21 世纪高等职业教育通用教材

应用经济数学

（第二版）

主　编　王永祥　李志文
副主编　章朝庆　张国雁　李树冬

上 海 交 通 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书以经济领域应用为主导，体现职业技术教育的特点，在内容及选材上把握高职教育“必需、够用”的原则，力求简明贴切。全书共分三部分，第一部分微积分，包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及多元函数微积分简介；第二部分线性代数，包括行列式、矩阵、线性方程组及投入产出；第三部分概率统计，包括随机事件及其概率、随机变量及数理统计方法简介。每章均配有课堂演练及实习作业，并附有习题答案。

图书在版编目(CIP)数据

应用经济数学/王永祥，李志文主编．—2版．—上海：上海交通大学出版社，2004

(21世纪高职高专通用教材)

ISBN7-313-02394-4

Ⅰ．应… Ⅱ．①王…②李… Ⅲ．经济数学 Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第36333号

应用经济数学

(第二版)

王永祥　李志文　主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号　邮政编码200030)

电话：64071208　出版人：张天蔚

上海市美术印刷厂　印刷　全国新华书店经销

开本：880mm×1230mm 1/32　印张：12.875　字数：358千字

2000年9月第1版　2004年9月第2版　2004年9月第6次印刷

印数：23 251～26 300

ISBN7-313-02394-4/F·360　定价：20.50元

再版说明

本书自 2000 年 9 月出版以来,得到了广大读者的支持和爱护,提出了很多宝贵意见,在此表示感谢。

本次再版,针对第一版中的错误与不妥之处做了纠正。第二部分线性代数进行了重新编写,删去了线性规划一章,增加了行列式和投入产出两部分内容。其余各部分也有一些增删,但基本上保持了原版的风格体系。通过修订,读者使用起来会觉得更方便、更实用。

参加本次修订的有王永祥(执笔第二部分)、李志文(执笔第一部分)、章朝庆(执笔第三部分),参加修订的还有张国雁、王涛宇等。由王永祥、李志文担任主编,章朝庆、张国雁、李树冬担任副主编。

再版书中有不当之处,敬请读者指正。

编　者

2004 年 7 月

第一版前言

我国的高等教育体制改革正在不断深化,以培养应用型、实用技术型人才为重点的高等职业教育正在蓬勃发展。高等职业教育讲求的是理论与实践的紧密结合,重点培养学生的动手能力。理论教学应“以应用为目的,以必需、够用为度,以掌握概念、强化应用为教学重点”。为适应和满足这一新的教学模式,我们组织编写了这本《应用经济数学》以供各财经类、管理类专业的教学需求。

本教材内容简练,实用性强。每章都配有课堂演练,以满足实践教学要求。可作为职业技术学院及各类成人高校的教学用书和参考读物,亦可作为自修教材供广大读者使用。

本书内容分三部分。第一部分微积分,包含了函数极限与连续、导数与微分、导数应用、不定积分与微分方程简介、定积分及多元函数微积分初步等内容;第二部分线性代数,包含了矩阵运算、初等变换、矩阵的秩、线性方程组及线性规划等内容;第三部分概率统计基础,包含随机事件及其概率、随机变量及其数字特征和数理统计方法简介等内容。全书供一学年使用,也可根据不同教学要求选用部分内容。书中有些内容加了“ * ”号作为选修,使用本书时可根据教学需要和学时安排灵活取舍。

参加本书编写工作的人员有:王永祥、李树冬、章朝庆、孙显录、韩延旭、王涛宇、王丽芳、姚力民、薛学铭。另外,郑鹏飞教授、朱霄凤副教授对本书的内容选材提出了宝贵的意见。

在本书编写过程中,得到有关院校领导及同志的关心和支持,同时参阅了较多的教材和资料,在此一并表示衷心的感谢!由于水平和时间所限,错误一定难免,盼望广大读者、专家、学者给予批评指正。

编　者

2000 年 6 月

目　　录

第一部分　微积分

第二部分　线性代数

第三部分　概率统计

第一部分　微积分

1　函数

微积分是高等数学的基本内容,是研究自然和社会规律的重要工具,它不仅在经济领域中有着直接的应用,而且也是学习其他经济数学知识的基础。为了学好微积分基础,本章首先复习微积分学所要研究的对象——函数及其相关知识,并做适当延伸。

