研究生教学用书

现代控制理论与工程

Modern Control Theory and Engineering

主　编　王积伟
副主编　陆一心　吴振顺
参　编　（以姓氏笔画为序）
王树新　许飞云
李天石

高等教育出版社

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》。行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

现公布举报电话及通讯地址：

电　　话：(010)84043279　13801081108

传　　真：(010)64033424

E－mail：dd@hep.com.cn

地　　址：北京市东城区沙滩后街 55 号

邮　　编：100009

责任编辑　马盛明
封面设计　李卫青
责任绘图　吴文信
版式设计　史新薇
责任校对　朱惠芳
责任印制

内容简介

本书系统阐述了现代控制理论与工程。全书共分 7 章，内容包括：控制系统的状态空间描述，控制系统的状态空间分析，控制系统的李雅普诺夫稳定性分析，线性定常系统的综合，最优控制，卡尔曼滤波与随机控制，自适应控制系统。

本书突出重点，增强了工程背景，吸纳了最新科研成果，每章均采用了 MATLAB 软件分析、计算或设计系统，并有较多例题和习题，书末附有习题参考答案。

本书可作为高等学校机械工程学科硕士研究生的学位课程教材，也可供其它非自控专业研究生和高年级学生、科技工作者和教师学习现代控制理论时参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论与工程/王积伟主编 .—北京：高等教育出版社，2003.1

ISBN 7-04-011608-1

Ⅰ.现… Ⅱ.王… Ⅲ.现代控制理论 Ⅳ.0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 096730 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市东城区沙滩后街 55 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网　　址	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010-64014048		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷			
开　　本	787×960　1/16	版　　次	年　月第　版
印　　张	25.25	印　　次	年　月第　次印刷
字　　数	420 000	定　　价	34.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

前　言

随着科学技术的进步，特别是计算机技术的飞速发展，使得控制理论在国民经济各个领域的应用越来越广泛，越来越深入。计算机从单纯的计算工具发展到能进行复杂的信息处理、推理判断和运用知识的智能机器，极大地推动了控制理论的发展和应用范围的拓广。

控制概念的萌生和控制理论的应用始于机械工程，尤其是20世纪五六十年代以后，机械制造技术的发展越来越广泛而深刻地引入了控制理论，从而有力地促进着机械工业的发展。而机械工业是国民经济中重要的基础工业之一，发展机械工业是发展国民经济的一项关键性的战略措施。因此，近年来许多高等院校已将现代控制理论作为机械工程学科硕士研究生的学位课程或必修的技术基础课程。所以，编写一本适合于机械工程学科研究生使用的现代控制理论教学用书是非常迫切和必需的。

为此，本书的编写考虑了以下几点：

(1) 工程性要强。不苛求严格的数学推证。从直观而准确的物理概念出发提出问题、分析问题、解决问题。

(2) 系统性要好。系统阐述现代控制理论的主要内容，强调它们之间的内在联系和相互衔接。

(3) 重点要凸现。着重介绍线性系统、最优控制和卡尔曼滤波这三个最基本部分，为读者进一步研学现代控制理论的其它分支学科打下扎实基础。

(4) 取材要新颖。吸纳最近科研成果，将近年来出现并获得成功应用的一些现代控制策略编入书中，以扩大学生的视野，培养其创新能力。

(5) 方法要先进。每章均采用MATLAB软件分析、计算或设计系统，并使控制理论的工程应用进一步落到实处。书中编有较多不同解法的例题和习题，书末附有习题参考答案，以方便读者使用。

本书按40～60学时编排教学内容。对于学时较少的专业可集中学习1、2、3、4、5各章，它们仍保持完整的教学体系。有＊号的章供学时多的专业使用。

本书由王积伟主编，陆一心、吴振顺副主编。吴振顺协助主编做

了不少工作。参加本书编写的有：东南大学王积伟(绪论、第 2 章、附录)，东南大学许飞云(第 2 章部分)，哈尔滨工业大学吴振顺(第 1、7 章)，江苏大学陆一心(第 3、4、6 章)，西安交通大学李天石(第 5 章)，天津大学王树新(第 6 章部分)。全书由王积伟修改定稿。

