

第一章 绪论

任何事物都有其发展的历史。任何事物的发展都有其自身的继承性、连续性以及其规律性。数学的发展也不例外，也有其自身发展的历史。研究数学的发展，不仅可以总结其发展的过去，也可以预见其发展的未来，还可以指导现今的研究。

中国在历史上曾经是个数学发达国家，出现过一批卓越的数学家，写出了不少重要数学著作，取得过辉煌的研究成果，对世界数学乃至人类科学事业的发展产生过很大影响。

对于学习数学专业的大学生以及中学数学教师来说，掌握必要的数学史知识，不仅是完成教学任务所必需的，同时也是对学生进行思想教育所不可缺少的。

那么什么是数学史呢？研究数学史的目的和意义是什么呢？怎样学习数学史？数学发展至今天可分成哪几个时期？这些都是学习数学史应该首先明确的问题。

一、什么是数学史

数学是人类文化的重要组成部分，数学史亦是历史科学的一个不可缺少的部分。如果不了解历史上一个民族的数学和其他科学技术与实践的关系，就难以全面地、深入地了解该民族的文化发展过程。所以，数学史既是数学科学，又具有社会科学性质。

所谓数学史，就是研究数学的发生、发展过程及其规律的科学。它主要包括以下几个方面内容：人类不同时期的数学史，不同国家和地区的数学史，不同数学分支的历史，数学家传，数学教育史，各种历史文献的评述，数学思想方法的历史考证。

研究和学习数学史的目的在于了解数学发展历史和掌握数学发展

规律。具体而言就是：认清数学发展的历史时期，掌握数学发展的内在规律，了解数学思想的起源和发展，了解数学家、数学学派在数学发展中的作用，认清数学和其他学科的相互作用以及掌握数学教育的发展规律。

学习数学史的主要任务有三个：一是建立正确的数学观，它是辩证唯物主义世界观的重要组成部分；二是阐明数学发展的一般规律；三是展望数学发展的趋势和前景。

二、为什么要学习数学史

作为一个数学系学生特别是师范院校数学系学生，首先应该明白自己所学的数学知识在整个数学领域所处的地位，这就要求必须对数学的学科结构有一个概括认识。

长期以来，人们习惯于把数学描绘成一棵大树的形态。它像一棵很大的栎树，树的根部是代数、三角和解析几何；从根部生长出强有力的树干——微积分；再从树干上分出若干个小的分支：复变函数、实变函数、概率论、常微分方程等等。事实上，这棵大树的本身即恰恰揭示了数学自身发展的历史进程，即从初等数学→变量数学→近代数学→现代数学。

随着社会进步和生产力不断发展，数学之树不断长大，可谓枝叶茂盛。以抽象代数、集合论、数理逻辑、拓扑学、计算数学、公理化方法等等形成的现代数学体系，更使数学之树争奇斗艳、竞相参长。同时，算术、代数、几何、分析这一传统数学结构已被代数结构、序结构、拓扑结构所组成的现代数学结构所代替。

由此可见，要弄清楚数学的地位和了解数学的整个结构，最好的办法即是学习数学史。正如法国数学家庞加莱（Henri Poincaré, 1854—1912年）所说：“如果我们想要预见数学的将来，适当的途径是研究这门学科的历史和现状。”所以，首先通过数学史学习可以帮助我们了解数学发展的历史进程、认识数学发展的规律及数学本质和探讨数学思想的形成过程。其次，数学史本身蕴含着巨大的教育功能，挖掘其功能以培养更多高质量的数学人才，是每一位数学教师责无旁贷的任务。一个对数学发展历史毫无了解或知之甚少的数学教师，可以说不能算做

一个合格的教师。第三，通过数学史学习，可以提高自己的数学文化素质。数学并不是一些枯燥定理的堆砌，而是人类文明高度发展的结晶。正如英国哲学家培根（Francis Bacon, 1561—1626年）所言：“历史使人明智，诗歌使人灵秀，数学使人周密，科学使人深刻。”数学史融历史和数学两大学科于一体，因而学习数学史可使人既周密又明智。

三、怎样学习数学史

数学史是一门既古老又年轻的学科，它不仅记载了数学发展的历史进程，而且展示了人类历史各个阶段数学思想的来龙去脉。因此，学习数学史必须做到以下两点。

第一，掌握基本的思想方法。

历史唯物的方法——数学发展的历史与数学发展的逻辑是相互联系又相互区别的。在把握历史同逻辑的关系中，最基本的原则即必须尊重历史、尊重实证、实事求是，还历史以本来面目，反对凭空虚构和杜撰史实，对具体问题做具体分析，坚持历史唯物主义观点。所以，学习数学史需要占有充分的历史资料，考古发掘的材料、文化遗址、原始部落语言、数学古典著作、历史文物等都是研究数学史的宝贵史料。

