

图书在版编目(CIP)数据

地图投影/孙达,蒲英霞编著. —南京:南京大学出版社,2005.10

ISBN 7-305-04539-X

I. 地… II. ①孙… ②蒲… III. 地图投影
IV. P282.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 103161 号

书 名 地图投影
主 编 孙 达 蒲英霞
出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮编 210093
电 话 025-83596923 025-83592317 传真 025-83328362
网 址 <http://press.nju.edu.cn>
电子邮件 nupress1@public1.ptt.js.cn(编辑部)
sales@press.nju.edu.cn(销售部)
印 刷 丹阳兴华印刷厂
开 本 787×960 1/16 印张 15 字数 250 千
版 次 2005 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 1 次印刷
印 数 1-2000
ISBN 7-305-04539-X/K·291
定 价 21.00 元

* 版权所有,侵权必究

* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

目 录

绪 论	1
第 1 章 地球体的有关参数和公式	8
1.1 地球体的形状和大小	8
1.2 地理坐标	10
1.3 椭球体和球体的几个重要半径	11
1.4 纬线弧长和经线弧长	14
1.5 地球椭球面上的梯形面积	15
第 2 章 地图投影的方法、变形和分类	17
2.1 地图投影的基本方法	17
2.2 地图投影的变形	19
2.3 球面坐标及其换算	29
2.4 地图投影的分类	33
第 3 章 方位投影	38
3.1 方位投影的种类和基本原理	38
3.2 等面积方位投影	40
3.3 等距离方位投影	43
3.4 透视方位投影的种类和一般公式	44
3.5 正射投影	47
3.6 球面投影(等角方位投影)	48
3.7 球心投影(日晷投影)	50
3.8 方位投影的分析和应用	52
第 4 章 圆柱投影	65
4.1 圆柱投影的种类和基本原理	65
4.2 等角圆柱投影(墨卡托投影)	67
4.3 等面积和等距离圆柱投影	72
4.4 斜轴与横轴圆柱投影	75
4.5 透视圆柱投影	79

4.6	圆柱投影的分析和应用	82
第5章	圆锥投影	87
5.1	圆锥投影的种类和基本原理	87
5.2	等角圆锥投影	89
5.3	等面积圆锥投影	96
5.4	等距离圆锥投影	99
5.5	斜轴与横轴圆锥投影	101
5.6	圆锥投影的分析和应用	103
第6章	多圆锥投影	112
6.1	普通多圆锥投影	112
6.2	改良多圆锥投影	116
6.3	广义多圆锥投影	119
第7章	伪圆锥投影和伪方位投影	123
7.1	伪圆锥投影——彭纳投影	123
7.2	伪方位投影	126
第8章	伪圆柱投影	132
8.1	伪圆柱投影的一般公式	132
8.2	桑逊投影	133
8.3	爱凯特正弦投影	135
8.4	摩尔威德投影	137
8.5	伪圆柱投影分瓣法	140
8.6	任意伪圆柱投影	142
第9章	高斯-克吕格投影与通用横墨卡托投影	145
9.1	高斯-克吕格投影的原理和公式	145
9.2	高斯-克吕格投影的分析和应用	156
9.3	通用横墨卡托(UTM)投影	159
第10章	几种派生的投影	162
10.1	哈默(Hammer)等面积投影	162
10.2	爱托夫(Aitoff)投影	166
10.3	温克尔(Winkel)投影	168
第11章	月球投影和空间地图投影	173
11.1	月球的形状和大小	173
11.2	用于月球的投影及变形分析	174
11.3	空间斜墨卡托(SOM)投影	176

11.4	卫星轨迹地图投影	189
第 12 章	地图投影的识别、选择以及不同投影的变换	199
12.1	地图投影的识别	199
12.2	地图投影的选择	203
12.3	地图投影变换	206
附录	地图投影中常用的数学公式	213
附表		
1.	由赤道至纬度为 φ 的纬线间的子午线弧长 S_m , 纬差 $30'$ 的子午线弧长 ΔS_m , 经差 $30'$ 的纬线弧长 S_n	220
2.	子午圈曲率半径 M 、卯酉圈曲率半径 N 、纬圈半径 r 与符号 U 的数值	222
3.	$1^\circ \times 1^\circ$, $2^\circ \times 2^\circ$ 和 $5^\circ \times 5^\circ$ 球面梯形的面积	225
4.	《地图投影》中常用字符一览表	227
参考文献		229