本书由西安交通大学博士生导师何铖教授审阅，他对本书的编写工作提出了许多宝贵意见和修改建议。对此表示衷心的感谢。

由于作者水平所限，书中难免有一些错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

作　者

2002 年 11 月

目　　录

常用符号表
绪论 …… 1
0.1 概述 …… 1
0.2 回顾历史 …… 2
0.3 展望未来 …… 5
第 1 章　控制系统的状态空间描述 …… 7
1.1 状态空间描述的基本概念 …… 7
1.2 线性连续系统的状态空间表达式 …… 8
1.3 非线性连续系统的状态空间表达式 …… 28
1.4 线性离散系统的状态空间表达式 …… 32
1.5 利用 MATLAB 数学模型转换列写系统状态方程 …… 37
习题 …… 40
第 2 章　控制系统的状态空间分析 …… 42
2.1 线性定常连续系统状态方程的解 …… 42
2.2 线性时变连续系统状态方程的解 …… 69
2.3 线性离散系统状态方程的解 …… 82
2.4 连续系统状态方程的离散化 …… 94
2.5 系统的可控性与可观测性分析 …… 108
习题 …… 160
第 3 章　控制系统的李雅普诺夫稳定性分析 …… 165
3.1 李雅普诺夫意义下的稳定性 …… 165
3.2 判别系统稳定性的李雅普诺夫方法 …… 166
3.3 线性系统的李雅普诺夫稳定性分析方法 …… 175
3.4 非线性系统的李雅普诺夫稳定性分析方法 …… 182
3.5 系统参数最优的李雅普诺夫稳定性分析方法 …… 188
习题 …… 191
第 4 章　线性定常系统的综合 …… 194
4.1 反馈控制系统的基本结构及其特性 …… 194
4.2 极点配置问题 …… 197
4.3 系统镇定问题 …… 209

4.4 系统解耦问题 …… 212
4.5 状态观测器 …… 218
4.6 带状态观测器的状态反馈控制系统的特性 …… 228
4.7 渐近跟踪鲁棒调节器 …… 236
习题 …… 248
第 5 章 最优控制 …… 251
5.1 概述 …… 251
5.2 最优控制的变分法 …… 252
5.3 有约束最优控制的极小值原理 …… 258
5.4 动态规划 …… 260
5.5 线性二次型最优控制 …… 263
5.6 应用 MATLAB 解线性二次型最优控制问题 …… 268
习题 …… 273
* 第 6 章 卡尔曼滤波与随机控制 …… 274
6.1 线性估计 …… 274
6.2 随机变量和随机过程 …… 276
6.3 线性最小方差估计 …… 284
6.4 随机线性系统的数学描述 …… 287
6.5 卡尔曼滤波的基本思想 …… 291
6.6 离散系统的卡尔曼滤波 …… 294
6.7 离散卡尔曼滤波的推广 …… 304
6.8 有色噪声情况下线性系统的滤波 …… 308
6.9 连续系统的卡尔曼滤波 …… 311
6.10 随机线性系统的最优控制 …… 320
习题 …… 322
* 第 7 章 自适应控制系统 …… 325
7.1 自适应控制的基本概念 …… 325
7.2 数学基础 …… 332
7.3 模型参考自适应控制系统 …… 342
7.4 最小方差自适应控制系统 …… 365
附录 A 矩阵求逆和矩阵及向量的求导法则 …… 370
附录 B 场论的基本概念及梯度、散度和旋度 …… 380
附录 C 习题参考答案 …… 383
参考文献 …… 391

常用符号表

符　　号	意　　义
u，v，x，y，…	小写斜体字母表示标量
$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，…	小写黑体字母表示向量
$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{\Phi}$，…	大写黑体字母表示矩阵
0	零数字
$\boldsymbol{0}$	零向量或零矩阵
$\boldsymbol{I}$	单位矩阵
$\dot{x}$	$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x$
$\ddot{x}$	$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\dot{x}=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}x$
$x^{(i)}$	$=\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i}x$
$\|\boldsymbol{x}\|$	向量 $\boldsymbol{x}$ 的欧氏范数
$\boldsymbol{A}^{-1}$	非奇异方阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆
$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置
$\mathrm{tr}\ \boldsymbol{A}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹
$\mathrm{rank}\ \boldsymbol{A}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩
$\det\ \boldsymbol{A}=\|\boldsymbol{A}\|$	方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式
$\mathrm{adj}\ \boldsymbol{A}$	方阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵
$\boldsymbol{R}^n$	所有 n 维列向量的全体
$\boldsymbol{R}^{n\times m}$	所有 $n\times m$ 矩阵的全体
$\in$	元素属于
$\forall$	任取
$\subset$	含于
$\supset$	包含
$\overset{\mathrm{def}}{=\!=}$	定义为
∇	哈密顿算子
$\Delta=\nabla^2$	拉普拉斯算子
$\mathrm{grad}\ \varphi$ 或 $\nabla\varphi$	标量 φ 的梯度
$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{g}$	向量 $\boldsymbol{g}$ 的旋度

