

物理与工程

第 11 卷第 3 期(总第 83 期) 2001 年 6 月

目 录

院士论坛	• 数字电力系统(DPS) 卢 强(1)
专 论	• 加加速度(加速度的时间变化率) 余守宪 赵 雁(7)
教学 研究	• 在工科物理中如何讲相对论动力学 陈信义(13)
	• 如何给工科学生讲分形物理 李元杰 汤正新(15)
	• 浅析洛伦兹变换的性质 王炳和(18)
	• 粒子双缝衍射的强度分布 何家忠(21)
	• Kronig-Penney 模型的转移矩阵解法 朱陈平 邱振芳(23)
	• 判断热力学过程吸热与放热的两种方法 高德文 王继红(26)
物 理 实 验	• 阻尼振动的回复时间最短时所满足的条件 刘喜斌 于 洋(29)
	• 对不良导体导热系数测量原理的修正 孙 平 汪梅芳(31)
	• $A_{od} \neq \infty, r_{id} \neq \infty$ 时比例运算电路的分析与计算 罗 飞(34)
	• 介绍四台物理实验仪器 潘人培(37)
物理与工程	• 光学相干断层扫描成像新技术 OCT 薛 平 陈泽民(39)
	• 隐形技术和物理 杨植宗(44)
教学手段 现 代 化	• 近代物理积件系统 刘 欣(47)
	• 大学物理网络教学系统及多媒体素材库的教学实践 窦志国 洪延姬 姚洪林等(50)
热 门 话 题	• 走近纳米 吕爱君(53)
书 评	• 他山之石,可以攻玉——评介“国际知名大学原版教材” 王一玲(56)
教学 经验 交 流	• 关于刚体定轴转动的一点讨论 赵 强 李普选(58)
	• 第十七届非物理类专业大学生物理竞赛试题及解答 (59)
封 面	• 清华大学出版社最新出版:“国际知名大学原版教材”

院士论坛



数字电力系统(DPS) ——新世纪电力系统科技发展方向

卢 强

中国科学院院士

清华大学电力系统国家重点实验室 教授

(收稿日期:2001-04-03)

摘 要 本文提出了数字电力系统(DPS)的概念,并对其主要功能、所需进行的基础研究工作以及如何实现等问题作了阐述.数字电力系统有助于实现电力系统的科学化管理和决策、系统状态实时评估与改善系统安全稳定性,制定和实行经济运行策略,对电力系统实施紧急控制和反事故控制等.本文还专门论述了建立数字电力系统所需的硬件支持问题.

关键词 数字电力系统;安全稳定性;经济运行;实时仿真

DIGITAL POWER SYSTEM

Lu Qiang

State Key Laboratory of Control and Simulation of Power Systems and Generation Equipments

Abstract The concept of the Digital Power System(DPS) is set forth in this paper . The definition, the contents, the function, the hardware and the software conditions for implementing it are discussed . Moreover, the necessary basic research work for implementing DPS has also been discussed .

The DPS may be defined like this: the Digital Power System is the digital, figuration and real time description and reappearance of physical structure, technical characteristic, management system as well as personal information system of a real power system which is in operation .

The DPS will be able to make a significant contribution to administrating and decision-making more scientifically, improving security and stability on line, on line making and implementing economical operation strategy and carrying out emergency and anti-fault control, etc .

Key Words digital power system; security and stability; economical operation; real time simulation

1 数字电力系统的定义与内涵

电力系统是由原动机、发电机、电力网络、负荷、控制中心等组成的。原来的电力网络是不可控的。近年来,随着电力电子技术的

发展,FACTS 设备引入了电力网,使电力网络也变成是可控的了。在电力系统增加了灵活性的同时,也增加了它的复杂性。图 1 表示的是两个大区域网络互联的电力系统。在它们之上还有高一级的调度中心。这可以说是多区互联电力系统的一个一般的结构形式。

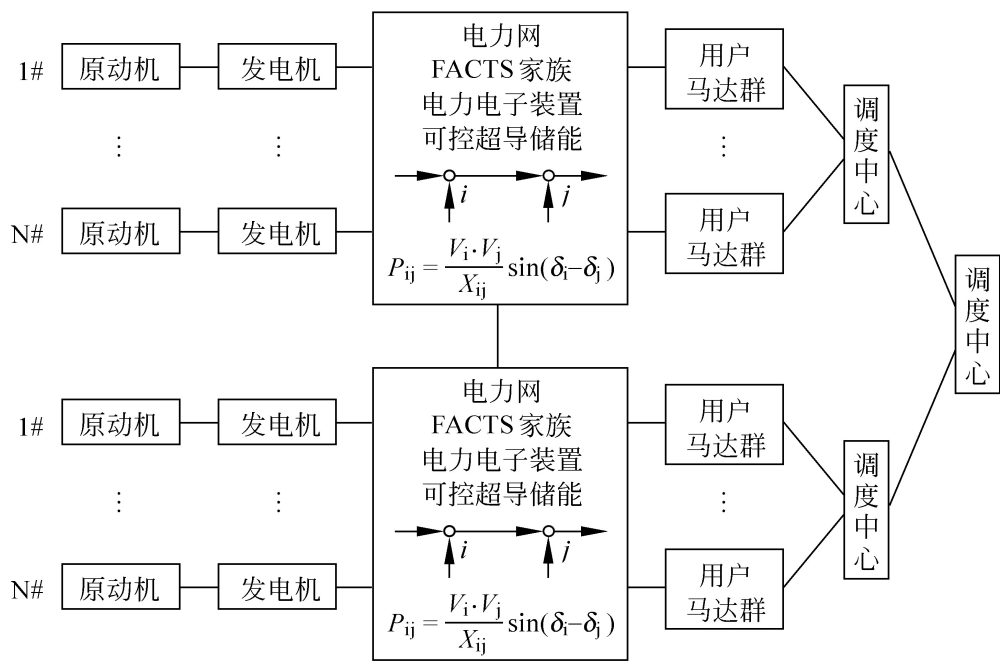


图 1 大区域电力系统结构

在这里我将提出数字电力系统(Digital Power System)的概念。首先让我们给数字电力系统一个定义:它是某一实际运行的电力系统的物理结构、物理特性、技术性能、经济管理、环保指标、人员状况、科技活动等数字地、形象化地、实时地描述与再现。如果做到了这一点,就可以说我们建立了该实际电力系统的数字电力系统。仅仅给出一个简单的定义是不够的。让我们来讨论这个定义所包含的内容。某个电力系统的数字电力系统可能包含以下内容与功能:

电力系统的物理结构(也即真实结构)、其各组成部件(单元)及整体的物理性能、运行方式和运营策略、管理的模式、人员的信息等;

电力系统的各个元件、各个网络、各节点的实时状态变量(State Variables);

各种自动控制装置的动作特性(包括继电保护装置);

发电厂、变电站的主要设备的“健康”状态;

经济结构、市场信息

21 世纪,中国的电力市场必然要实行。将来的电价类似股票那样要波动的、变化的,比如半个小时刷新一次电价。电力市场的出现提出了新的问题,这就是这里所说的“经济结构和市场的信息”包含的内容;

影响电力系统安全的特殊自然环境

比如某一条超高压线路正处于落雷区或者台风袭击中,可能造成灾害。数字电力系统应能及时提示运行人员给予特别关注,以免发生重大灾难;

科技管理阶层、技术人员管理信息;

环保是指标和环保设备投入及运行情况

21 世纪,我国环保指标和环保问题被提到非常重要的高度,关系到是不是可持续发展的问題。我国环保法将对于不能达到环保要求的工厂、企业给予重罚。环保设备的水平和设备情况,也应该由 DPS 实时地通报;

电力系统的各个环节的实时效率

热力系统、汽轮机、发电机系统、网络损

耗、用户、电压等环节的效率,数字电力系统应实时显报;

重要的信息

比如人才的信息、科教活动的信息在数字电力系统中应该有所记录和通报。

2 数字电力系统能做什么?

2.1 管理和决策的科学化

朱镕基总理在 MIT 的报告后,有人问他目前中国最缺什么,他立即回答:“管理。”所以要利用 DPS 来帮助我国电力系统实现管理和决策的科学化。借助 DPS 可知晓管理层下达的指令在实际电力系统中产生什么样的效果,这就是“指令效果反馈”。有了这样的反馈,管理层可以进一步改进管理和决策,使得效率提高。此外,电力系统是分层的,每一层要向上一级管理层通报信息,有了数字电力系统,就能很快地把这些信息及时收集起来,加以科学处理,向上一级通报。最终目的是实现全系统的高效管理。这就是 DPS 所含有的高级 MIS(管理信息系统)功能。

2.2 安全稳定性的实时评估与改善

对于电力系统最重要的是运行的安全性。这个问题在全世界均未得到很好解决。我国电力系统也出现过稳定破坏的重大事故。本世纪,美国发生过六、七次大范围灾难性的稳定破坏停电事故。这告诫我们要更加关注电力系统的安全与稳定问题。

首先要实时地对系统进行安全评估。在系统正常运行时,应该给出“忧患预告”,实时告知系统薄弱所在,需给以特别注意。系统的实时稳定域的变化和状态点所处位置应予以实时显现。实际上电力系统是有一个稳定域的,而这个稳定域是随运行情况的变化而改变的,但因为没有 DPS,运行人员不能看到它。稳定域的实时变化和状态点在稳定域中的运动轨迹可借助 DPS 图形化地显示。同时,还可给出改善安全稳定性的建议和策略。有了数字电力系统,我们可以不断地对电力系统的安全稳定性进行再评估、再调整以达

到最佳的安全运行状态。

2.3 经济运行策略制定和实行

在日常运行中,DPS 可给出在满足安全稳定约束条件下、在市场化运行规则指导下的全系统的经济运行策略(这里讲的经济运行不是“自私”的经济运行,它必须考虑环保指标的确保)、在正常运行时,DPS 应该给出使运行状态恶化的因素的提示。例如某一个节点的电压指标在下降,或者某两个主要节点之间的功率角在不断扩大等等。虽然没有发生事故,DPS 应该告诉人们恶化的原因以及应该采取的措施。就是说在正常运行时候,DPS 将对系统经济指标作实时显报,即不断地给出现时系统整体经济效率、网络损耗和热效率等信息,并且给出如何减少损耗、提高效率的建议和方案。

2.4 紧急控制的实施

我们知道在电力系统遭受故障后,可通过紧急控制来加以镇定,以达到保持安全运行的目的。DPS 可告知运行人员,故障发生的地点以及何种故障。如果是单相短路,重合闸是否成功等等。故障后,电力系统要进入暂态过程,暂态过程中的重要发电机组的摇摆曲线应能借助 DPS 加以显示,并给出采取何种紧急控制的建议。在最紧急的情况下,DPS 亦可越过调度人员而直接施行控制,称“越权紧急控制”。但 DPS 的这种越权要有严格规定,只有在最必要情况下才能实行。经过在 DPS 建议下的调度人员的或 DPS 的直接紧急控制,最后使电力系统状态重新回到安全稳定域内。

2.5 最适解列方案实施

对于一个电力系统,无论采取多么好的控制,如果把干扰视为一个球的话,球的半径超过一定限度时,电力系统的稳定将会遭到破坏。这时,DPS 将给出最佳的解列方案。把一个大系统分解成几个独立的孤岛。解列后的系统,每一个孤岛上的电源和负荷应该是基本平衡的。不要象美国 1996 年的事故那样,有的孤岛主要是电源,有的孤岛主要是负荷,这样会扩大事故。

2.6 最速恢复策略制定

系统解列以后, DPS 将给出最佳的恢复策略的建议, 将以流程图的形式给出恢复操作程序 .

2.7 科学研究、系统规划设计

DPS 在电力系统科学研究和系统规划设计中将起重要作用 .譬如对于正在规划设计中的三峡电力系统要做一系列的研究工作 . 我们曾经在俄罗斯一个 70 多台模拟发电机组的物理模拟电力系统中进行三峡系统的研究工作 .事实上, 有了 DPS, 我们就可以利用它对现实和未来的系统进行深入细致的研究 .