前 言

地图投影是地图从生产到使用都不可缺少的数学基础,同时它又是地图学的重要组成部分。随着现代科学技术的发展,地图投影的研究领域也在不断地拓宽与加深,当前它在地理信息系统和遥感技术应用中已占有相当的比重。本书以简明易懂的方式,分类阐述各种常规地图投影的原理、公式及其分析应用等;并用适当的篇幅详细介绍两类三种空间地图投影的动态构成特点和公式推求;不同地图投影的坐标变换目前已有不少研究成果,书中也作了扼要的介绍。本书除作为高校地理信息系统专业的《地图投影》教材外,并可供综合性大学和高等师范院校地理系作《地图学》的教学参考书。其次可供地图生产部门的技术人员及成人教育的学员作自学读物或参考书。

本书的内容,绪论以下分为12章,书末有附录、附表。绪论讲述地图投影学的意义,同其他学科的关系和地图投影发展简史。第1~2章介绍地球体各元素的定义和参数、地图投影的原理和方法、变形理论、球面极坐标的换算以及地图投影的分类,是讲述具体投影的预备篇。第3~9章是本书的主要内容,系统地介绍各类常用地图投影约40余种。对于方位投影、圆柱投影和圆锥投影,都按等角、等面积和等距离投影性质,同时又按正轴、横轴和斜轴投影方式,分别阐述其原理、公式推求、变形分析及实际应用等问题。对于多圆锥投影等,也作了较为详细的讨论。为了明晰易懂,大多数投影公式是按球体推求的,但是对几种使用特多的投影,如墨卡托投影、等角圆锥投影等,在给出球体投影公式的同时也给出按椭球体推导的投影公式,而且可知这种转变非常简单。

由于高斯-克吕格投影的公式推求需要用较深一点的数学知识,因而未把它放在圆柱投影范围内,而是与通用横墨卡托(UTM)投影单独列为第9章,使读者有由浅入深的感觉。这两种投影在世界上大约有一百多个国家用它测绘编制地形图。前者是我国1:50万以上各种比例尺地形图的数学基础,因此作重点讨论。

第10~11章,是为拓宽知识面和增加新的投影概念而增写的。几种派生的地图投影是外国地图集上常用作世界地图的投影。月球地图投影和空间地图投影(Space Map Projection)是随着当代空间技术的发展而产生的

外星地图投影和动态地图投影。后者与传统的静态地图投影具有不同的概念,它是在惯性空间定义的,其点位 (X, Y, Z) 随时间 t 而变,从而构成四维 (X, Y, Z, t) 的动态投影。最后,第12章是地图投影的识别、选择以及不同地图投影的坐标变换问题,这是对地图投影学以致用的总结性阐述。

此外,针对以往《地图投影》教材中一个字符表示多种含义的情况,如字符 a 既表示椭球体长半径,又表示极大长度比;一个 α 表示多种含义等,在兼顾习惯用法的前提下,尽量遵循一个字符表示一种含义的原则,我们对全书出现的变量和常量做了规范处理,列于附表4中。

本书在编写中得到南京大学原地理系地图学教研室有关同事如陈丙咸教授等的鼓励。在撰写空间斜墨卡托(SOM)投影时,原南京地质学校黄国寿副教授(1923年~1999年)将其尚未发表的论文稿件借给我们参考。全书脱稿后承蒙吴忠性教授(1912年~1999年)全面审阅并提出宝贵意见。在出版前,根据审稿意见进行了多处修改,并增加了“地图投影变换”(本书12.3)一节。同时根据教学需要在各章之后,编排了相关的复习思考与计算题(主要是投影计算、制图等上机实践),这一部分由蒲英霞同志编写,同时她还做了本书出版前的很多准备工作。在南京大学城市与资源学系吴小根副系主任和地理信息系统教研室李满春教授、冯学智教授以及其他领导和老师的大力支持下,本书才得以顺利出版。另外,南京大学城市与资源学系2002级地理信息系统专业的丁正峰和李盾同学为书稿前期打印付出了辛勤劳动。对以上支持本书编写与出版的师友、学生表示衷心的感谢。

由于作者学术水平有限,书中错谬之处难免,敬希读者指正。

孙 达

2005. 04 于南京

绪 论

一、地图投影学的意义和任务

现代地图具有三个基本性质：①由数学确定的结构；②以专门符号系统表示的空间信息；③以缩小概括的方式反映的地球（或其他星体）表面的客观实际。其中首要的一条是地图的数学结构，即地图的经纬网、地图配置和比例尺等。没有数学基础的地图，不能称做现代地图，因为它失去了地图的严密科学性和当代实用价值。从这种没有数学基础的地图上，是不可能获得正确的方位、距离、面积等数据以及各要素的空间关系和形状。