辩证比较的方法——“数学是一个有机的整体，这是数学的本质所固有的”。从总体观点来看，数学史可分内、外史两方面，不同国家、不同民族、不同地域之间，各个时期、各种方法、各种学派、各种分支之间，都有着千丝万缕的联系，它们相互交流融合、互相促进，形成了庞大的数学体系。同时，数学的发展也同社会的经济、政治、文化思想密切相关。因此，应当用辩证观点和比较方法去研究它。

第二，阅读、思考和研究。数学史的学习研究是以史实为根据的，人们不可能把所有的数学思想、数学方法、数学成就都亲自去实践一遍，因而必须借鉴前人所做的努力和所取得的成果。目前，国内外关于数学史的书籍不少，但任何一本数学史的书都不可能完美无缺。我们应该广泛阅读，掌握基本史实，收集相关材料，学会自己动手进行探讨，对一些问题追踪调查、分析归纳、比较总结，从而找出规律。

四、数学史的分期

数学史的分期应体现数学发展的规律性。人类从野蛮愚昧的原始

部落走进现代文明社会的殿堂，大体上历经了 100 万年的漫长岁月 而数学从 4 万年以前旧石器时代后期开始，经过从数的形成到数的理论、从常量数学到变量数学、从连续到离散、从精确到模糊、从随机复杂性到计算机信息科学，等等不断发展的过程构成了数学史上一幅幅绚丽多彩的画卷。纵观数学发展历程，数学史可分为以下 6 个时期。

数学的萌芽时期（公元前 5000 年～公元前 6 世纪）——在这一时期，人类在长期的生存斗争和生产实践中逐渐形成了数的概念，并初步掌握了数的运算方法，积累了相关的几何知识。这些知识都是片断的、零碎的 缺乏逻辑因素 基本上还看不到命题的证明。但在漫长的岁月中 数学迈出了十分重要的一步 形成了数学概念 数的符号、几何知识、计算方法、计算技能等也开始产生。

初等数学开创时期（公元前 600 年前后～公元 641 年）——这一时期的特点是数学已经开始发展成为一门独立学科，建立了真正意义上的数学理论。数学的两个分支——算术、几何已经自成系统。这个时期东西方形成了两种不同的数学体系 古希腊《几何原本》的演绎证明和公理化；中国《九章算术》的归纳和计算。

初等数学交流和发展时期（641 年～17 世纪）——这一时期的特点是初等数学在各个地区均取得了重大进展并随着人类文明的交流而得到更广泛传播。12 世纪蒙古军队南迁 把中国、印度数学传入阿拉伯地区，13、14 世纪又随十字军东征传向意大利，至 15、16 世纪随文艺复兴广泛地传播到了欧洲。

近代数学创立和发展时期（17 世纪～18 世纪）——从 17 世纪初到 18 世纪末，是封建社会解体、资本主义生产方式发展的时期，航海、军事、工场手工业发展的需要激发了数学从常量数学向变量数学的转变发展。17 世纪 解析几何、微积分、概率论、射影几何、数论等新的数学分支的出现为数学开创了新天地，而 18 世纪的英国工业革命、法国启蒙运动反对封建制度和宗教权威，提倡民主自由，使人们的思想得到进一步的解放，从而为数学发展创造了良好条件。18 世纪 以微积分为基础发展出一门宽广的数学领域——数学分析，其中包括无穷级数论、常微分方程、偏微分方程、微分几何、变分法等。

近代数学成熟时期（19世纪）——19世纪，资本主义生产发展到使用机器大生产阶段，从而使数学也发生了一系列革命性变化：非欧几何诞生，近世代数的创始、分析基础的奠定、射影几何的复兴使近代数学日趋成熟。

⑥现代数学时期（20世纪）——20世纪是科学技术突飞猛进的时期，不断出现震撼世界的重大创造发明，深刻地影响着整个人类社会。原子能的广泛利用、电子计算机的飞速发展、空间技术的强力推进、分子生物学的形成以及信息科学等新兴领域的创立，标志着新技术革命方兴未艾和知识经济时代的来临。这一时期的数学发生了空前巨大的飞跃：一方面由拓扑结构、代数结构、序结构组成的结构主义和公理化方法使数学进入一个崭新的阶段；另一方面计算机进入数学领域，计算数学、计算物理、计算化学、计算几何等等的出现使许多学科成为计算性分支，四色定理的证明开辟了人机合作解决理论问题的途径；还有悖论的产生使“数学丧失了真理性”，正如英国数学家罗素（Bertrand Russell, 1872—1970年）所说：“数学是这样一门学科，我们不知道它说的是的什么，也不知道所说的是否正确。”