图 2 给出了数字电力系统的图像化思考 .在图的右边是一个运行中的电力系统, 图的左边是一个 DPS .DPS 通过实时数据通讯和通信, 软跟踪这个实时的电力系统 .如上所述 DPS 在正常运行时给出建议, 通过调度人员进行闭环; 在最紧急的情况下, 将紧急地不

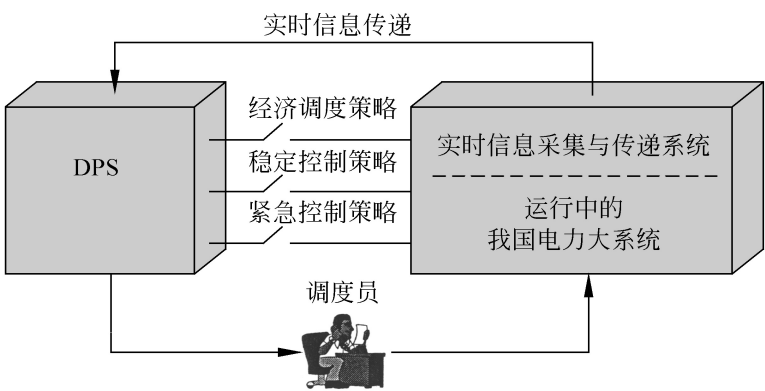


图 2 数字电力系统

通过调度人员进行闭环, 然后再“通知”调度人员, 刚才进行了什么操作, 产生了什么效果等 .如果没有 DPS(现在的系统就是这样), 我们的调度管理人员在运行中是相当盲目的, 发生突然故障后他们不知道电力系统中发生了什么问题, 产生什么后果, 稳定域如何变化, 状态点在稳定域的什么位置 .如果发生了故障, 调度人员茫然不知所措, 甚至进行误操作, 1996 年、1997 年美国西部电力系统发生事故后的情况就是如此 .如果有 DPS 的帮助, 电力系统运行的安全性和稳定性会得到极大的提高 .

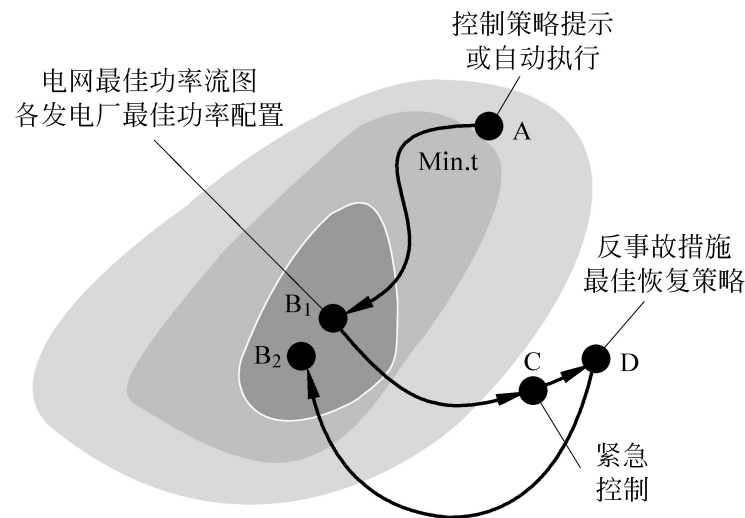


图 3 稳定域示意图

现在让我们对以上所述的内容用图形化的方式加以概括 .图 3 表示出一个电力系统某一时刻的稳定域 .调度运行人员在调度中心中依靠 DPS 能够实时地看到立体的稳定域 .实际电力的稳定域和状态点在域中的位置都是不断变化的 .运行条件恶化或系统发生故障, 稳定域就会缩小, 状态点也会向域的边界移动 .如果状态点处于危险的位置(见图

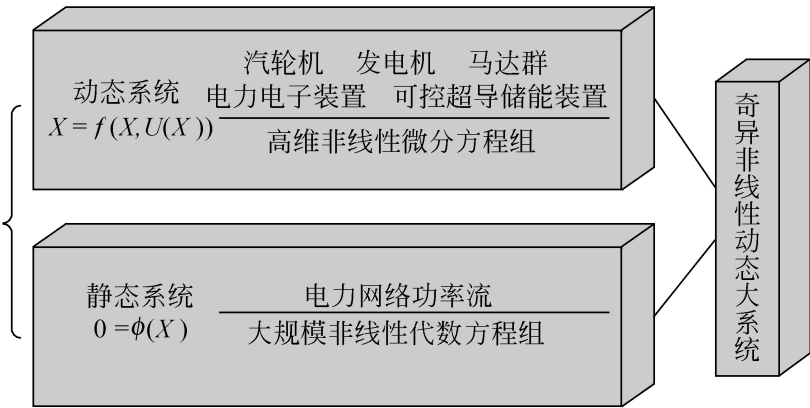


图 4 整体模型

3 点 A), 这时 DPS 应及时给出控制策略或按产生的控制策略自动闭环执行, 以使状态点在最短时间内回到安全区域(见图 3 点 B₁) .如果在更危急的情况下, 状态点已经移到稳定域的边缘(图 3 点 C), DPS 应能采取紧急控制策略, 使之回到安全区(图 3 点 B₂) .抑或, 从理论上看来, 系统已失去稳定(见图 3 点 D), DPS 将采取反事故措施或采取最适合

解列方案和最佳恢复策略,使该电力系统状态回到安全区(见图3)。至于在正常情况下(见图3),DPS应给出按经济运行策略和按照电力市场经济法则调节各发电机组功率配置等,这也即我们常说的最佳潮流的运行法则。

以上这些任务都是DPS应该且能够完成的。

3 基础性研究

为了实现DPS需要有相当的基础性研究成果作为支撑,需要有新理论和新算法。

3.1 整体模型

动态电力系统是用非线性微分方程来描述的。由于FACTS设备的投入,电力网络中的动态设备更多了,整个电力系统微分方程的阶数提高了。此外电力系统网络的潮流方程是大规模非线性代数方程组。把这两个方程组联立起来后就组成了大规模奇异非线性动态大系统。这个问题在数学上称作DAE问题(Differential and Algebraic Equation problems)。高维非线性DAE问题至今在理论上还是个重要的挑战。