在测绘工作中，是把地球表面当作一个扁率很小的旋转椭球面来处理的。旋转椭球面上各点的相互位置，是由三角测量和天文测量求得并以经纬度表示。在测绘和编绘地图时，需要通过数学方法将椭球面（曲面）上各点表示到平面上而成为地图。假如测区面积很小，在半径小于 20 km 的范围内时，可以不考虑地球的曲率，直接把这样小的球面作为平面处理。这样测制的地图称为平面图。如果制图区域是超过上述面积的任一地区以至全球，则必须将地球表面作为椭球面（或球面）处理。但是无论椭球面还是球面，都是不可展曲面。如果把一个不可展的曲面强行压平，就好像把一个乒乓球切开压平一样，必然产生断裂和重叠。如此就不能获得完整而连续的地球表面的平面图形，当然也就不符合人们对地图的要求。

为了解决地图平面与地球曲面间的这对矛盾，经过不断地实践，人们终于寻求到地图投影这一科学方法。所谓地图投影，简单地讲就是在平面上建立与地球曲面上相对应的经纬网的数学法则。研究这些法则的专门学科，叫做地图投影学（Map Projections）。它的基本任务是：研究将地理坐标描写到平面上建立地图数学基础的各种可能的方法；讨论这些方法的理论、变形规律、实用价值以及不同投影坐标的互相换算等问题。

二、地图投影学与其他学科的关系

地图投影学同许多学科和应用技术有着密切的联系。

1. 与数学的关系

从地图投影的发展来看，它是伴随着数学的发展而前进的。最初的投

影主要是建立在初期数学——几何学的原理上,大多运用透视法建立经纬网。历史上许多地图投影的创立者和对地图投影理论作出重大贡献者,其本身往往是数学家,如拉格朗日(J. L. Lagrange)、高斯(C. F. Gauss)、底索(Tissot)等。随着数学的发展,特别是近代数学(变量数学)的出现,使地图投影学有了一次飞跃,广泛运用数学分析法建立更严密的投影理论和公式,并发展了许多新的较复杂的投影。所以,地图投影学也叫做“数学制图学”(在内容上还包括地图量算和某些地图制图数据的处理等问题),它体现了数学在地图制图领域中的广阔应用。当代电子计算机科学的发展,使投影从计算到展绘坐标网最先实现了自动化;最复杂的两种投影点的坐标换算,已成为非常简易的事情。过去的投影公式必须转化为对数(而且要常用对数)形式才能实行计算,在使用电子计算机(computer)或计算器(calculator)的今天,不管什么样的数学表达式一般都能计算,关于投影计算现已基本不用三表(对数表、三角函数表和制图用表),今天很多投影的坐标公式可以用标准双曲函数表示,则更有利于计算机计算。例如正轴等角切圆柱投影的 x 坐标公式,过去要用: $x = R \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{R}{\text{Mod}} \lg \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$, 今日可用: $x = R \arctanh(\sin \varphi)$, 则更便利。

2. 与测量学的关系

天文—大地测量为测制地图提供地球参考椭球体的大小、形状及有关参数,并建立大地原点;而大地测量学在大地原点的基础上所建立的各级三角点,则需要应用地图投影计算出它们的平面直角坐标。各级三角点又是测绘地形图的控制基础。

3. 与地图编制的关系

地图编制与地图投影同属于地图学的重要组成部分。地图投影为地图编制建立地图数学基础以确定地图结构;而地图编制的发展和地图品种的增加,又不断地对地图投影提出新的要求,促使改进和设计新的地图投影。地图编制的目的,在于生产出各种地图供多方面使用。用图者要从地图上读取所需的某些信息或数据,则需要根据地图坐标网和投影变形特点,才能得到正确的结果。

4. 与航海、航空、宇宙飞行的关系

最早用于航海图的地图投影是等角圆柱投影。由于等角投影无角度变形,在一点上各方向的长度比一致,所以也适用于航空图。在当代的宇宙飞行中,地图投影不仅可以用于绘制星际关系位置图,而且能为飞往其他星球的飞船着陆提供地图。例如宇宙飞船阿波罗 11 号(Apollo 11)登月的一套

地图,不仅有较大比例尺的着陆图,而且有小比例尺的可见月面的月半球图。当宇宙飞船或人造卫星收回的其他星体的信息和地球的照片等,又可促使地图投影向新的方向发展。例如根据已获得的月球形状、大小及有关参数而拟定的整个月球和局部月球图的投影,利用卫星摄取的地面照片进行制图所用的空间地图投影(动态的投影)等。