上述各个时期的主要数学成就，本书将在后面各章做具体介绍。

第二章 中国数学史概述

中国是世界四大文明古国之一，在科学发展的历史长河中形成了有自己民族特色的科学体系，数学也不例外。人类历史的发展是连续不断的，尽管有时快有时慢，但总是不断进步的。我们面对现实的时候不应当忘记历史，我们歌颂今天辉煌成就的时候也不要忘记过去，只有全面地正确地了解和把握历史，才能更好地开拓未来。

第一节 中国数学史的分期

数学发展既有社会经济发展的历史条件，又有自身内在因素，要全面把握历史进程就必须对每个阶段的发展有一个大体了解。因此，首先应当掌握数学史的分期原则和方法以及如何进行分期。中国数学史家钱宝琮（1892—1974年）在《中国数学史》一书的序言中指出：“数学的发展和其他事物的发展一样，有时快些，有时慢些，在发展的过程中呈现出一定的阶段性。最好的分期方法是：既不脱离一般的社会历史条件，而又能从数学本身出发，反映出这种发展过程中的阶段性。”对于中国数学史的具体分期，各家之见不尽相同，下面介绍几种有代表性的和本书采用的分期方法。

一、李俨的分期方法

中国数学史家李俨（1892—1963年）按历史时代对中国数学史做了如下分期：

上古期——从公元前 249 年到公元前 100 年；

中古期——从公元前 100 年到公元 600 年；

近古期——从公元 600 年到公元 1367 年；

近世期——从公元 1367 年到公元 1750 年；

最近世期——从公元 1750 年到公元 1949 年。

二、钱宝琮的分期方法

钱宝琮主张按历史朝代划分中国数学史，具体分法如下：秦统一以前（公元前 221 年以前）的中国数学；秦统一以后到唐代中期（公元前 221 年到公元 755 年）的中国数学；唐代中期到明末时期（756 年到 1600 年）的中国数学；明末至清末（1600 年到 1911 年）的中国数学；1912 年以后中国数学进入现代数学新阶段。

三、骆祖英的分期方法

浙江师范大学骆祖英教授认为中国传统数学可分为 4 个时期，而中国数学（中国传统数学和世界数学合流）可分为以下 5 个时期：中国数学起源时期——原始社会至西汉末年（公元 25 年以前）；中国数学理论体系形成和发展时期——东汉初年至元代中期（公元 26 年～1303 年）；中国数学发展的缓慢期——元代后期至清代中期（1303 年～1840 年）；中外数学合流时期——清代中期至清代末期（1840 年～1911 年）；从传统数学到现代数学的发展时期——清末以后（1911 年以后）。

四、本书使用的分期方法

综合前面三种数学史分期方法，为了便于了解和掌握各阶段的重要发展历史，本书把中国数学史分为以下几个时期：中国数学萌芽和创始时期——秦朝统一以前（前 221 年以前）；中国传统数学形成和系统化时期——秦统一到唐朝中期（前 221 年～755 年）；中国传统数学发展的高峰时期——唐朝中期到元末（756 年～1364 年）；中国传统数学停滞和西方数学传入时期——14 世纪到清末（1365 年～1911 年）；中国近现代数学发展时期——清末到现代（1911 年～）。

第二节 中国传统数学的特点

中国是黄河流域建立最早的国家，有悠久历史和灿烂文化，有着许许多多发明创造。作为自然科学基础学科的中国数学，在其发展过程中

同样也有过辉煌成就，正如钱宝琮所说：“中国数学在世界数学发展过程中占有重要的地位，形成了自身的特点。”特别是中国的传统数学在这方面特点尤为突出。中国传统数学，一般是指与西方数学合流之前在我国独立发展起来的数学方法和理论。它经历了由古代直至19世纪初大约两三千年的悠久历史。正如日本著名数学史家三上义夫（Yosho Mikami, 1868—1950年）所说：“以算学之发达包含于如此之大文明中而有如此久长之历史，世界诸国未尝有也。”诚然，历史悠久、长期发达是中国传统数学的显著特点之一，然而作为中国古代灿烂文化的一个重要组成部分的传统数学，由于其自身的历史渊源和独特发展道路，因而也形成了与西方迥然不同的风格，表现出了多方面的特色。