1.1　实数集

1.1.1　数集与数轴

数集即数的集合。人类最初认识的是自然数,我们把自然数的全体看作是一个整体,那么这个整体就是集合,称为自然数的集合,是人类最早认识的数集。

除了自然数集外,还有有理数集、无理数集、整数集、负整数集……。有理数集和无理数集一起构成了实数集,微积分学就是以实数集为研究平台的。

$x \mid x > 2$ 也表示一个数集,它是由比 2 大的那些实数构成的集合, $x \mid x^2 - x - 2 = 0$ 表示的是由 -1、2 两个实数构成的数集,数集还可以用其他多种形式加以表示。

为了让数集形象化,我们又引入了数轴的概念,即用一条有方向、有原点、有长度单位的直线来表示全体实数(图 1.1)。数轴上的每一个点都表示一个实数,而每一个实数都能在数轴上找到与之对应的一个点,这样就建立起了"数"与"点"的一一对应关系。以后我们可能把"一个数"称为"一个点","点"就是"数"。

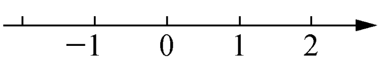

图 1.1

数轴上"点"的意义是概念性的,也就是说它没有长度的。任意两

个点之间总可以插入一个点,从而能插入无数个,这种性质称为实数的稠密性。有理数和无理数也都有稠密性,例任意两个无理数,如 2、3 之间,至少存在$\frac{2+\ 3}{2}$这一个无理数,当然能存在一个就可以存在无数个。

1 .1 .2 区间

在实际问题中,一个变量一般有着一定的变化范围,如果超出这个范围,就会使研究的问题失去意义。在数学中,常用区间表示一个变量的变化范围。

设 a、b 为两个任意的实数,不妨设 $a < b$,

1 . 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合,称为以 a、b 为端点的闭区间,记作 $[a, b]$,如图 1 .2 所示(由于实数 a、b 的任意性,数轴的原点没有标明位置,下同)。

2 . 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合,称为以 a、b 为端点的开区间,记作 (a, b),如图 1 .3 所示。

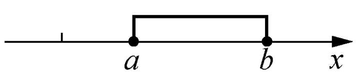

图 1 .2

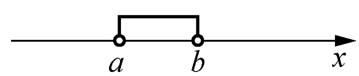

图 1 .3

3 . 满足不等式 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的所有实数 x 的集合,称为以 a、b 为端点的半闭半开区间,记作 $[a, b)$ 或 $(a, b]$。

以上区间都有一定的长度,$b - a$ 就是区间的长。另有一类称为无限区间,诸如:$[a, +\infty)$、$(a, +\infty)$、$(-\infty, b]$、$(-\infty, b)$ 及 $(-\infty, +\infty)$ 等(如图 1 .4 所示)。这里的符号“ ∞ ”并不表示一个数,它只是一个记号,读做“ 无穷大 ”。

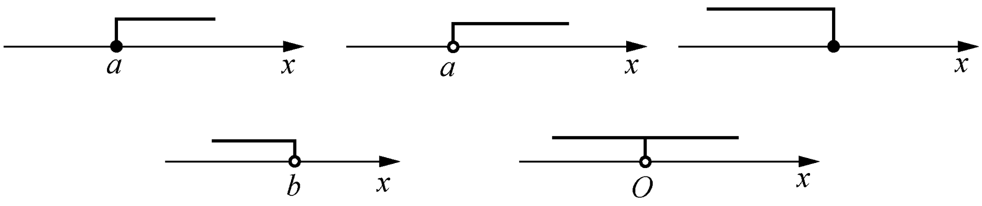

图 1 .4

1.1.3　邻域

邻域是一种特定的区间。

设 x_0、δ 是两个任意的实数，其中 $\delta > 0$（δ 一般用来表示一个比较小的正数），则称开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 为点 x_0 的 δ 邻域，δ 称为邻域的半径，如图 1.5 所示。