三、地图投影发展的历史梗概

地图投影约产生于公元前 6 世纪至 5 世纪。最初的投影是用于绘制天体图,如希腊天文学家塞利斯(Thales 公元前 639 年~公元前 546 年)是最早用日晷投影(球心投影)绘制天体图的。在绘制地球表面地图时使用地图投影最早的是埃及天文学家及地理学家埃拉托色尼(Eratosthenes 约公元前 276 年~公元前 194 年)。在他完成第一次子午线弧长测量的基础上编绘“世界地图”时,他使用了经纬线互相垂直的近似于等距离圆柱投影的一种投影。在这一时期内,还有学者也发明了一些投影,如天文学家喜帕恰斯(Hipparchus 公元前 160 年~公元前 125 年)发明了球面投影、正射投影和简单圆锥投影等。

古希腊天文学家与地理学家托勒密(Claudius Ptolemaeus 公元 87 年~150 年)的名著《地理学指南》的第一卷,主要讲述地球形状、经纬度的测定和地图投影。其中除了说明过去已知的圆柱、球心和正射三种投影的作图方法外,还拟定了伪圆锥投影和改良简单圆锥投影。托勒密的贡献,对古罗马地图的发展有较大影响。

随着 16 世纪的地理大发现,扩大了地球的地理概念,地图学也得到了蓬勃的发展。由于航海的需要,西欧(Flanders 地方)地图学家墨卡托(Gerhardus Mercator 1512 年~1594 年)第一个用正轴等角圆柱投影绘制航海图。因此这一投影便以墨卡托的名字命名了。由于这一投影具有地面上的等角航线在投影面上被描写成为直线的优点(详见本书 4.2 节),故对航行非常方便。因此这一投影至今还在海图上使用。

17~18 世纪,随着近代数学的发展,地图投影具有一些新的特点。这一时期较大比例尺的地形图,已开始使用地图投影。如法国喀西尼(C. F. Cassini 1714 年~1784 年)在法国大城市间进行三角测量的基础上测制的 1:86 400 比例尺地形图,采用的是彭纳(Bonne 1727 年~1795 年)投影。另外,这一时期在投影的理论上有了深入的发展。例如数学家和地图学家兰勃特(J. H. Lambert 1728 年~1777 年)提出了等角投影的理论,并首先创立了等角圆锥投影、等面积方位投影和球体的等角横切圆柱投影;瑞士数

学家欧拉(Euler Leonhard 1707年~1783年)研究了等面积投影理论并拟定了新的等面积圆锥投影;法国数学家拉格朗日(J. L. Lagrange 1736年~1831年)研究了等角双圆投影的基本理论等。

19世纪由于资本主义的军事扩张,需要提高地形图的精度,因而要求适合于大比例尺地形图的投影。德国数学家高斯(C. F. Gauss 1777年~1855年)拟定了一个曲面在另一个曲面上描写(包括椭球面在球面上的描写)的一般理论,同时提出在椭球面上实行等角横切圆柱投影的基本设想。他死后由克吕格(L. Krüger)继续研究并于1919年完成,即著名的高斯-克吕格投影(详见本书第9章)。

19世纪末到20世纪中叶,俄国和前苏联的学者对地图投影的发展做出了卓越的贡献。俄国科学院院士契比雪夫(П. Л. Чебышев 1821年~1894年)提出了一个著名理论:“地表的一部分描写于地图上最适宜的投影,是投影边界线上比例尺保持为同一数值的投影。”这一理论对探求新投影指出了方向。这一时期对地图投影的理论和应用作出过贡献的还有维特科夫斯基(В. В. Вотковский 1856年~1924年)、金格尔(Н. Я. Цингер 1842年~1918年)、克拉索夫斯基(Ф. Н. Красовский 1879年~1948年)和卡拉依斯基(В. В. Каврайский 1884年~1954年)等人。他们对地图投影的理论、实践和教学等都作出了有益的贡献。特别是后三人的研究,取得了等距离、等角和等面积长度均方变形为最小的圆锥投影。前苏联建国后,测绘事业获得全面发展,在投影方面贡献较大的有乌尔马耶夫(Н. А. Урмаев)、索洛维也夫(М. Д. Соловьёв)、金兹布尔格(Г. А. Гинзбург)和沃尔科夫(Н. А. Волков)等人。其中乌尔马耶夫的著作中,提出了根据已知变形分布推求新投影的方法和投影转换的理论;在索洛维也夫的领导下,前苏联中央测绘科学研究所算制的《制图用表》,在20世纪40年代至60年代末未使用电子计算机时,对投影计算起到了一定的辅助作用。