绪　　论

0.1　概　　述

控制理论是一门技术科学，它研究按被控对象和环境的特性，通过能动地采集和适用信息，施加控制作用而使系统在变化或不确定的条件下保持或达到预定的功能。目前国内外学术界普遍认为控制理论经历了三个发展阶段：经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论，这种阶段性的发展过程是由简单到复杂，由量变到质变的辩证发展过程。并且，这三个阶段不是相互排斥的，而是相互补充、相辅相成的，各有其应用领域，各自还在不同程度地继续发展着。

经典控制理论是以传递函数为基础的一种控制理论，控制系统的分析与设计是建立在某种近似的和(或)试探的基础上的，控制对象一般是单输入单输出、线性定常系统；对多输入多输出系统、时变系统、非线性系统等，则无能为力。经典控制理论主要的分析方法有频率特性分析法、根轨迹分析法、描述函数法、相平面法、波波夫法等。控制策略仅局限于反馈控制、PID 控制等。这种控制不能实现最优控制。

现代控制理论是建立在状态空间上的一种分析方法，它的数学模型主要是状态方程，控制系统的分析与设计是精确的。控制对象可以是单输入单输出控制系统，也可以是多输入多输出控制系统，可以是线性定常控制系统，也可以是非线性时变控制系统，可以是连续控制系统，也可以是离散和(或)数字控制系统。因此，现代控制理论的应用范围更加广泛。主要的控制策略有极点配置、状态反馈、输出反馈等。由于现代控制理论的分析与设计方法的精确性，因此，现代控制可以得到最优控制。但这些控制策略大多是建立在已知系统的基础之上的。严格来说，大部分的控制系统是一个完全未知或部分未知系统，这里包括系统本身参数未知、系统状态未知两个方面，同时被控制对象还受外界干扰、环境变化等的因素影响。

智能控制是一种能更好地模仿人类智能的、非传统的控制方法，它采用的理论方法则主要来自自动控制理论、人工智能和运筹学等学科分支。内容包括最优控制、自适应控制、鲁棒控制、神经网络控制、

模糊控制、仿人控制、H^{∞}控制等。其控制对象可以是已知系统也可以是未知系统，大多数的控制策略不仅能抑制外界干扰、环境变化、参数变化的影响，且能有效地消除模型化误差的影响。

0.2 回顾历史

1. 早期控制时期

早在公元前 1400～公元前 1100 年，中国、埃及和巴比伦相继出现自动计时漏壶，人类产生了早期的控制思想。公元前 300 年秦昭王时，由李冰主持修筑的著名水利工程都江堰是“系统”概念的杰出体现。公元 100 年，亚历山大的希罗发明了开闭庙门和分发圣水等的自动装置。公元 132 年，中国科学家张衡发明水运浑象并研制出自动测量地震的候风地动仪。公元 235 年，中国马钧研制出用齿轮传动的自动指示方向的指南车，这是最初的开环控制系统。公元 725 年，中国的一行、梁令瓒发明有自动报时机构的水运浑象。公元 1086～1092 年，中国的苏颂和韩公廉建造了具有“天衡”自动调节机构和自动报时机构的水运仪象台。公元 1135 年，中国宋代王普记述“莲华漏”上使用浮子－阀门式机构来自动调节漏壶的水位。公元 1637 年，中国明代的《天工开物》一书记载有程序控制思想萌芽的提花织机结构图。公元 1642 年，法国的 B. 帕斯卡发明了自动进位的加减法计算器等等。这些发明创造促进了当时社会经济的发展。这一时期可以称为人类早期控制时期。

2. 经典控制时期

随着社会生产的发展和科学技术的进步，到了 18 世纪，自动控制技术被逐渐应用于当代工业之中，其中最具代表性的当数 1788 年由英国人瓦特(J. Watt)发明的蒸汽机离心调速器。他解决了一个典型的自动调节系统的问题，由此拉开了经典控制理论发展的序幕。1840 年，英国的G. B. 艾里发表关于离心式调速器引起的振动问题的论文。1868 年，英国人麦克斯韦(J. C. Maxwell)发表《论调速器》论文，解决了蒸汽机调速系统中出现的剧烈振荡问题，提出了简单的稳定性代数判据。1875 年，英国科学家劳思(E. J. Routh)建立了劳思稳定性判据。1892 年，俄国数学家李雅普诺夫(A. M. Ляпунов)出版《论运动稳定性的一般问题》的专著。1895 年，德国的赫维茨(A. Hurwitz)提出根据代数方程系数判别系统的稳定性的准则。1922 年，美国的迈纳斯基(N. Minorsky)研制出用于船舶驾驶的伺服机构并提出 PID 控制方法。上述这