3.2 整体稳定性测度论

要研究电力系统各个层面相互作用的规律和对稳定性的影响,研究稳定域的拓扑结构、稳定域边界及其影响因素。所以要对运行中的电力系统的稳定域进行实时测度。

3.3 稳定性在线实时评价方法体系

如上所述电力系统稳定性问题是一个高维的DAE问题,这就要求对高维DAE模型采取降阶或简约化的方法。可能的方法是发展一套中心流型(Central Manifold)方法。利用中心流型和微分动力学的Poisson括号法来研究中心流型的稳定性可能是有效的。我们还要发展大规模数值科学计算方法。可能用到基于辛几何(Symplectic Geometry)算法的并行计算方法。在辛几何算法方面,中国科学院的冯康院士开创的学派到现在为止仍然在世界上处于领先地位。

3.4 混杂系统的多目标优化调度理论

混杂系统(Hybrid System)是系统科学领域中新提出的概念和理论。电力系统是一个标准的混杂系统,它是上层(调度中心)给出的调度决策主要是逻辑性的操作指令;而下层控制(如发电机的励磁与调速控制)主要是连续型的。如何将不同性质的上层和下层控制恰当地对合起来以达到电力系统的多目标优化控制的目的,这是一个重要理论问题和应用问题。

至于电力系统的多目标控制说到底就是安全稳定性与经济性的双目标控制。进入按电力市场机制运行后,人们主要考虑的是它的经济问题,即各个投资体的赢利问题以及如何降低电价等问题,很少考虑安全和稳定的问题。要为市场化动作的电力系统提供安全稳定的保障,这是一个新的极具挑战性的课题。现在是该结束安全稳定和经济调度割裂的时候了。进入电力市场以后,电力系统的潮流的随机性加大了,将通过DPS绘出相适应的保证系统安全运行的调度策略,这是一个新的问题。我认为美国1996年以来的大停电事故和马来西亚的大停电事故,和他们对于在电力市场化运行下的安全稳定性没有加以综合考虑是有密切关系的。

3.5 区域性紧急暂稳控制

电力系统区域性的紧急控制问题在世界上并未解决。目前只能针对某一系统通过大量的仿真计算,得到该系统区域紧急控制的一些规则:譬如说如果在某地发生短路,就相应地在哪些厂切几台机,哪些地方切一些负荷等等。人们只是根据经验和仿真结果得到一些策略。但实际的电力系统状态是千变万化的,单靠仿真得到的几条策略是不够的。所以要研究区域性紧急控制理论。现在没有现成理论可寻。我主张研究和发展Hamilton系统和广义Hamilton系统理论以建立一套电力系统的区域紧急控制的理论,可以把切机和切负荷都看作是能量的注入,只不过是正的符号的能量或负的符号的能量而已。基于这个观点有可能发展一套基于广义Hamilton

理论和方法的电力系统区域紧急控制的理论和方法。

3.6 巨大的软件工程

以上所讲的是一个巨大的软件工程。前美国副总统戈尔曾经提出数字地球的概念。这个数字地球可以用作研究全球气象情况、厄尔尼诺现象以及世界资源、森林、环境等。这给我们建立数字电力系统以启发。当然，数字地球这样一个巨大的软件工程要世界各国来共同去完成。同样，DPS 也是一个相当大的软件工程。现有的软件成果，不能废弃，要加以利用，还要把新理论的成果软件化。同时，我们要发展高可视化建模的问题。任何一个最优秀的调度人员，每分钟给他 2000 个新的数据组成的数据表，都不可能进行任何有效地处理。而图象化的处理却可使人“一目了然”。我们要尽量创造性地利用多媒体的技术，还要借用虚拟现实技术的有用的思路来建立 DPS。

4 硬件支撑

我们在两年多以前，曾经有建立 DPS 的想法。但是直到最近，才提出这个概念。因为 DPS 需要硬件来支持。需要超大规模的 PC 机网络。为什么要用超大规模的 PC 机网络呢？第一，因为 PC 机价格便宜，比专用芯片便宜很多，便于推广和使用。第二，这样一个超大规模的 PC 机网络已经由清华大学计算机系研制成功。我们现在有了硬件支持，再提出 DPS，具有更高的可行性。

图 5 是 16 个计算节点的超大规模的 PC 机计算网络。每一个计算节点是由两个 Pentium III 的 CPU 组成的。PC 机之间快速数据交互传递由 67.584Gbps 的高频宽聚合动态寻址开关完成。这样，我们就能建立每秒 600 亿次高速计算网络，提供给我们建立多机电力系统的 DPS 的硬件支撑条件。在未来 5 至 10 年中，我国各省电力系统有可能完成这样的数字电力系统。

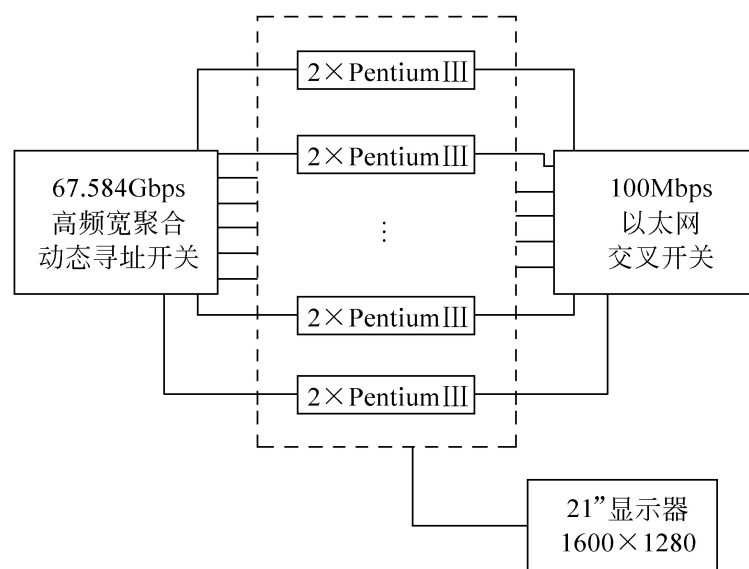


图 5 硬件支撑结构

5 结束语

这里提出的 DPS 与已有的 EMS、DTS 是不抵触的，不仅不抵触，而且前者包括后者。现有的 EMS 可以看作是初级阶段的 DPS，正像高射炮的功能溶入了地-空导弹之中那样。