我国的地图发展很早,古代的地图虽有丰富的历史记载,但保存下来的实物很少。仅从1974年在湖南长沙马王堆汉墓出土的三幅绢帛地图中,我们也足以清楚地认识我国2100多年前(公元前193年)的地图风貌。在出土的三幅地图中,特别是“地形图”的山脉、河流、道路、聚落等要素的表示,已具有某些近代地图的特点,与现代地图比较,相对位置也还比较正确。比例尺约为1:18万(相当于每寸折10里)。但是图上没有使用地图投影的迹象。

西晋著名地图学家裴秀(224年~271年)的“制图六体”,是世界上最早的地图制图的重要理论之一。关于地图的数学基础,他只提到了分率(比例

尺),也未提到地图投影的问题。

南宋刘豫昌阜七年(1136年)四月刻在石碑上的《禹迹图》,是我国现存的最早的“计里画方”地图。图上刻写的文字记载“每方折地百里”。全图纵73列,横70行,共计5110个方格。虽然这种画方的古代地图具有现代地图方里网的形式,但没有根据说明它使用的是什么地图投影。

由于我国封建社会历史较长,而统治者和一般士大夫多重科举而轻视技艺,以致科学技术发展缓慢。西晋以后在地图学上没有突破性发展,直至明朝末年我国地图上才开始有经纬网。明末清初,西方传教士相继来到中国后才将西方的天文、地理、测绘等知识带进我国。

满清取代明朝的统治,待政治、经济逐步稳定后,康熙帝(爱新觉罗·玄烨 1654年~1722年)于1708年便开始大规模的全国经纬度测量和三角测量,在此基础上展开了全国性测图工作。在法国传教士杜德美(Petrus Tartoux 1668年~1720年)主持下,于1718年完成了《皇舆全图》。至同治年间(1862年~1874年),胡林翼根据此图改编成《大清一统舆图》。这些地图都有经纬网,纬线为平行直线,经线为交于中央经线上一点的倾斜直线,经纬网为斜梯形。这是一种三角形等面积的投影,现在已很少有人使用。

民国初年军阀割据时代,各省实测的1:5万地形图也未使用地图投影,只是按36 cm×46 cm的矩形图廓测图。这时勘测和编绘的1:10万、1:50万和1:100万几种比例尺地图,采用的是多面体投影。

国民党时代实测的1:5万地形图,是按经纬度统一分幅,采用兰勃特等角割圆锥投影(分带方法见本书5.6.4)。这时期编制的1:100万地图(多数为单色印刷),按国际统一分幅,使用改良多圆锥投影。市面上出版发行的地图和地图集,多采用一些早期的投影。如以亚尔勃斯(Albers)投影绘制中国全图和分省图,以彭纳投影绘制亚洲地图,以格灵顿(Grinten)投影绘制世界地图等。

我国在解放前专门研究地图投影的极少,只有少数几位学者如叶雪安教授(1905年~1966年)和方俊教授(1904年~1999年),对地图投影有较深的研究,曾在高校测量系和制图系讲授过地图投影。

在旧中国也未出版国内学者的地图投影书籍,仅有褚绍唐先生翻译由亚光舆地学社于1943年出版的一本科普性读物《地图投影法》(其原著为J. A. Steers: *An Introduction of the Study of Map Projection*),其内容是用几何法或透视法阐述构成小比例尺地图经纬网的若干常见投影。

新中国成立后,党和政府十分重视测绘事业的发展。20世纪50年代

建立了全国统一的坐标系和统一的高程系；决定 1：50 万及以上更大比例尺的系列地形图统一采用高斯-克吕格投影；新编第一代 1：100 万地图，仍使用改良多圆锥投影。同时兴办高等和中等测绘院校，培养新的测绘技术人才。老一代测绘科学家也焕发了青春，叶雪安教授 1953 年出版了《地图投影》一书（主要用于大地测量，龙门联合书局出版）；1957 年~1958 年方俊教授出版了《地图投影学》巨著（计 50 多万字，分上下两册，由科学出版社出版）。这是我国学者在国内第一次出版的学术水平较高、内容丰富的地图投影著作。