些理论基本上满足了20世纪初期工业领域对控制理论的需求。因而相继产生了一些重大科技成果：1925年，美国MIT的布什(Vannevar Bush)研制成世界上第一台大型模拟计算机(Differential Analyzer)；1926年，美国福特(Ford Motor)汽车公司建成第一条汽车底盘自动生产线，等等。

此后，经典控制理论仍以较快速度继续发展着。1932年，美籍瑞典人尼奎斯特(H. Nyquist)提出了在频率域内研究系统的频率响应法，为要求有高质量动态性能和稳态精度的军用控制系统提供了有力的分析工具，从而初步改变了过去因缺乏系统的理论指导而在控制系统设计中多采用试凑法的局面。

二次世界大战期间，由于建造飞机自动驾驶仪、雷达跟踪系统、火炮瞄准系统等军事装备的需要，推动了控制理论的飞跃发展。1945年，美国博德(H. W. Bode)的《网络分析和反馈放大器设计》一书出版。1948年，美国的威纳(N. Wiener)发表了名著《控制论》，标志着经典控制理论的形成。同年，美国埃文斯(W. R. Evans)提出根轨迹法，进一步充实了经典控制理论。1954年，中国著名科学家钱学森的《工程控制论》一书出版，为控制理论的工程应用做出了卓越贡献。1980年钱学森、宋健修订了《工程控制论》。

20世纪四五十年代，经典控制理论的发展与应用使全世界的科学技术水平得到了快速的提高。当时几乎在工业、农业、交通、国防等国民经济所有领域都热衷于采用自动控制技术。

3. 现代控制时期

20世纪50年代末和60年代初，控制理论又进入了一个迅猛发展时期。这时由于导弹制导、数控技术、核能技术、空间技术发展的需要和电子计算机技术的成熟，控制理论发展到了一个新的阶段，产生了现代控制理论。

1956年，苏联的蓬特里亚金(Л. С. Понтрягин)发表《最优过程的数学理论》，提出极大值原理；1961年蓬特里亚金的《最优过程的数学理论》一书正式出版。1956年，美国的贝尔曼(R. I. Bellman)发表《动态规划理论在控制过程中的应用》；1957年贝尔曼的《动态规划》一书正式出版。1960年，美籍匈牙利人卡尔曼(R. E. Kalman)发表《控制系统的一般理论》等论文，引入状态空间法分析系统，提出可控性、可观测性、最佳调节器和卡尔曼滤波等概念，从而奠定了现代控制理论的基础。此外，1892年俄国李雅普诺夫提出的判别系统稳定性的方法也被广泛应用于现代控制理论。以上这些科学家对现代控制理论作出了杰出贡

献。

这一时期里，在现代控制理论的推动下，世界上出现了许多惊人的科技成就：1957 年，苏联相继发射成功洲际弹道火箭和世界第一颗人造地球卫星；1958 年，美国 H. P. 惠特克等人研制出第一个模型参考自适应控制系统，美国卡尼 - 特雷克公司研制出第一台加工中心；1962 年，美国研制出 UNIMATE 和 VERSAT - RAN 两种工业机器人产品，苏联连续发射两艘“东方”号飞船首次在太空实现编队飞行；1966 年，苏联发射“月球”9 号探测器，首次在月球表面软着陆成功；1969 年，美国“阿波罗”11 号把宇航员N. A. 阿姆斯特朗送往月球，中国中远程战略导弹发射成功，等等。

现代控制理论一直被广泛应用于空间技术、飞行控制系统设计、军事、工业生产、生物医学、环境生态、社会经济及人类生活的众多领域，极大地促进生产和科技的发展，而新技术的发展又不断向控制理论提出更新更高的要求，从而再次推动控制理论不断发展。