DPS 是逐步发展而且是“步步可用”的。以数字地球来举例说明，这是个巨大的软件工程。我们不能说它哪一天建成了，它是在不断地建立过程中不断地被人们利用的。如果人类最关心的是环境，那就首先在数字地球上建立环境污染的数据库；又如人们关心厄尔尼诺现象，就可以在沿海国家建立海水监测，从而从数字地球上了解海水温度变化和厄尔尼诺的关系以及厄尔尼诺与全球气象的关系。进一步，我们还可以建立全世界的森林、资源、人口、宗教等，一步一步地加以丰富扩展。我们的 DPS 也是不断地建成不断地被利用的。处于初级阶段的 EMS 不是也在使用的吗？在没有建立 EMS 以前的 SCADA 不是也被使用吗？我们要一步一步地由简到全，步步可用。阶段成果的可用性与 DPS 推广有重大的意义。阶段性的成果如果可以应用，可能能够获得更多的支持。

作为 DPS 的第一步，我们要建立实时仿真系统。这个“实时”包括电磁暂态、机电暂态以及稳态运行。我希望中国的各个大学、研究所、企业单位的科技人员、国际同行一起来完成这个伟大的工程。

(完)



专 论

加加速度(加速度的时间变化率) ——冲击、乘坐舒适性、缓和曲线

余守宪 赵 雁

(北方交通大学物理系, 北京 100044)

(收稿日期: 2000-02-15)

摘 要 介绍加加速度(加速度的时间变化率)及其在冲击、乘坐舒适性和缓和曲线等问题中的应用。

关键词 加加速度; 加速度; 冲击; 舒适性; 缓和曲线

JERK (THE TIME RATE OF CHANGE OF ACCELERATION) ——Impact, Passenger's comfortability, Transition Curve

She Shou-xian Zhao Yan

(Department of Physics, North Jiaotong University, Beijing, 100044)

Abstract Jerk (The time rate of change of acceleration) and its significance in impact, passenger's comfortability, transition curves is discussed.

Key Words jerk; acceleration; impact; passenger's comfortability; transition curve

1 引言

加速度的时间变化率只在少数国外物理教材(例如 Sears 等《大学物理学》1987 年第 7 版)^{[1],[2]} 简略地提到, 因为一般都认为加速度的时间变化率并不重要^[3]。事实上, 至少在力学界, 加速度 a 的时间变化率已被定义为“jerk”(jerk 有急动、猛推等含义), 并已在物理期刊中出现^[4], 我国力学界已采用“加加速度”这一中译名^{[5],[6]}。用 j 表示点的加加速度, 则

$$j = \frac{da}{dt} = a \quad (1)$$

人们还发现, 加加速度不仅在车辆、电梯以及机械装置中的运动工件等日常生活和工程问题中要涉及到, 而且在若干非线性动力

学模型的研究(例如产生混沌的加加速度函数——jerky function 等)中要涉及到^{[7],[8]}。

本文尝试通过几个典型问题的初浅讨论, 介绍加加速度这一物理量的重要性, 供物理教学参考。

众所周知, 在非惯性参考系(例如加速度运动的车辆或电梯)中出现惯性力: 起动的车厢内站立的乘客会向后倒, 前进的车厢突然停止时会向前倒; 上升的电梯中, 由静止启动时乘客“超重”, 而在上升运动停止时, 乘客“失重”等等。在紧急启动或突然刹车时, 公共汽车中的乘客会因措手不及而失去平衡, 则是由于加速度的变化率即加加速度值过大, 难以适应。同样, 在急速转弯时, 公共汽车中的乘客会被推向外侧, 则是由于突然出现惯性离心力, 法向加加速度过大。可见, 加加速度的分析具有现实意义。

人体受力有一定限度,因而对加速度的承受也有一定范围.一般地说,当加速度 a 比重力加速度 g 小几倍时,人尚能忍受.根据实测结果^[6],对于汽车内的普通乘客,法向加速度 $a_n \leq 1.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时,人感觉不显著, a_n 达到 $3.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时,人能感觉到,但可忍受, $a_n \geq 5.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时,难以忍受.不仅如此,如果加速度值变化很快,会形成冲击力,因此,人对加速度的忍受也有一定范围,根据实测数据,大体说来,对于汽车来说,人体可忍受的最大横向加加速度约在 $0.4 \sim 1.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$,而在铁路设计中,一般采用法向加加速度 $a_n \leq 0.3 \sim 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$.

加加速度不但对人体,而且对于运动工件的材料也有影响^{[5], [6]},当物体有加加速度时,物体所承受的载荷是随时间变化的,因此应力、应变及稳定性都会受到加加速度的影响,对高速运转和振动而言尤为显著.冲击力对机构的运动也有影响.

总之,在许多生活实际和工程实际问题中,不仅考虑到加速度的影响,而且应当考虑到加加速度的影响.下面通过几个典型问题,说明加加速度有一定的重要性.

2 变加速直线运动中的加加速度

讲几个实例.

例题 1 摩托车的起动加速^[1] 已知 $a = 1.2t - 0.12t^2$ (SI 制),取 x 坐标,设 $t=0$ 时, $x=0$,则易得 $v = 0.60t^2 - 0.04t^3$, $x = 0.20t^3 - 0.01t^4$.当 $t=10\text{s}$ 时,速度达到最大值 $v_{\max} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,此时摩托车已行驶 $x=100\text{m}$,加速度减到零,摩托车加加速度 $j = a = 1.2 - 0.24t$,由 $t=0$ 时 $j = 1.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ 逐渐改变到 $t=10\text{s}$ 时 $j = -1.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$.