20 世纪 60 年代初，吴忠性教授、胡毓钜教授和黄国寿副教授分别编著出版了适用于高等测绘院校和中等测绘专科学校的三种地图投影教材，对我国地图制图教育作出了有益的贡献。新中国培养出的中青年一代地图制图学者如李国藻、杨启和、龚剑文、方炳炎等，自 20 世纪 60 年代起已崭露头角，相继发表了许多篇水平较高的地图投影方面的学术论文。这一时期我国学者还设计了《中华人民共和国大地图集》的投影方案，20 世纪 70 年代末讨论选定我国新的 1：100 万地形图的投影，即以经纬线和中纬线变形绝对值相等的等角割圆锥投影取代过去的改良多圆锥投影。1983 年由吴忠性、胡毓钜主编由测绘出版社出版的《地图投影论文集》，是从 20 世纪 50 年代至 1979 年在国内有关学报上发表的地图投影方面的论文中，精选出具有代表性的优秀论文 26 篇汇集成册。以这批论文的水平同世界上科学先进的国家比较，我国地图投影理论研究的深度并不逊色于其他国家。

最后，谈一下近年来国际上地图投影的发展新趋向。

外星地图投影(Extra-terrestrial Map Projection) 过去凡提到地图和地图投影，往往只是针对地球而言。自从人类登上月球后，地图制图的领域已从地球扩展到外星。目前月球制图所需要的各种投影，也早已研究和选定了（见本书第 11 章）。随着宇航技术的发展，不久的将来又可能登上距地球较近的其他星体，到时还会增加更多星体的地图投影。

空间地图投影(Space Map Projection) 过去原有的静态的地图投影，已不适用于人造地球卫星在自己的轨道上运行中，通过扫描装置自动摄取自转着的地球表面影像进行连续制图的要求。1974 年美国地质测量局科尔沃科雷塞斯(A. P. Colvocoresses)提出空间斜墨卡托(SOM)投影，1977 年由琼金斯(J. L. Junkins)和斯奈德(J. P. Snyder)同时推求出 SOM 投影的公式，并证实它是一种最适合于陆地卫星扫描影像制图的投影。1980 年后，斯奈德又研制出卫星轨迹地图投影，它包括卫星轨迹圆柱投影和卫星轨迹圆锥投影。其特点是非常简化并能在地图上显示出卫星轨迹和摄影地区。

但由于变形较大,不能代替 SOM 投影用于大、中比例尺的卫星影像制图(见本书第 11 章)。

多焦投影 (Polyfocal Projection) 和变比例尺投影 (Varioscale Projection) 近年来计量地理学和某些新型专题地图的发展,要求利用地图投影的变形或扩大这种变形的的方式,反映区域内某现象统计量的强度及其分布趋势,并在地图上让读者明显地看出这种差异。多焦投影是在同一种投影的地图上,运用不同的投影中心或视点位置,增大或缩小局部范围的比例尺,使制图现象的强度或密度与统计面的大小成比例以反映其分布差异。变比例尺投影也是运用投影变形,使地图上局部区域的比例尺急剧增大。例如编制城市旅游图,可使城市中心区的比例尺比郊区增大 1 倍~2 倍,便于详细表示商业网点、交通状况、食住和游乐等服务设施等。这种投影要经过再度投影而实现,即一般地图→过渡球面→新地图。对地图投影的一贯要求是变形愈小愈好,但是为了某种专题地图的需要,也可以利用扩大投影变形的的方法以达到某项专题制图的要求。这也可以说是对投影变形的另一种认识。

复习思考题

1. 地图投影研究的内容是什么?发展的新趋势有哪些?
2. 地图投影在地图学中的位置与作用如何?与其他学科之间存在何种关系?

第 1 章 地球体的有关参数和公式

地图投影是将地球面上的经纬网描写到平面上的数学方法。地图投影所依据的基准面(原面)是地球的数学面,因此在讨论地图投影之前,先将地球数学面的形状、大小及其有关参数和表达式作一简略的介绍。

1.1 地球体的形状和大小

地球的自然表面是一个极不规则的曲面,有高山、深谷、平原和海洋等。陆地上最高点珠穆朗玛峰高出平均海面 8 844.43 m;海水面下同样具有高低悬殊的复杂地形,海洋最深处在马里亚纳海沟为 -11 034 m;两点的高程差将近 20 000 m。这样复杂的曲面,是不可以作为测量和地图制图的基准面的。为了探求一个合理的基准面,经过人们不断地探索与实践,设想当海水面完全处于静止状态下并延伸到大陆内部,使它成为一个处处与铅垂线垂直的连续的闭合曲面,这个曲面叫做大地水准面(图 1-1),由它包围的形体叫做大地球体。但是由于构成地层的物质分布不均和地表起伏的影响,引起重力(铅垂)方向的局部变化,所以大地球体仍然是一个具有起伏的不规则曲面。经过进一步推算,可以认为大地球体虽然比较复杂并有一定的起伏,但是对整个地球而言,其影响并不太大,而且它的形状很接近一个由扁率很小的椭圆绕其短轴旋转而构成的旋转椭球体,它的表面是一个纯数学面,可以用简单的数学公式表达。所以地图投影的拟定和计算,通常以这种旋转椭球面为依据。一般称它为地球椭球面或参考椭球面(图 1-2)。