4. 智能控制时期

智能控制的发展始于 20 世纪 60 年代末，美籍华人傅京孙、Mendel、Tsypkin、Leonds 等人把人工智能的直觉推理规则、记忆、目标分解等方法用于学习控制系统并在空间飞行器控制中得到具体应用。1968 年，傅京孙和E. S. 桑托斯提出用模糊神经元概念研究复杂大系统的行为。同年，美国斯坦福研究所研制出智能机器人。1969 年，美国的麦钱特(M. E. Merchant)提出计算机集成制造的概念。1974 年，美国 J. 哈林顿出版了《计算机集成制造》一书，发展了计算机集成的概念。

到了 20 世纪 70 年代科学家们进而把模式识别、模糊性理论等用于控制。1977 年，美国E. A. 费根鲍姆发表《人工智能的艺术 :知识工程课题及其实例研究》，首倡知识工程。

20 世纪 80 年代，智能控制在理论和应用上的发展极为迅速：加拿大的泽姆斯于 1981 年提出 H 无穷鲁棒控制设计方法；Astrom 等人从自适应控制发展到专家控制的设计原理；Saridis 等人提出了“越高层越粗线条”的分层多级智能控制方案，并将之用于智能机器人控制及加工系统管理、调度与控制的集成；在核反应堆控制和故障诊断上使用了启发策略和专家系统等技术；在过程控制的设计和运行中开发了实用的专家系统；等等。1986 年中国政府批准 863 高技术计划，其中包括计算机集成制造系统和智能机器人两个主题。

20 世纪 90 年代至今，智能控制理论的研究方向有：人工智能的理论基础，与人类认识和决策过程的生理、心理研究之间的关系；知识

工程；智能控制多种途径的理论与应用；逻辑、符号、模糊量处理的理论框架和方法；视觉和其它感觉信息的处理、识别和理解，以及基于传感器的控制方法；智能机器人研制中的人工智能问题；更加接近人类信息处理模式的并行处理和人工神经元网络技术在识别、学习、记忆、推理等方面的应用；等等。

通过对控制理论发展历史的简单回顾，不难看出：控制理论阶段性的发展周期正在快速缩短。这说明科学技术的进步越来越快，而由其产生的控制策略则日趋完善和多样化。

0.3 展 望 未 来

控制理论涵盖的内容越来越广，涉及线性系统、非线性系统、分布参数系统、离散事件系统、随机系统、大规模系统等不同性质的控制对象；研究领域不断扩大，包括建模和系统辨识、统计估值和滤波、最优控制、鲁棒控制、自适应控制、故障诊断和容错控制、智能控制及控制系统 CAD 等途径和方法。同时，它在与社会经济、环境生态、组织管理等人类决策活动，与生物医学中诊断及控制，与信息处理、新型计算原理(如人工神经网络)等邻近学科相交叉中又将形成许多新的研究分支。因此，展望控制理论未来的发展趋势是十分重要的，它们大概有以下几个方面：

1. 控制对象和环境的不确定性日趋严重

控制理论要研究的有效控制方法，均以克服客观实际中某种不可避免的不确定性为特征。当前普遍关注的自适应控制、鲁棒控制、容错控制等的控制原理已成为控制理论能否在实际中有效应用的关键。为在更加不确定的环境中运行，需要有更多的拟人功能，因此智能控制的运用将是必然趋势。

2. 研究对象的复杂性日益提高

从简单的机电系统发展到变量多、维数高的大系统，具有多种模型、多视图的递阶层次结构的复杂系统，乃至极度复杂的地球环境、生命、人脑、社会经济等复杂巨系统，都提出了急需解决的控制问题。如大型工业过程的计算机综合自动化(CIMS,CIPS)、智能机器人、大型航天结构的控制等工程系统的问题，都很具挑战性。与此有关的复杂系统的建模、分析、控制和优化的一般原理与技术的基础性研究也已提到日程上来。

3. 计算机的影响和作用愈来愈大

计算机从单纯的计算工具发展到能进行复杂的信息处理、推理判断和运用知识的智能机器，给控制理论带来新的思想和风貌，同时也提出了新的研究课题。

计算机对控制理论的深远影响还表现在它提供了一种灵活、快捷、廉价的模拟试验手段。数字仿真和 CAD 既是控制理论实用化的重要途径，也为新的理论方法提供了检验标准。尤其是在 MATLAB、SIMULINK 等大批优秀软件工具的支持下，计算机在控制领域的作用和用途愈来愈大，它强烈地影响着控制理论的内容和发展趋势。

4. 与周边学科的相互交叉和影响更加密切

控制理论的发展过程就是一个与许多学科相互交叉、相互影响的过程。当前应特别注意的有：系统科学和管理科学、信号处理和模式识别、人工智能和知识工程、人工神经网络和并行算法、生命和神经科学，以及与控制理论应用对象有关的社会经济、生态环境、地球与大气等学科领域。