例题 2 内燃机车牵引车列前进 在试验线路上对某内燃机车进行起动加速性试验.试验结果是:当牵引 800 吨重的车列前进时,起动后 100s 内的车速 v 随时间的变化可用近似公式表示为 $v = 0.3t - 0.0015t^2$.求在该 100s 内加速度 a 的变化,列车通过的路程,及

加加速度 j .

解: $a = 0.3 - 0.003t$, $x = 0.15t^2 - 0.0005t^3$,在 100s 内,列车通过的路程为 1000m,加加速度 $j = -0.003 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$,可见加速度值在 100s 内均匀地由 $0.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 减小到 0.

例题 3 竖井最佳提升速度图的选择^[9] 竖井是将地下数百米深处的煤炭、矿石等运送到地面的通道.当一次提升的载荷确定后,竖井的提升能力与提升过程延续的时间成正比,提升电机的额定功率又与最大提升速度成正比.考虑到牵引钢丝绳的安全系数对加速度 a 不大于 $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的限制,我们用匀变速直线运动的规律作速度图,分析在一次提升过程中的延续时间和最大提升速度的关系,从而确定既满足竖井提升能力又显著降低提升电机额定功率的提升速度图.

如图 1 表示,按匀加速—匀减速(方式①)及按匀加速—匀速—匀减速(方式②)两种方案的提升速度图.设加速度值均为 a ,提升高度为 H 以 v_1, t_1 及 v_2, t_2 分别表示按两种方案的最大提升速度值及延缓时间,并设方案②中加速及减速所经历时间均为 t_0 ,则易得:

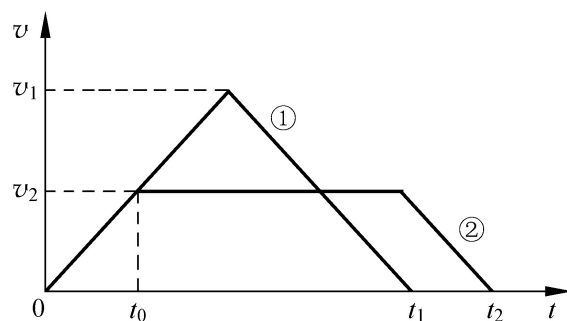


图 1 例题 3 中图解

$$v_1 = \frac{1}{2} a t_1, \quad H = \frac{1}{4} a t_1^2$$

$$v_2 = a t_0, \quad H = v_2 t_2 - \frac{v_2}{a}$$

由以上各式可解得两种方案的延续时间之比 t_2/t_1 与额定功率之比(即 v_2/v_1)两者之间的关系式为

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1 + (v_2/v_1)^2}{2(v_2/v_1)}$$

计算结果可列表如下:

v_2/v_1	1/ 8	1/ 4	1/ 2	3/ 4	1
t/t_1	4. 063	2. 125	1. 250	1. 0417	1

可以看出,当 $v_2 = \frac{1}{2} v_1$ 时,方式②的额定功率为方式①的额定功率的 $1/ 2$,而提升延续的时间仅延长了 $1/ 4$ 倍.综合比较,可见方案②最为经济合理,最大提升速度可取为 $v_2 = 0.5$.
 $aH = 0.5 \quad H(a = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$.当 $H = 100\text{m}$ 时, $v_2 = 5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,一次提升延续时间为 $t_2 = 25\text{s}$.当然,上述分析已略去诸多技术问题,但所作简化是合理的 .

关于载人的电梯等的提升速度图问题,可以仿此讨论,但此时在 $t = t_0$ 及 $t = t_2 - t_0$ 处加速度值突然变化,加加速度变为无穷大,会引起冲击,影响乘客舒适感,应予以改进 .

例题 4 车厢的浮沉振动(竖直振动) 某车厢沿竖直方向作谐振动,频率为每分钟 60 次,即 $f = 1\text{Hz}$.求振幅 $A = 5\text{mm}$ 时加速度的最大值,加加速度的最大值 .

解:由谐振动运动方程可得加速度最大值及加加速度最大值各为(ω 为角频率)

$$\begin{aligned} a_{\max} &= A\omega^2 = 5 \times 10^{-3} \times (6.28)^2 \\ &= 0.197\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\ a_{\max} &= A\omega^3 = 5 \times 10^{-3} \times (6.28)^3 \\ &= 1.238\text{m} \cdot \text{s}^{-3} \end{aligned}$$

因为 $a_{\max} \approx 0.2\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 比 g 值小到 $1/ 50$ 倍,人能承受,但对振动而言,实测结果是: $a \leq 0.3\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时没有不舒服的感觉,而当 a 达到 $1\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 时,人感到振动痛苦.可见振幅达到 5mm 是不能容忍的.不难算出,要满足 $a \leq 0.3\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的要求,振幅 A 的最大允许值约为 1.2mm .如果振动频率低一些,或者控制座位的振动,振幅的最大允许值可以提高一些 .

诸如拖拉机手的座椅、车辆的乘座,为了坐得舒适,都要研究其减振及振动控制问题^[10] ,当今国际科技界十分重视乘座舒适性的研究,其质量指标不仅有能量、加速度,而且还有加加速度 .

3 匀速率曲线运动中的加加速度
缓和曲线^[1]

质点做匀速率曲线运动时,其加速度沿着法线方向,当法向加速度 a_n 方向改变的影响可忽略不计时,它的加加速度 $j = da_n/dt$ 也是沿着法线方向的,其数值即等于 da_n/dt .这里我们以铁路曲线轨道的铺设为例,引入缓和曲线设计的问题,此时应考虑到法向加速度的变化率(即法向加加速度)(可参考[11]所引参考文献) .

在铺设铁路时,需要把平直轨道和圆弧形弯曲轨道用适当方法连接起来,这种起连接作用的曲线轨道称为缓和曲线.缓和曲线的设计需要考虑多种因素,以下介绍简化了的理论分析 .