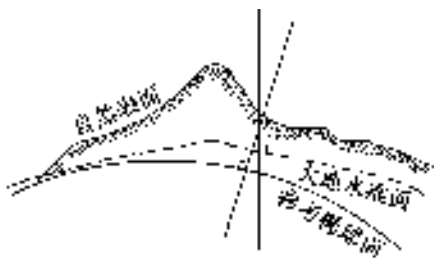


图 1-1 大地水准面

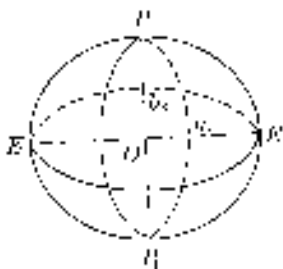


图 1-2 地球椭球面

地球椭球体的形状和大小,是由它的长半径(赤道半径) a_e 和短半径(极轴半径) b_e ,椭圆扁率 f_e ,第一偏心率 e_1 和第二偏心率 e_2 决定。其中只要知道 a_e 或 b_e 和其余的任一个元素,便可以确定地球椭球体的大小。

上述地球椭球体的各元素 f_e, e_1, e_2 与 a_e, b_e 有如下的关系式:

$$\text{椭圆扁率} \quad f_e = \frac{a_e - b_e}{a_e}; \quad (1-2)$$

$$\text{第一偏心率} \quad e_1^2 = \frac{a_e^2 - b_e^2}{a_e^2}; \quad (1-3)$$

$$\text{第二偏心率} \quad e_2^2 = \frac{a_e^2 - b_e^2}{b_e^2}。 \quad (1-4)$$

由(1-3)式和(1-4)式,可以推导出第一偏心率与第二偏心率的关系式:

$$e_1^2 = \frac{e_2^2}{1 + e_2^2} \quad (1-5)$$

$$\text{和} \quad e_2^2 = \frac{e_1^2}{1 - e_1^2}。 \quad (1-6)$$

近一个半世纪以来,世界上著名的天文大地测量学家推算出了数十种地球椭球体。特别是近 20 多年间,人造卫星大地测量学和电子计算技术的发展,使地球体的推算更趋于准确。表 1-1 所列是世界上各国常用的椭球体的参数值。

表 1-1 世界上各国常用的椭球体的参数值

椭球体名称	年代	长半轴 a_e (m)	短半轴 b_e (m)	扁率 f_e
白塞尔(Bessel)	1841	6 377 397	6 356 079	1 : 299.15
克拉克(Clarke)I	1866	6 378 206	6 356 584	1 : 294.98
克拉克(Clarke)II	1880	6 378 249	6 356 515	1 : 293.47
海福特(Hayford)	1909	6 378 388	6 356 912	1 : 297.00
克拉索夫斯基(Красовский)	1940	6 378 245	6 356 863	1 : 298.30
国际大地测量学与地球物理学联合会(I. U. G. G.)	1975	6 378 140 ± 5	6 356 755	1 : 298.257 ± 0.0015
1980年大地参考坐标系(GRS-1980)	1980	6 378 137	6 356 752.3	1 : 298.257
WGS84	1984	6 378 137		1 : 298.257 223 563

我国在测绘工作中,1953 年以前采用海福特地球椭球体;1953 年以后改用克拉索夫斯基椭球体;为了与全世界取得统一,我国从 1980 年起采用国际大地测量学与地球物理学联合会第 16 届大会上所推荐的 1975 年基本大地数据。

无论采用哪一个地球椭球体,都必须使椭球体的中心与地球的重心一致,使椭球体的赤道面与地球的赤道面一致,而且两者之间在高度上其差值的平方和为最小。这样,才能确定地面上各点的正确位置。

1.2 地理坐标

由前节我们已知,在地图测制中是把地球表面作为旋转椭球面(有时也当作正球面)处理。地球椭球面上各点的位置,是以地理坐标即经度和纬度来确定。经纬度是一种绝对的坐标系统,因为它们的起算线是规定的起始子午线和固定的赤道线。

