺勸鞋 (獺)

異國縁蘊藻 増補 澤..... (瀧)

異國近々至る勢に譯 (源範)

異國苑醪藥粉怪藥藥全藥藥學醫藥性云氣藥則藥醫 (續)

昇陽恩月茂性益養孕麟降繁 (續)

悦₁粤₂裁₃桀₄猿₅羴₆羴₇裁₈磨₉裁₁₀羴₁₁羴₁₂再₁₃孕₁₄吻₁₅的₁₆猓₁₇羴₁₈杂₁₉.....(续)

昇就类辨译彙解升藻藻类杂藻美泽藻新同藻果附贵解 (续)

昇 凉 阅 藻 睡 隼 葵 卺 月 莽 瞿 舛 陂 濠 瞿 燥 裁 增 噪 阅 藻 隼 隼 控

云漢學制譯註 (迂)

..... (元惠)

[illegible]

第一章 随机过程的一般概念

§1.1 随机过程的概述

目前采用的海上观测仪器和实验室内的波浪记录仪等能进行快速取样。它们的记录大多是等时间间隔取样的数字记录。由于取样时间间隔比所研究问题的时间尺度短得多,因此在处理时也常将这些离散数据序列看成一连续曲线。例如,测波仪每次观测记录下的一列波面随时间变化的序列或曲线,称为波面坐标序列或曲线。海流计能同步记录下流速量值序列和流向序列,它们可换算成流速东分量和北分量,并以东分量为实部、北分量为虚部构成一列用来表示矢量序列的复数序列。无论是实数(标量)序列还是复数(矢量)序列都可表示成时间的函数 $\xi(t)$ 。

有实践经验的人都知道,尽管从通常意义上说观测或实验条件没有什么变化,但每次观测(或实验)所得序列或曲线都不会重合。若将每次观测用一数字 ζ 来表示(例如 ζ 可以取成观测或实验的序号),于是每次观测可表示成 $\xi(\zeta)$ 。所以,每次观测或实验记录下的结果和以后观测或实验将要记录下的结果合在一起便构成一以时间 t 为变量的函数族,记为 $\xi(\zeta)$ 。对确定的时间 t 某次观测(即确定的 ζ)所得观测值为一确定量。对同一观测时间 t 不同次的观测(ζ 为变量)得到不同的观测值,可以记为 $\xi(\zeta)$ 。 $\xi(\zeta)$ 在观测前是无法确切知道的。图 1.1 所示为实验室风浪实验波面坐标记录曲线。

根据随机过程理论,上述函数族 $\xi(\zeta)$ 可抽象成一随机过程。一确定的即某一次观测结果,称为这一随机过程的一次现实或一个样本函数 $\xi(\zeta)$ 。某一时刻各次观测所得值的集合称为一个随机变量,所有 ζ 的集合杂称为样本空间。下面更严格地引入一些随机过程理论中常用的术语。

随机过程设有以 Ω 为样本空间的试验 ζ ,每一试验结果 ω 产生一个随时间变化的实或复的函数值 $\xi(\omega)$,对所有的试验形成一函数族 $\xi(\omega)$,称此函数族为随机过程。它是两个变量 t 和 ω 的函数。 ω 落在样本空间 Ω 中,而 t 在实数集合中取值。遵循习惯用法,用粗体字母 $\xi(\omega)$ 赠 $\xi(\omega)$