如果把直轨道和圆弧形轨道直接连接,那么,在连接点处车辆的法向加速度 a_n 就会由零突然增加到 v^2/R (R 为圆弧轨道的半径),惯性离心力将会使外侧轨道突然受到压力 mv^2/R ,因而在连接点处引起冲击载荷,从而产生剧烈振动、冲击钢轨等不良作用.如果在中间接上一段曲率由零逐渐均匀地增加到 $1/R$ 的缓和曲线,就可以使法向加速度由零均匀地增加到 v^2/R ,从而避免出现冲击载荷.显然,如果不考虑设计和维护的困难等技术问题,缓和曲线越长越有利,在实际设计时,要按照技术条件及要求,选定最大容许缓和曲线长度 .

常用的缓和曲线是三次方曲线(参见图 2),设直线段在负 x 轴上并与缓和曲线在坐标原点处相连接,则缓和曲线方程可以写成

$$y = \frac{1}{6} kx^3 \tag{2}$$

上式中 k 代表缓和曲线的曲率变化率(即在单位距离内曲率 $1/\rho$ 的增量).这种缓和曲线可以使法向加速度 a_n 值均匀地从零渐增到圆弧轨道上行驶时的数值 v^2/R ,见图 2.显然,在这种情况下,加速度的变化率沿法线方向的分量为常数,因而加加速度沿法线方向的分量数值保持不变,指向外侧轨道.方程(2)

的理论推导如下.

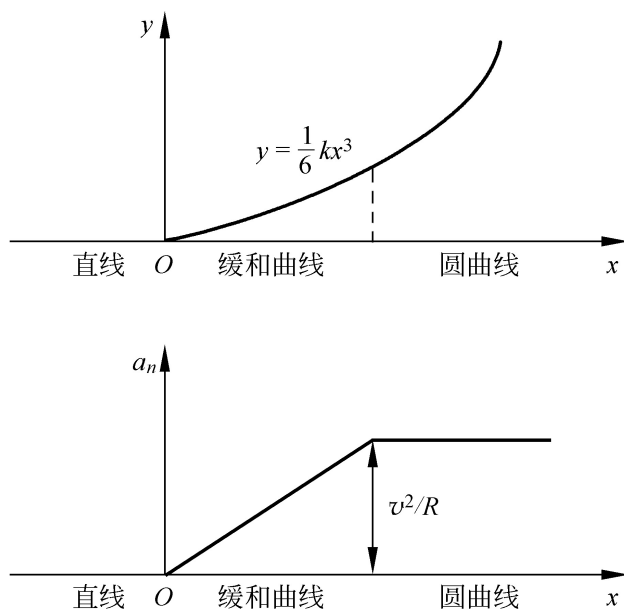


图 2 缓和曲线

由微分学知道,当轨道方程为 $y = f(x)$ 时,轨道上任意点的曲率为(设 ρ 为任一点处的曲率半径)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y / dx^2}{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}$$

如果切线斜率 dy/dx 比 1 小得多(在缓和曲线情况下就是这样),则可在上式分母中略去 $(dy/dx)^2$,得到曲率的近似公式:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

(直观地看,当角度 θ 小时, $dy/dx = \tan\theta \approx \theta$,上式右边近似地等于 $d\theta/dx$,即单位距离内转角的增量,此为曲率 $1/\rho$ 的几何学定义)。令曲率与 x 成正比

$$\frac{1}{\rho} = kx \quad (3)$$

其中 k 为曲率的变化率,就得到

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = kx$$

上式积分两次,并利用当 $x = 0$ 时 $y = 0$ 且 $dy/dx = 0$ 的已知条件,就得到缓和曲线方程(2)。

在缓和曲线上,法向加速度

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = kv^2 x \quad (4)$$

因此,当车辆以匀速率 v 在缓和曲线上行驶时, a_n 值由零均匀增加到在圆弧形曲线上行驶时的值 v^2/R ,如图 2 所示.为了避免车辆在弯曲轨道行驶时,因惯性离心力引起外侧轨

道受到侧压力而影响行车稳定与安全,常把路基的外侧垫起(称为外轨超高),外轨超高度 h 是与 v^2/ρ 成正比的^[11](按我国铁路管理技术规程(参看[11]所引文献),当 v 以 Km/h 计算,轨道半径 ρ 以 m 计算时,外轨超高度的公式一般取为 $h = 11.8 v^2/\rho$,式中 v 为列车通过曲线时的平均速度),所以,在铺设轨道时,外轨超高度也应均匀地由零渐增到最大值,这也符合施工的要求。

作为大体符合我国铁路实际的实例,取列车通过曲线轨道的平均速率 $v = 72 \text{ Km/h} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,圆弧形弯曲轨道的半径 $R = 500 \text{ m}$,连接直轨道与圆弧轨道的缓和曲线长度为 $l = 200 \text{ m}$,则 $k = 1/(Rl) = 10^{-5} \text{ m}^{-2}$,在缓和曲线终点处 $a_n = v^2/R = 0.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,此时法向加加速度 $a_n = \frac{d}{dt}(kv^2 x) = kv^3 = 10^{-5} \times (20)^3 = 0.08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$,该点与直线轨道的垂直距离为 $y = \frac{1}{6} kl^3 = \frac{1}{6} \times 10^{-5} \times (200)^3 = 13.3 \text{ m}$.这里, a_n 值 $0.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 不到重力加速度 g 值的十分之一,而 a_n 值 $0.08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ 也比铁路设计中所要求的最大容许值($0.3 \sim 0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$)小.可以算出外轨超高 h 应在缓和曲线上由零均匀地增加到 $h = 122 \text{ mm}$ 。

4 机械装置中工件的加加速度 凸轮机构^{[5], [12], [13]}

在机械制造中,在设计各种交通运输、航海、航空、航天所用机械装置中,为改善工作环境、提高工作效率、延长工作的使用寿命等,不仅要考虑某一工作对象的位移、速度和加速度,还需要考虑加速度的变化率(即加加速度)。

在机械传动中,常用凸轮挺杆机构把凸轮的定轴匀速转动转变为挺杆的往复直线运动,它广泛应用于各种机器中,例如:在自动机床上的送进机构中用于进刀,在柴油机配气机构中用于控制气阀周期性的定时开启与关闭,等等.我们以此凸轮机构为例,说明考虑加加速度的重要性。