一、鲜明的社会性是中国传统数学的基本特点

第一，中国传统数学的社会性首先表现为它的实用性。中国古代数学一开始便同天文历法有不解之缘。中国科技史研究专家、英国科学家李约瑟（Joseph Needham, 1900—1995年）曾说：“谈到社会因素时，很明显的是在整个中国历史中，数学的重要性主要在于它与历法有关。在《畴人传》中很难找到一个数学家不受诏而参与帮助他那个时代的历法革新工作。在中国数学史上最有影响的‘算经十书’中最早的《周髀算经》就是一部天文数学著作。中算史上许多具有世界意义的杰出成就都是来自于历法推算。例如举世闻名的‘大衍求一术’（即现代数论中的一次同余式组解法），即产生于历法上元积年的推算；由于推算日、月、五星行度的需要，中算家创立了‘招差术’（即有限差分法）由于调整历法数据的要求，因而历算家发展了分数近似法。

中国古代的数学典籍有浓厚的应用数学色彩，这与古代希腊数学追求纯粹‘理念’形成了强烈对照。通观中国古典数学著作的内容可以说几乎都与当时社会生活的实际需要有着密切关系。这不仅表现在《九章算术》等中国算学经典基本上都是遵从问题集解的体例进行编纂的，而且所涉及的内容均反映当时社会经济、政治、军事、文化等方面的某些实际情况和需要。以至使史学家常常把古代数学典籍当做研究中国古代社会经济生活、典章制度（特别是度量衡制度）以及工程技术（如土木建筑、地图测绘）等方面的珍贵史料。而明代中期以后兴起的珠算著

作，所论则更是直接应用于商业等方面的计算技术。

第二，中国传统数学的社会性，还表现在数学教育与研究始终置于政府控制之下，使之服务于统治阶级需要。早在周朝，“数”作为“六艺”之一就被列入贵族子弟教育的内容。唐代中期以后，“算经十书”由国家颁布施行用于国子监，并作为科举考试依据的经典。数学典籍的编纂、增修和注释一般均在政府官员主持下进行。例如，《九章算术》就是经过“汉北平侯张苍、大司农中 耿寿昌”等人的删补才流行于世的；“算经十书”是唐代昌乐男李淳风和国子监算学博士梁述等“奉诏”注释的。清代的数学百科全书《数理精蕴》则是在康熙皇帝亲自主持下编写的。而像刘徽这样的布衣数学家能够有著述传世，在中国数学史上并不多见，其著作须经官方审定才能得以运用。李约瑟曾以《九章算术》为例来说明中国古代数学的这一特点，他写道：“从它的社会根源来看，它与官僚政府组织有密切关系，并且专门致力于统治官员所要解决（或教导别人去解决的）问题。土地的丈量、谷物容积、堤坝和河渠的修建、税收、兑换率，这些似乎都是最重要的实际问题。‘为数学’而数学的场合极少。”中国古代由官家开办的数学教育，是为培养政府业务行政部门的专业计算人员而设立的，许多数学典籍也是为这一目的而编写教科书的。北周甄鸾编著的《五曹算经》就是一个明显例子。“五曹”即田曹、兵曹、集曹、仓曹、金曹五类官员，《五曹算经》就是一本为地方行政职员编写的应用算术书。

第三，中国传统数学的社会性，还表现在中算家的数学论著深受历史上各种社会思潮、哲学流派乃至宗教神学影响，被打上了形形色色印记。中国传统数学体系的酝酿和形成大体上是在秦汉时期。封建社会初期，生产力迅速发展、科学技术进步，对数学发展有巨大的推动作用；而反映新兴地主阶级思想先秦诸子学术对于数学体系的形成也有积极影响；百家争鸣的学术氛围和逻辑思想的发展，对于数学的理论化和系统化具有打基础作用。以《九章算术》为代表的数学体系正是新兴地主阶级学术思想和科学成就在数学方面的反映。汉代以后，儒家学说成为中国封建社会的正统思想。儒家以伦理道德为核心的哲学体系要求对自然界的解释为其伦理学说服务。儒家以直观性和思辩性为特征的

自然观表现在自然科学上，是注重实用、偏向实践经验，而对于理论则抱着“适可而止”态度。儒家崇尚往古、主张天道不变，其学术思想具有极大的顽固的抗变性和保守性。这些中国封建社会占据统治地位的观念形态，对于传统数学理论的发展确实产生过深远影响。