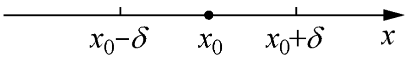

图 1.5

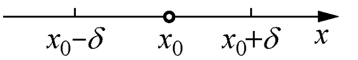

图 1.6

图 1.6 所表示的是一个空心邻域（即不包含点 x_0），空心邻域也可以用不等式 $0 < | x - x_0 | < \delta$ 来表示。

邻域是一种对称区间。如 $| x - 4 | < \dfrac{1}{4}$ 即是以点 $x_0 = 4$ 为中心，半径为 $\dfrac{1}{4}$ 的邻域，也就是开区间 $(3.75, 4.25)$。

1.2　函数

1.2.1　函数概念

1.2.1.1　函数的定义

大家都知道一批某种商品的总价值 R 是与它的单价 P 及数量 Q 直接相关的。假若单价 P 是一个确定不变的常量，那么 R 就会随着 Q 的改变而变化，Q 也会因 R 的不同而有所不同。

在研究同一个事件的过程中，往往会遇到多个变量，这些变量之间会依照一定规律相互制约，相互依赖。变量之间的这种关系抽象为数学概念，就是函数的概念。

定义 1.1　设有 x, y 两个变量。如果对于变量 x 在它的变化范围 D 内所取的每一个值，依照某种对应法则 f，变量 y 都有唯一确定的值与之对应，则称变量 y 是 x 的函数。记做 $y = f(x)$。此时变量 x 称为自变量，变量 y 称为随变量（也称因变量）。自变量 x 的变化范围 D 称

为函数的定义域,函数的定义域是一个数集。

给定自变量的一个取值 $x = x_0$,则得到一个函数值 $y_0 = f(x_0)$。当自变量 x 在其定义域 D 内变化时,函数的全部取值称为函数的值域,用字母 Z 表示,Z 也是一个数集。

函数的定义域 D、值域 Z 及对应法则 f,称为函数的三要素。对于两个函数来说,如果三要素中有一个不相同,则这两个函数就是两个不同的函数。例如,

$$y = 2x, \quad y = \frac{2x^2}{x}$$

因其定义域不同,所以是两个不同的函数。

如果对于自变量的一个取值 $x = x_0$,没有确定的函数值 y_0 与之对应,则称函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处无定义或没有意义。如上面后一个函数在 $x = 0$ 点处无意义。求函数的定义域,就是求出那些使得函数有意义的自变量 x 的值。

例 1.1 求函数 $y = \dfrac{2}{3x+1}$ 的定义域。

解:要使函数 $y = \dfrac{2}{3x+1}$ 有意义,则须 $3x + 1 \neq 0$,即 $x \neq -\dfrac{1}{3}$。所以函数的定义域为 $\left(-\infty, -\dfrac{1}{3}\right) \cup \left(-\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$。

例 1.2 求函数 $y = \dfrac{\lg(2-x)}{x+1}$ 的定义域。

解:要使函数 $\dfrac{\lg(2-x)}{x+1}$ 有意义,则须 $\begin{cases} 2 - x > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$,即 $-1 < x < 2$。所以函数的定义域为 $(-1, 2)$。

对于那些有实际问题背景的函数来说,其定义域还要根据实际问题来定。例如前面所提到的商品总价值 R 与商品数量 Q 之间的函数关系 $R = PQ$,其定义域应是正数集,即自变量不能取零和负数。