如果把地球表面作为旋转椭球面,由图 1-3(a),以 P, P_1 表示地球北、南极,以 O 为球心,通过球心连接两极的直线 PP_1 为椭球旋转轴。通过 PP_1 的平面叫做子午面,它与椭球体表面相交所形成的截面 PDP_1G 是一个椭圆,叫做子午圈(经线圈);子午圈的短半径即地球椭球体的短半轴 b_e 。过球心 O 垂直于旋转轴的平面,叫做赤道面,它与椭球面相交而成的截面 EDE_1G 为一大圆,叫做赤道;赤道半径即地球椭球体的长半轴 a_e 。与赤道面平行的平面与椭球面相交的截面如 $abcd$ 是小圆,叫做平行圈(纬线圈)。经线圈和纬线圈在地球面上是垂直相交的。

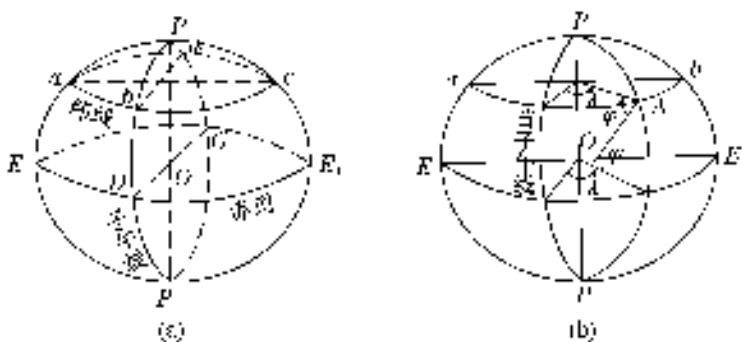


图 1-3 (a) 经纬线 (b) 经纬度

根据国际经度会议决定,从 1884 年起以通过英国格林尼治(Green-

wich)天文台^①的子午线为 0° , 即作为首(起始或本初)子午线。地面上过任一点 A 的子午线平面与首子午线平面所构成的二面角的度数就是该点的地理经度, 通常用 λ (或 L)表示(图 1-3(b))。经度绕地球一周划分 360° , 首子午线以东 $0^\circ \sim 180^\circ$ 为东经; 首子午线以西 $0^\circ \sim 180^\circ$ 为西经。

地球椭圆面上任一点 A 的法线(垂直于 A 点切平面的直线)与赤道面的交角(图 1-3(b))的度数即为该点的纬度, 通常用 φ (或 B)表示。纬度以赤道为 0° , 由赤道至南北极各为 90° , 在赤道以南称南纬, 在赤道以北称北纬。

由上可知, 在地球椭圆体的两极之间, 保持经度为一常数的是半个椭圆的经线; 保持纬度为一常数的是纬线圈, 它是圆。根据它们互相垂直的关系, 便构成了地理坐标系。于是地面上任一点的位置, 就可以用经纬线交点的经度和纬度来定出。例如, 南京市某一广场的中心位置, 可以用东经 $118^\circ 47' 30''$, 北纬 $32^\circ 03' 50''$ 来确定。这个位置是准确的, 而且是唯一的。

1.3 椭球体和球体的几个重要半径

1.3.1 子午圈曲率半径和卯酉圈曲率半径

在前节已提到地球椭圆面上一点 A 的法线的概念。通过地面任一点的法线可以有无数法截面, 它们与椭圆面相交则形成无数法截弧, 其中有一对互相垂直的法截弧, 称为主法截弧。主法截弧都是椭圆, 其一是子午圈(AE_1P_1EP), 另一个是卯酉圈(FAw)(图 1-4)。地球椭圆面上的子午圈始终代表南北方向; 卯酉圈除两个极点外, 代表东西方向。

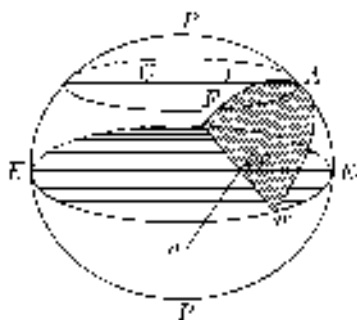


图 1-4 子午圈和卯酉圈

由于子午圈和卯酉圈都是椭圆, 它们的曲率半径不可能是常数, 而且具有极大和极小值。根据微分学中曲率半径公式和椭圆偏心率与长短半径的关系式, 可以推求出子午圈和卯酉圈曲率半径的公式。在此不作推导, 只写出它们的表达式:

^① 格林尼治天文台已于 1948 年迁至英格兰南部沿海城堡 Herstmonceux, 原址现为英国海洋博物馆天文站。因首子午线的决定早已为国际公认, 故世界经度的起算点及名称, 都按原来的不变。