在中国封建时代，数学处于传统学术的附庸地位。数学不仅被纳入经学轨道，而且变成了宣扬教义的“恭顺婢女”。从东汉开始，一些经学家使用数学来注释儒家经籍。甄鸾所著《五经算术》即可算做用数学附会儒经的一个典型例子。宋代儒家窃取道教徒的数字神秘主义来注解《周易》经传，“河图”、“洛书”之类便是宋代道学中的数字神秘主义的代表作。

所谓中国传统数学的社会性，是指在中国长期封建专制政治制度的控制下，古代数学同社会有直接的依从关系，传统数学的内容有实用性的鲜明特点和理论技术化的明显倾向，并且这种特点和倾向到了封建社会末期变得更加显著。这不仅与西方古代数学形成强烈对比，即使在“东方数学”中也是十分典型的。

二、形数结合以算为主、使用算器、建立算法体系，是中国传统数学的显著特色

中国传统数学的实用性特征，决定了其发展必然以解决实际问题 and 提高计算技术为主要目标。

中国古代数学称为“算术”，其原始意义是运用算筹的技术。算筹是我国古代特有的计算工具。“算术”这个名称恰当地概括了传统数学使用算器、以算为中心的特点。纯数学是以现实世界的数量关系和空间形式为其研究对象的。中国古代数学包含丰富的几何内容，中算家在面积、体积和勾股理论方面取得了卓越成就。然而，与古代希腊几何学迥然不同，中国古代的图形研究多表现为数量计算，以长度、面积和体积等度量为主要对象，而一般不注重图形性质与位置关系的研究，甚至中国古代几何学从不讨论角的性质和度量。几何对象的度量化，使中算以算为主的特点得以充分体现；而形数结合则突出地表现为几何方法与代数方法的相互渗透。一方面，古代算术和代数学的许多理论与方法（例如比率算法、高次方程数值解法等）在几何学领域广泛应用，表现出

几何的代数化倾向；另一方面，几何的原理与方法又被成功地用于代数、数论等领域。如开方术、整勾股弦一般公式等都源于几何学。数与形的这种美妙结合，使得中国古代数学在理论与应用两方面都获得了很大的成就。

中国古代数学一开始就和算器的应用密不可分。虽然世界各个民族在数学发展史上都使用过算器，但很少有像中算这样对算器的明显依赖性，以致可以用“筹算”二字代表中国古代数学。中国古代从未用过西方那种笔算；后来算经中的演草只是筹算的简要书面记录。筹算是在计算机发明以前我国独创的最有效的计算工具。先进的计数法和计算工具使中国古代在计算技术方面居于世界遥遥领先地位。筹算以后又发展为珠算。明代以后珠算广泛用于商业等实际部门，使中国传统数学依赖算器、发展计算技术的特点表现得更加充分。

中国古代筹算并不仅限于单纯的数值计算，而是发展了一套内容十分丰富的“筹式”演算。中算家不仅利用限于筹码不同“位”表示不同“值”，发明了十进制位置制记数法，而且还利用筹在算板上各种相对位置排列成特定数学模式，用以描述某种类型的实际应用问题。例如，列衰、盈朒、方程诸术所列筹式即描述了实际生活中常见的比例问题和线性问题，而天元、四元诸式则刻画了高次方程问题。演算对象由“数”发展到“式”，即由数量发展到数量关系研究，后者具有更一般的代数性质。筹式以不同“位”代表不同“量”，以不同的位置关系表示特定的数量关系。在这些筹式规定的不同“位”上，可以布列任意数码（它们随实际问题的不同而取不同的数值）。因而，筹式本身即具有代数符号性质。可以认为，中国古代筹式就是一种特殊的代数符号系统。

以算为主即决定中国传统数学的成果多表现在算法形式上；而数学问题的模式化和以筹为算具则体现出计算方法的程序化特征。有人曾经将中国传统数学与现今的计算技术做对比，认为筹算对应于电子计算机可以看做是“硬件”，而中国古代的“算术”可以比做电子计算机计算的程序设计，是一种软件思想。这种看法很有道理。中国的筹算不用运算符号，无须保留运算的中间过程，只要求通过筹式逐步变换而最终获得问题的解答。因此，中国古代数学著作中的“术”均是用一套一