1.2.1.2 函数的表示法

常用的函数表示法有三种,即解析法、列表法和图像法。

(1) 解析法。

用代数式表达一个函数关系的方法称解析法,例如,

$$y = 2x - 1;\quad y = \frac{1}{x} - x^2 - 2;\quad R = 0.6Q。$$

(2) 列表法。

用表格来表达函数关系的方法称为列表法,如表 1.1。

表 1.1

月　　份	1	2	3	4	5	6
销售额 Q(万元)	11	12.5	9.1	8.6	8	8.9
利　润 R(万元)	2.1	2.7	1.6	1.2	1	1.5

表示某商场上半年的销售额与所获得的利润之间的函数关系。

(3) 图像法。

在坐标系统中用一条曲线或一个曲面来表示函数关系,这种方法称为图像法。如图 1.7,表示的是某地区某一天气温 C 随时间 t 的变化情况。

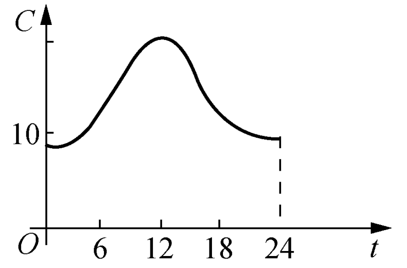

图 1.7

需要说明的是,当我们在研究某个函数关系时,以上三种方法可能同时都要用到,特别是函数图像与解析式之间的对应关系一定要熟练,一些常用到的函数图像要记住。

1.2.2　基本初等函数

以下六种函数称为基本初等函数:

1. 常量函数 $y = c$(c 为任意实数);
2. 幂函数 $y = x^{\alpha}$(α 为任意实数);
3. 指数函数 $y = a^{x}$($a > 0$ 且 $a \neq 1$);
4. 对数函数 $y = \log_a x$($a > 0$ 且 $a \neq 1$);
5. 三角函数　正弦函数 $y = \sin x$、余弦函数 $y = \cos x$、正切函数 $y = \tan x$、余切函数 $y = \cot x$、正割函数 $y = \sec x$、余割函数 $y = \csc x$;
6. 反三角函数　反正弦函数 $y = \arcsin x$、反余弦函数 $y =$

$\arccos x$、反正切函数 $y=\arctan x$、反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$。

这些函数在中学中都已学过,其性质与图像见附录一。需要说明的是,本教材对三角函数类只介绍正弦、余弦、正切、余切,不介绍正割、余割及反三角函数。

1.2.3　常用的几类函数

1.2.3.1　分段函数

有些问题中,两个变量之间的关系只用一个数学式子是无法表达的,需用两个或两个以上的式子才能表达完善。例如,某一吨货物的运输费用,在 300 公里以内按每公里 0.05 元计费,300 公里以上则按每公里 0.035 元计费,则运一吨的运费 y 与路程 x 之间的函数式应是

$$y=\begin{cases}0.05x, & 0\le x\le 300;\\ 15+0.035(x-300), & 300<x\le 1\,000。\end{cases}$$

像这类在其定义域内,需用两个或两个以上的初等函数表示的函数,称为分段函数。

例 1.3　作出函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\ge 0\\ -x, & x<0\end{cases}$ 的图像。

解:见图 1.8。

例 1.4　确定函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & -1\le x\le 1\\ 2x, & 1<x\le 3\end{cases}$ 的定义域并作出函数图像。

解:函数的定义域是 $[-1,3]$,其图像如图 1.9 所示。

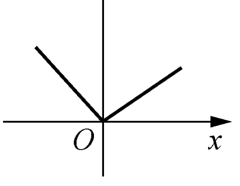

图 1.8

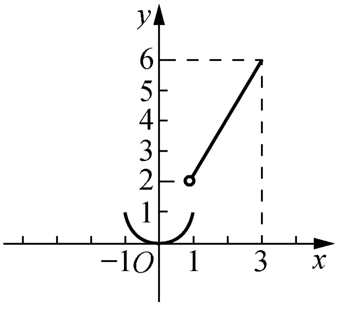

图 1.9

1.2.3.2 反函数

对于某种商品,假设其单价为 P,销售量为 Q,则销售收益 $R=PQ$。如果销售量 Q 已知,则可通过对应关系 $R=PQ$ 得到唯一的销售收益 R 值;反之,如果销售收益 R 已知,按照对应关系 $R=PQ$ 又可以得到唯一的销售量 $Q=\frac{R}{P}$。在这里,对于前一个函数关系 $R=PQ$ 中,Q 是自变量,R 是因变量(R 是 Q 的函数);后者 $Q=\frac{R}{P}$ 中,R 是自变量,Q 是因变量(Q 是 R 的函数)。后者是由前者得来的,我们称后一个函数 $Q=\frac{R}{P}$ 是前一个函数 $R=PQ$ 的反函数。一般地,我们有