控制理论还要运用多种数学工具。非线性控制、离散事件系统、非光滑和集值映射过程等问题的圆满解决也都有赖于数学上相应的新的突破。

第 1 章　控制系统的状态空间描述

现代科学技术的迅速发展对自动控制的程度、精度、速度以及适应能力的要求越来越高，从而推动了控制理论和控制技术不断向前发展，特别是 20 世纪 60 年代计算机的迅速发展进一步奠定了控制理论和控制技术的设备基础。利用数字计算机辅助设计和分析系统，需要有一种适合于数字计算机分析设计的理论和数学模型，这种理论即是现代控制理论，这个数学模型即是建立在状态空间上的状态方程。

本章将详细介绍各类系统，包括线性系统、非线性系统、连续系统、离散系统、定常系统、时变系统等的状态空间表达式。

1.1　状态空间描述的基本概念

用状态空间法进行控制系统的分析和综合，比以传递函数为基础的分析设计方法更为直接和方便。为说明如何用状态空间描述和分析控制系统，这里先介绍系统状态、状态变量、状态空间、状态方程等几个基本概念。

1. 系统状态

控制系统的状态是描述系统行为的最小一组变量，只要知道在 $t=t_0$ 时刻的这组变量和 $t\geqslant t_0$ 时刻的输入函数，便完全可以确定在任何 $t\geqslant t_0$ 时刻上的系统的行为，这个系统的行为称为系统状态。系统状态完整、确定地描述了系统的动态行为。基于系统状态的概念，控制系统在时刻 t 的行为是由 t_0 时刻的系统的行为和 $t\geqslant t_0$ 时刻的输入函数唯一地确定，而与 t_0 时刻前的行为和输入无关。在分析线性定常系统时，通常取初始时刻 t_0 为零。

2. 状态变量

构成控制系统状态的变量称为状态变量。在控制系统中，状态变量并非是唯一的，也并非一定是系统的输出及其各阶导数，也不要求状态变量在物理上一定是可控和可观测的。根据不同的选择方法和从不同的角度选择系统状态变量，所得的系统状态方程及输出方程，在形式上可以是不同的。但在同一输入函数的作用下，所得的系统输出

函数都是相同的。系统状态变量的选择思路是：系统状态应具备在已知初始状态和输入函数的条件下，可以完全确定系统未来的所有运动状态。系统状态变量的选择原则是：在系统状态方程中，任何一个状态变量均不包含输入函数的导数项。

3. 状态向量

若完全描述一个给定系统的动态行为需要 n 个状态变量，记为 $x_1(t)$、$x_2(t)$、…、$x_n(t)$，将这些状态变量看成向量 $x(t)$ 的分量，则向量 $x(t)$ 称为系统的状态向量。

4. 状态空间

以状态向量 $x(t)$ 的分量 $x_1(t)$、$x_2(t)$、…、$x_n(t)$ 为坐标轴，构成的 n 维空间称为状态空间，任意的状态 $x(t)$ 都可以用状态空间中的一个点来描述。

5. 状态方程

对于一个连续控制系统，通过向量表示法，可以将描述 n 阶系统动态特性的微分方程表示成一阶矩阵微分方程，若向量分量是选定的状态变量，则上述一阶矩阵微分方程称为连续系统的状态方程。

同样，对于一个离散控制系统，也可以通过向量表示法，将描述 n 阶离散系统动态特性的差分方程表示成一阶矩阵差分方程，这个一阶矩阵差分方程称为离散系统的状态方程。

有了上述几个基本概念，就可以着手研究描述控制系统的状态空间表达式的列写方法。列写系统状态空间表达式的方法很多，主要的方法有根据系统微分方程或差分方程、传递函数、方框图直接列写系统状态空间表达式。其中重点介绍由微分方程、差分方程尤其是由系统方框图直接列写系统状态空间表达式的方法。在用系统方框图直接列写系统状态空间表达式方法中，由于引进了状态反馈方程、状态传递方程，从而极大地简化了复杂控制系统、多输入多输出控制系统状态空间表达式的列写过程。

1.2 线性连续系统的状态空间表达式

系统的状态方程和输出方程总合起来，构成对一个系统动态过程的完整描述，称为系统的状态空间表达式。本节将介绍线性连续系统，包括定常和时变系统的状态方程与输出方程的各种列写方法。