等表示随机过程。为书写简便,也常省略 ζ ,而写成 ξ 、 η 、 ζ 等,这时仍应将它们理解为是 ζ 与 η 的函数。

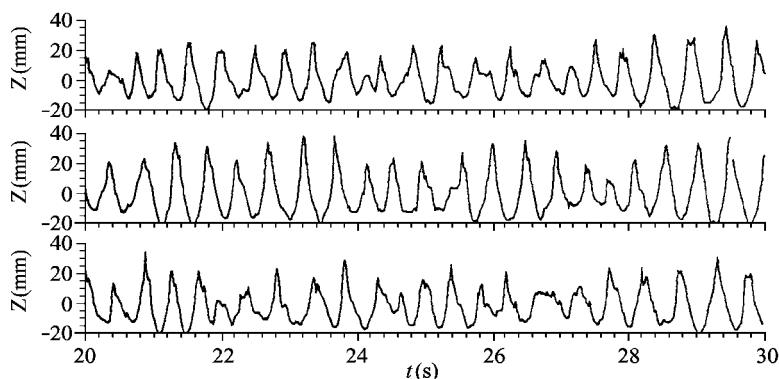


图 1 青岛海洋大学物理海洋实验室提供

随机函数 ξ 既可代表时间坐标,也可代表某一空间坐标。当 ξ 为一空间坐标(如沿铅直方向或水平方向)时,随机过程也称为随机函数。

现实(样本函数) ξ 对于作为随机过程的一系列试验中之某一次试验 ζ 是确定的,因而 ξ 就仅是 ζ 的函数,它称为随机过程 ξ 的一次现实或一个样本函数(或样本曲线),记为 ξ 。通常样本函数是极其复杂的,很难用数学式子表示出来,即使知道了 ξ 时的 ξ ,也很难确切地预报出 ξ 时的 ξ 。例如,风浪观测记录中的波面坐标曲线。然而,有时样本曲线也可能是相当简单的,例如若在波浪槽中做一系列规则波实验,其频率及初始相位在这一系列的实验中保持不变,只有波高在每次实验开始时随机地设定,在实验过程中不再变更,于是此过程可用简单的数字式子描述为

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega \zeta + \theta) \quad (\text{圆})$$

因而对每一次实验(ζ 确定),此随机过程之现实就成了一条简单的正弦曲线。

时间序列如前所述,观测记录通常是一等时间间隔取样的数列或在作资料处理时由记录曲线离散化成这样的数列,在数学上称之为时间序列。泛泛地说,时间序列可以是确定性的,也可以是随机的。然而,在资料分析中所指的一般是随机序列。所以,随机过程的现实(样本函数)通常都表示成时间序列的形式。与前面所述相同,记录也可能是在空间某一方向上的等距离间隔采样获得而构成的一空间序列。在数学上,空间序列的处理方法与时间序列是一样的。

截面 $\xi(t)$ 当 t 确定时, $\xi(t)$ 就仅是 ζ 的函数, 即它退化为随机变量, 此随机变量 $\xi(t)$ 称为随机过程 $\xi(t)$ 的一个截面或一个状态。

总体 $\xi(t)$ 所有试验结果的集合 Ω 称随机过程的总体。

随机过程的相等 $\xi(t)$ 若随机过程 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$, 对任意 ζ 存在 $\xi(t) = \eta(t)$

则称这两个随机过程相等, 记成 $\xi(t) = \eta(t)$ 。

随机过程的函数

$\xi(t)$ 越 $\eta(t)$ (1.1.1)

仍为一随机过程。例如, 在海洋调查中用 $\xi(t)$ 剖面仪获得一系列温深剖面 $\xi(t)$ 是一随机过程 (或随机函数), 它在 t 方向的导数 $\frac{\partial \xi(t)}{\partial t}$ 称为垂向温度梯度, 自然是 $\xi(t)$ 的函数, 也是随机过程 (或随机函数)。

复随机过程 $\xi(t)$ 若实随机过程 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 分别作实部与虚部构成另一随机过程 $\xi(t)$

$\xi(t)$ 越 $\eta(t)$ (1.1.2)

则 $\xi(t)$ 为一复随机过程。例如, 用海流计记录下一列流速和一流向序列, 多次观测得一族流速序列 $\xi(t)$ 和一族流向序列 $\eta(t)$, 它们都可视为随机过程。由这两个随机过程换算出的流速东分量 $\xi(t)$ 和北分量 $\eta(t)$ 亦是随机过程, 而且是实过程。由东分量 $\xi(t)$ 作实部、北分量 $\eta(t)$ 作虚部构成一表示矢量过程的复过程

$\xi(t)$ 越 $\eta(t)$ (1.1.3)

这在海洋资料处理中是常用的。

多维过程 $\xi(t)$ 上述 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 为一维过程, 它们在一起构成一个二维过程, 因而复过程 $\xi(t)$ 在这一意义上说是一个二维过程。若将多次观测所得的温度、盐度、密度、流速、流向等一维过程结合在一起则构成一多维随机过程。

1.2 随机过程的概率密度函数

一阶分布函数 $\xi(t)$ 讨论一实随机过程 $\xi(t)$ 。如前所述, 对于任一确定的时间 t , $\xi(t)$ 为一随机变量, 因而它有概率分布函数

$F(\xi)$ 越 $\xi \leq \eta$ (1.2.1)

以及概率密度函数 $f(\xi)$ 。当 $F(\xi)$ 为连续函数时, $f(\xi)$ 可表示成

$f(\xi)$ 越 $\frac{\partial}{\partial \xi} F(\xi)$ (1.2.2)

推广到 ξ 为变量的情况,即随机过程 $\xi(t)$ 之情况,它也有概率分布函数 $F_{\xi}(x)$ 和概率密度函数 $f_{\xi}(x)$ 。一般情况下,它们不但是 t 的函数,也是 ξ 的函数,即

$$F_{\xi}(x) \text{ 随 } t \text{ 而变} \quad (1.1.1)$$

当 $F_{\xi}(x)$ 为 t 的连续函数时,

$$f_{\xi}(x) \text{ 随 } t \text{ 而变} \quad (1.1.2)$$

摇摇与 $F_{\xi}(x)$ 一样, $f_{\xi}(x)$ 不是随机函数而是确定性函数,是随机过程 $\xi(t)$ 的统计量。图 1.1.1 为概率密度函数曲线的实例。