套的“程序语言”描写的程序化算法，各种不同算法均有其基本变换法则和固定演算程序。例如“方程”筹式即以偏乘、直除、累减为基本变换，而“方程术”则是反复施行这两种基本变换而逐个消元求解的演算程序。中算家善于运用演算的对称性、循环性等特点将演算程序设计得十分简捷而巧妙，如开方术、增乘开方法、大衍求一术等在筹算程序的设计方面都达到了很高水平。如果说古希腊的数学家以发现数学的定理为乐趣的话，那么中算家则是以创造精致算法为己任的。

中国传统数学发展的另一个目标是提高计算技术，即提高数字计算的速度和准确性，通常包括工具和算法两方面的改进。明代以后，珠算的普遍使用正是为了适应社会发展尤其是商业发达对计算技术的更高要求，以改进筹算或珠算的数值计算，主要是乘除运算为主的所谓“实用算术”在中国古代数学著作中占有相当地位。虽然它属于中国古代传统数学中的“普及”部分，但却受到了历代的高度重视。特别是在明代以后，“实用算术”曾一度成为我国数学发展的主流。

古代数学大体可分为两种不同类型。一种长于逻辑推理，而另一种则发展计算方法。这大体代表了西方和东方两类数学的不同特色。虽然以算为主的某些特点也为东方古代印度数学和中世纪阿拉伯数学所具有，但中国传统数学在这方面则更具典型性，中算对于算的依赖性和形成一整套程序化算法的特点尤为突出。

三、“寓理于算”和理论的高度精炼，是中国传统数学理论的重要特征

中国传统数学主张以算为主，并不就意味着中算家不做逻辑论证，更不等于中国古代数学没有自己的理论体系。

任何完整、系统的算法都不可能只建立在单纯经验基础之上。思辨性是数学的固有特征。不仅数学概念是抽象的思辨的，而且数学方法也是抽象的思辨的。不可能设想，中国数学史上的球体积计算精确公式、整勾股弦的一般公式这类复杂的计算公式均得自于经验总结；也不能想象开方术、大衍求一术等美妙的算法均没有一定的理论作指导。只是中国传统数学以追求实用性为主要目的，重“法”而轻“理”，在一般数学著作中只叙述一个个算法而其算理则常常是隐而不显而已。

“寓理于算”可以说是中国传统数学理论在表现形式上的一个特点。中算家经常将其依据的算理蕴涵于演算的步骤之中，起到“不言而喻，不证自明”作用。例如大衍求一术，它要解决的是复杂的一次同余式问题，而依照孙子剩余定理给出的求解步骤有明显的构造性，使得这一解法所依据的原理和设计构思脉络清晰地体现在其算法程序中，使人感到自然而信服。此外，“算经”中篇目的划分、题序的安排一般也都或多或少体现出其理论归属或内在逻辑联系。例如《海岛算经》的9题由简到繁的编排即反映重差诸术“类推衍化”的造术发展过程；《九章算术》“商功”章的求积公式采用柱、锥、台体的方、圆对比排列，也暗示着这些公式的类似性是通过截面原理推导的结果。

然而，人们对于中国传统数学中蕴涵的算理的了解，主要是依靠中算家对于“算经”的注释。我国古代数学经典深奥难懂，注经之风世代相传。“算经”的注解中难免有时会有注释者的体会和创作，但中算家的注经目的多在于“以究古人之意”，因而可以认为它基本上保持着原著的理论风貌。中国古代“算经”的注释者不少，知名的有赵爽、刘徽、祖冲之、李淳风、甄鸾、杨辉等人，其中不少人因此而成为著名数学家。可惜这些珍贵著述大都早已失传或残缺。从流传至今的文献看，刘徽的《九章算术注》堪称中国传统数学理论的精华。刘徽的著述表明，中国传统数学并非没有理论证明。刘徽主张“析理以辞，解体用图”。他所指的“辞”就是逻辑，“图”则是指直观图形，即是说把逻辑推理与直观分析方法结合起来，用以论证数学结论的正确性。《九章算术注》中包含有丰富的逻辑内容，许多重要的数学概念诸如率、正负数、“方程”等都给出了相当明确而精辟的定义，其所涉及的推理方法既有归纳也有演绎，而证明方法不仅有综合法、分析法，而且有时还兼用反证法，许多数学结论的证明都是完整而严谨的。例如，刘徽用面积和割补来证明勾股弦一般表达式即是一个使用综合法的精彩例子。

《九章算术》和刘徽注释的研究还表明，中国传统数学亦有自己独特的理论体系，以理论的高度概括和精炼为特征。中算家善于从错综复杂的数学现象中抽象出深刻的数学概念、提炼出一般的数学原理，并进而从非常简单的基本原理出发解决重大的理论问题。例如，中算丰富多