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,值域为 Z,如果对于 Z 中的每一个 y 值,在 D 中总有唯一确定的 x 使得 $y=f(x)$,这样由 y 确定 x 的函数称为函数 $y=f(x)$ 的反函数,记为 $x=f^{-1}(y)$。

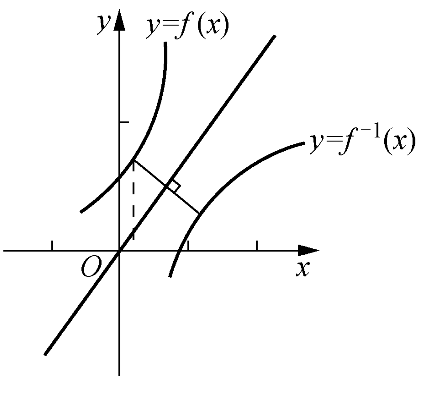

图 1.10

我们习惯于用字母 x 表示自变量,用字母 y 表示因变量,因此,在反函数式 $x=f^{-1}(y)$ 中,将字母 x, y 互换,得到实际应用的反函数关系式 $y=f^{-1}(x)$。显然,函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域为 Z,值域为 D。$y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称(图 1.10)。

例 1.5 求函数 $y=3x+1$ 的反函数。

解:先求出 $x=\frac{y-1}{3}$。

再将字母 x, y 互换得到函数 $y=3x+1$ 的反函数 $y=\frac{x-1}{3}$。

1.2.3.3 复合函数

有些函数存在着多重关系,例如 $y=\sin a^x\ (a>0)$,可以看作是由 $y=\sin u$, $u=a^x$ 这两个基本初等函数所构成,一般地,我们有

定义 1.3 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 $D(f)$,$u=\Phi(x)$ 的值域为

$Z(\varphi)$,如 $Z(\varphi)\cap D(f)$非空,则称 $y=f[\varphi(x)]$为 f 和 φ 这两个函数的复合函数,x 为自变量,y 为因变量,而 u 称为中间变量。

例如,$y=f(u)=\ u,u=\varphi(x)=1-x^2$,$D(f)=[0,+\infty)$,$Z(\varphi)=(-\infty,1]$。

$Z(\varphi)\cap D(f)$非空,$y=f[\varphi(x)]=\ 1-x^2$ 是复合函数。定义域为 $[-1,1]$。

而 $y=f(u)=\ u,u=\varphi(x)=-1-x^2$,$D(f)=[0,+\infty)$,$Z(\varphi)=(-\infty,-1]$。

$Z(\varphi)\cap D(f)$为空集,$y=f(u)$,$u=\varphi(x)$不能复合成函数。

例 1.6 设 $f(x)=x^2$,$g(x)=2^x$,求 $f[g(x)]$。

解:$f[g(x)]=[g(x)]^2=[2^x]^2=2^{2x}$。

利用复合函数的概念,还可以将一个较复杂的函数看成由几个简单函数复合而成,这样更便于对函数进行研究。

例 1.7 分析下列函数是由几重基本初等函数复合成的,并分别写出其中间变量。

(1) $y=(2x-1)^3$;

(2) $y=\ \sin(5x)$;

(3) $y=\ln^2\ \ 3t+2$。

解:(1) $y=u^3$,$u=2x-1$;

(2) $y=\ u,u=\sin v,v=5x$;

(3) $y=u^2$,$u=\ln v$,$v=\ x$,$x=3t+2$。

1.2.3.4 隐函数

前面所遇到的函数,其因变量 y 都可以用自变量 x 的一个表达式表示出来,这样一类函数可统称为显函数。另有一类函数,其因变量 y 对于自变量 x 的函数关系是由一个方程 $F(x,y)=0$ 来表示的,如 $x^2+y^2=1(x>0,y>0)$,$xy-\sin y+1=0$ 等。这样一类函数称为隐函数。

1.2.3.5 初等函数

由基本初等函数通过有限次的四则运算及复合得到的可用一个式子表示的函数,统称为初等函数。如以上所谈到的都属于初等函数,分