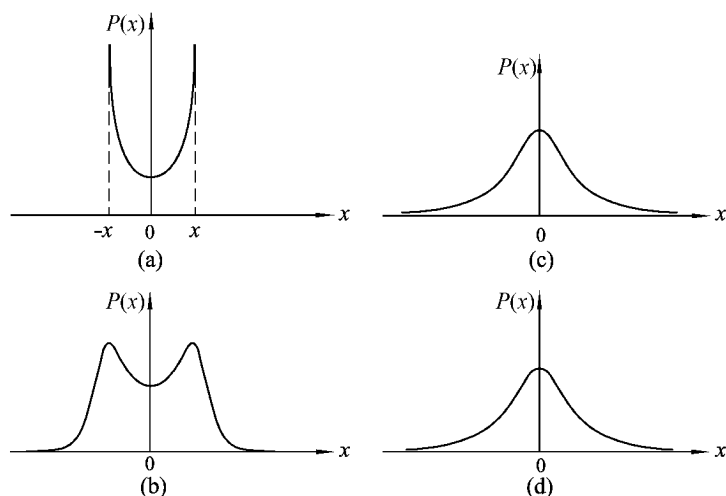


图 1.1.1 概率密度函数举例 (引自 [1])

(a) 正弦波 (b) 正弦波加噪声 (c) 窄带噪声 (d) 宽带噪声

在实际工作中常用出现频数分布来近似概率分布。在大样本时,这种作法具有较高的精度。假设进行了 n 次观测,每次观测获得一样本曲线 $\xi(t)$ (或 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$)。若以 $\xi(t)$ 表示在 t 时刻 n 次观测值中纵坐标 ξ 不超过某一值 x 的次数,当 n 足够大时,可以将 $F_{\xi}(x)$ 近似地表示成

$$F_{\xi}(x) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i(x) \quad (1.1.3)$$

摇摇二阶分布函数摇摇给定时刻 t_1 和 t_2 ,随机过程分别有截口 $\xi(t_1)$ 和 $\xi(t_2)$,它们的联合分布称为此随机过程的二阶分布函数,记为 $F_{\xi}(x_1, x_2; t_1, t_2)$:

$$F_{\xi}(x_1, x_2; t_1, t_2) \text{ 随 } t_1, t_2 \text{ 而变} \quad (1.1.4)$$

当 $\bar{X}_n(\xi)$ 是 X_n 的连续函数时, 其相应的密度函数为

$$p_{X_n}(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{X}_n(\xi) \quad (1.1.10)$$

同样可以定义随机过程 X_n 的 n 阶分布函数

$$F_n(x_1, \dots, x_n; \xi) = P\{X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n\} \quad (1.1.11)$$

以及 n 阶密度函数

$$p_n(x_1, \dots, x_n; \xi) = \frac{\partial^n F_n(x_1, \dots, x_n; \xi)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \quad (1.1.12)$$

概率密度函数或概率分布函数的主要用途为对资料序列各截口的取值作概率描述。只有当随机过程 X_n 对任意的 n 及 ξ 之概率分布函数 $F_n(x_1, \dots, x_n; \xi)$ 都已知时, 此随机过程才统计地完全确定了。所以, 随机过程的分布函数或密度函数具有根本的重要性。

1.2 随机过程的各阶矩

一阶原点矩(均值)随机过程的另一类重要统计量为它的各阶矩, 本节仅讨论实过程的各阶矩。

与随机变量相似, 随机过程也有均值, 它是每个截口处的总体平均, 即

$$\mu_1(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x p_1(x; \xi) dx \quad (1.2.1)$$

式中算子 $\bar{\cdot}$ 表示总体平均。由上式看出, 均值即为 X_n 的一阶原点矩。经总体平均后所得均值不再是随机的, 而是时间的确定性函数, 它描述了此过程的统计平均状态。例如, 海洋调查中多次下放温度探头, 获得多条温度深度曲线, 一般地它们都非“光滑”曲线而且互不重合, 以深度变量替换式(1.1.1)中的时间变量 ξ 可以将每一条温度深度曲线看成随机过程的一条样本曲线, 所有观测曲线的集合构成一随机过程。将同一层(截口)的历次观测到的所有温度值取平均(总体平均), 就得到一条较“光滑”的温度深度曲线, 此曲线代表的就是这一过程的均值, 它描述了海水温度随深度变化的平均特性。

二阶原点矩(自相关)随机过程 X_n 的截口 ξ 和 ξ 之取值的乘积