彩的几何理论完全是建立在“出入相补”、“截面原理”、“不失本率”、“刘徽原理”等几个为数极少而又十分简明的原理基础之上的；而率概念所规定的基本性质则是处理线性问题的列衰、盈朒、方程诸术统一的逻辑基础。中国传统几何学以勾股形代替一般三角形来处理直线问题，因而不讨论角的性质和度量，同时也避开了平行线与一般相似形的繁琐理论，使得几何理论的结构异常简明扼要并收到了“异曲同工”实际效果，这无疑更便于理论的应用。换句话说，中国传统数学理论，是为在实际生活中直接应用的数学方法而建立的最为简单和精巧的理论。

中国传统数学并没有形成像欧几里得《几何原本》那样的公理化体系。这主要是由其实用性和“以算为主”的特点决定的。反过来说，如果要求一个以发展算法和计算技术为中心的古代数学理论体系采用公理化结构，那么不仅脱离了那个时代，而且也是华而不实的。关于这一点，我们只要回顾一下本世纪五六十年代中小学的算术和代数教材就不难明了，并会从中或多或少地认识到中国传统数学体系的实际价值及其对世界数学历史发展进程的贡献。

四、中国传统数学持续稳缓的发展趋势及其理论局限性

中国古代数学期长期发展的持续性在世界上是罕见的。正如三上义夫所指出的：“中国之算学，其发达已有二千年之历史。……就此点言之，印度或可与中国比较”而“在希腊则自纪元前六世纪至纪元后四世纪，不过一千年之期”。似乎可以这样理解：在古代“东方数学”发展的持续性远远超过了“西方数学”。的确，古希腊的几何学在其盛极一时之后，大约一千多年时期内几乎处于完全停滞状况。而中国古代数学于汉代形成体系之后，在相当长的历史时期内则相对地保持着平稳缓进的状态。出现这种差异的因素可能是多方面的，但主要根源则在于社会实践对数学发展的推动作用。社会需要无疑是数学发展最基本、最重要的动力，尤其是在数学理论和方法尚比较幼稚的古代更是如此。中国传统数学由于扎根于社会实践，尽管亦受到封建文化专制制度、唯心主义哲学思想和数学神秘主义等等的压制和束缚，但社会发展实际需要的强大动力必定会使它冲破各种藩篱而不断前进。正因为如此，中国古代数学才能够很早发达、成就辉煌，乃至十四、十五世纪之前在许多领域一直

处于世界数学的领先地位。

然而，数学是一门抽象性、思辩性极强的学科。数学理论体系的内部矛盾对于数学发展有强大的推动作用。尤其是当它形成一门独立学科、数学家自觉运用逻辑武器来构造其理论建筑物的时候，理论自身的能动性表现得非常明显，以致于使得它的某些抽象概念和内容似乎亦超越了社会时代。这在数学发展史上是不乏例证的。中国传统数学对于社会的极强依赖性，使得它常常囿于经验、满足于实用，从而其丰富的理论蕴藏并未能得到充分发掘，甚至有许多重要的理论成果均失之交臂。例如，中算家很早就发明了勾股定理和开方术，并从实际运算中认识到了开不尽的方根是不能用分数精确表示的而只能“以面命人”，他们虽然已经明确地意识到存在着不能用分数精确表示的数，但却因满足于求微数之法能以分数无限逼近不尽方便，于是“苟合时用”而未能去建立一套无理数理论。这种情形可以说是中算理论局限性的一种表现。

中国古代的“算经”强调“寓理于算”经文之中只讲算法而算理则只能口授师传或通过注释才能了解。这种形式自然不便于数学理论的流传和发展，研究成果很容易被埋没。在中国数学史上数学创作得而复失、以后又被重新创造出来的事例可以说屡见不鲜。中国古代数学出现时断时续、迂回曲折的复杂的发展情形是同中国传统数学理论上的上述弱点分不开的。

相对于近代数学的发展说来，中国古代数学进展是缓慢的，两三千年一直徘徊在初等数学（即常量数学）的圈子之中。《九章算术》时代的数学可以说已达到了相当高的水平，但之后一千多年的理论建树却是很有有限的。和西方相比，中国传统数学的发展是平稳的，既没有西方长达千年的“黑暗中世纪”，也没有实现近代欧洲那样由常量数学向变量数学的飞跃。

诚然，与古代希腊数学相比，中国传统数学对于逻辑方法的应用，既不普遍也没有形成像《几何原本》那样明显的公理化逻辑体系，中国的筹式符号体系用“位”区别不同的量、用上下左右各种相对位置关系表示特定的数量关系，远不如欧洲后来发明的字母代数和运算符号应

用方便。中国的符号体系带有原始、不完备性质，使得中国传统数学方法和理论的发展受到一定程度限制，但是中国社会长期停滞于封建社会，缺乏像欧洲 16 世纪以后对科学技术那样的社会推动力，则是近代中国数学落后的根本原因。

学习和研究中国数学史，应当用历史唯物主义观点全面认识中国传统数学的特点。对比分析中外数学的特点，特别是比较东西方两种迥然不同风格的数学体系，对于认识数学发展的规律性是十分重要的。数学的发展从来就是通过计算和逻辑两种方法的结合而推动的，东西方数学各有所长、各有所短。近代数学的产生是东西方数学融合的结果。如果由于中国近代数学的落后而全盘否定中国传统数学的理论体系，必然就会陷入逻辑矛盾之中——无法解释中国古代数学何以能长期居世界数学领先地位。古今中外一些‘言必称希腊’者，不仅否定中国传统数学的理论体系，而且也抹煞了中国古代数学的辉煌成就，这是完全违背历史事实因而也是站不住脚的。

第三节 中国传统数学对世界数学的贡献

中国有悠久而光辉的历史，在科学领域曾创造过高度文明，对人类做出过巨大贡献，许多发明对于世界历史都产生过深远影响。数学作为自然科学的基础是人们理解自然征服自然的有力武器，数学的发展对科技进步具有巨大推动作用。我国数学是自己创造独立发展起来的，在世界数学史上有独特的成就和贡献。

一、十进制制记数法和二进位记数法

马克思称十进制制记数法是“最妙的发明之一”。中国是最早采用十进制制记数法的国家。早在殷代以前，我国就开始用十进制制进行记数。例如殷墟甲骨文卜辞记载：“八日辛亥，元戈伐二千六百五十六日。”据考证，大约在公元前 8 世纪至 5 世纪，我国已经开始用“算筹”记数，最早出现的算筹数学铭文大约是在公元前 4 世纪以前。算筹记数不仅采用十进制制，而且严格按位置分别表示不同单位。魏晋数学家刘徽在公元 260 年左右还创造了十进小数。他说：“……凡开积为方，……求其

微数 微数无名者 以其为分子 其一退以十为分母 其再退以百为
(分母退之弥下 其分弥细.....)”

我国常见的“八卦图”是世界上最早的一种二进位记数法，八卦的组合与今天电子计算机所采用的二进制意义完全相同。

二、分数

我国的古代数学很早便应用了分数。早在殷代，我们的祖先就已经知道一年的日数是 $365\frac{1}{4}$ 天。《左传》中讲到国王给诸侯封地的规定时说：“大不过三国之一，中五之一，小九之一。”秦始皇（公元前 246 年—前 209 年）统一中国后颁行全国的第一部历法“颛顼历”即拟定一年的日数是 $365\frac{1}{4}$ ，同时拟定一年的月数是 $12\frac{7}{19}$ ，由此而推算出每月的日数是 $29\frac{499}{940}$ 。《淮南子·天文训》即载：“一月二十九日九百四十分之四百九十九。”从中可以看出，当时我国已经运用带分数除法。

《周髀算经》之中使用了相当复杂的分数算法。在《九章算术》的“方田”章中也详细介绍了分数的四则算法。数学家刘徽对分数的基本性质从理论上做了明确阐述。他指出，分子、分母同乘或除以一个数时其值不变；他还发现了分数通分和分数除法的简便规律。南宋数学家秦九韶在其著作中也有用算筹记分数的例子，如右图所示。



三、最古老的几何学《墨经》

在西方数学史中，一直把欧几里得的《几何原本》誉为世界上最古老而系统的几何学。的确，《几何原本》是历史上发行最广泛的几何教科书，但实际世界上最古老而系统的几何学仍出自中国。

在欧几里得之前 1 个多世纪，我国战国时期著名学者墨家创始人墨翟（公元前约 468 年—前 376 年）及其学生的著作《墨子》之中即包含着几何学系统理论。《墨子》共 71 篇，现存 53 篇，《墨经》是其中的重要部分。内容包括《经上》、《经下》、《经说上》、《经说下》、《大取》、《小取》6 篇。《经上》、《经下》两篇记录了一系列几何学定义、原则和定理，《经说上》、《经说下》两篇则给这些定义、定理做了解释和补充。如果与欧几