如图 3 所示,当有特定轮廓曲线 BCDEB 的凸轮以匀角速度 ω 转动时,它所推动的从

动件(挺杆)作上下往复运动的规律,随轮廓曲线的形状而有所不同.从动件 AB 的位移 S 与凸轮的转角 $\phi(\phi = \omega t)$ 之间的关系可用图解法表示.设位移 S 与转角 ϕ 之间的关系为 $S = f(\phi)$,当凸轮作匀速转动时,从动件运动的速度 v 、加速度 a 以及加加速度 $j(j = a)$ 和转角 $\phi(\phi = \omega t, \text{ 设 } t = 0 \text{ 时 } S = 0)$ 的关系为

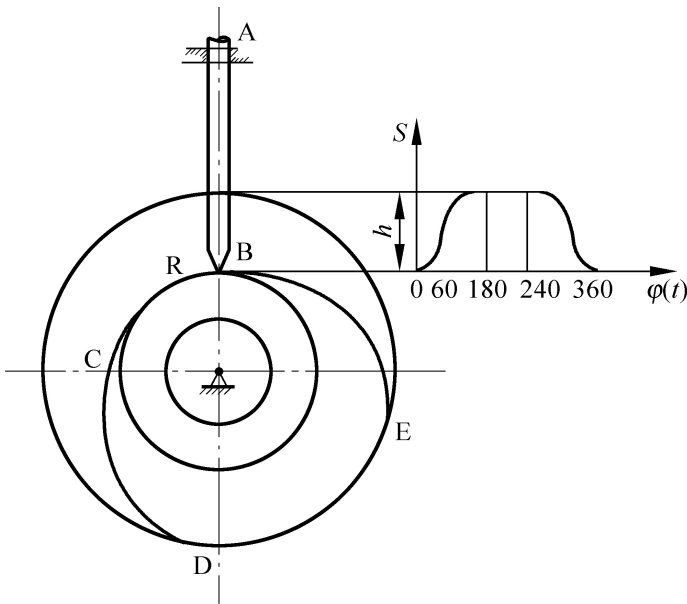


图 3 凸轮机构示意图

$$v = f'(\phi)\omega, a = f''(\phi)\omega^2, j = a = f''(\phi)\omega^3 \tag{5}$$

考虑动件所受的力沿从动件运动方向的分力 R ,设导轨对从动杆的滑动摩擦力可略去不计,弹簧的作用力为 F (未画于图上),则由牛顿定律有

$$R = ma + F = m\omega^2 f''(\phi) + c\delta + cs \tag{6}$$

式中 c 为弹簧的劲度系数, $c\delta$ 为弹簧的预紧力, cs 为弹簧的附加压力, $m\omega^2 f''(\phi)$ 为因加速度所引起的惯性力,图 3 中绘出了对应于某种轮廓曲线的挺杆位移曲线即 $S - \phi$ 曲线.

由式(5)、(6)可见,从动杆的加速度 $a = f''(\phi)\omega^2$ 以及加加速度 $j = f''(\phi)\omega^3$ 的绝对值都不宜过大,因为过大的正加速度表示从动件和凸轮之间的作用力 R 过大,两者之间发生碰撞(产生所谓“刚性冲击”),其结果将导致材料的破坏,反之,加速度 a 为负会产生脱离接触的现象(因 R 是支反力,不能为负).更进一步,若加速度值发生剧烈变化,加加速度过大(特别是当加速度发生突变, $j \rightarrow \infty$ 时),在动件上要产生一种冲击作用(通常称为“柔性冲击”),因而当凸轮高速转动时(注意 j 与

ω^3 成正比),对从动杆产生脉冲性的循环载荷,会发生材料的“疲劳”破坏,缩短工作寿命.

以下简略地分析常用的几种从动件运动规律^{[12],[13]}.

(1) 匀速运动规律

图 4 是从动件在推程中作匀速运动的位移线图.当凸轮转过进程运动角 ϕ 时,从动件推程为 h ,经过时间为 t_0 .图 4(b)和(c)分别是其速度和加速度线图,从动件的运动方程,速度和加速度各为

$$S = \frac{h}{\phi_0}\phi, v = \frac{h}{\phi_0}\omega, a = 0 \tag{7}$$

从动件如作匀速回程运动,可用类似方式建立运动方程.

由图 4 可看出,从动件在推程开始和终止的瞬间,速度有突变,加速度趋于无穷大,产生刚性冲击,引起噪声、磨损等.因此,匀速运动只适用于低速运转.为了克服这一缺点,可以在位移线图的起始和终止处,把直线起点附近一小段改成斜率由 0 渐增到 v_0 的光滑曲线,把直线终点附近一小段改成斜率由 v_0 渐减到 0 的光滑曲线,以保持速率 v 平滑地变化,因而加速度值始终取有限值,修正后的位移线图,速度和加速度线图如图 5(a)、(b)、(c)所示^[13].

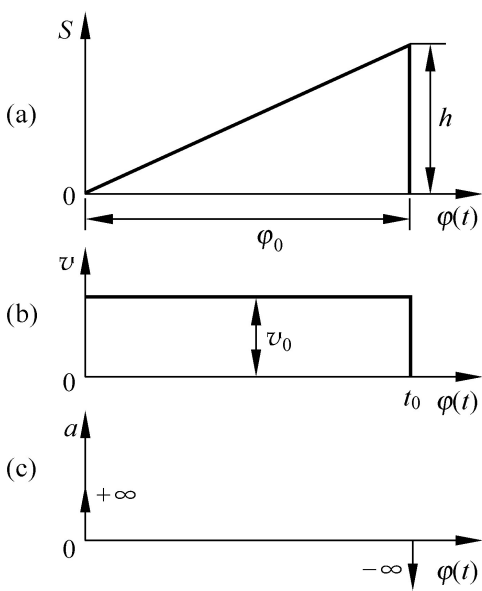


图 4 匀速运动规律

(2) 匀加速—匀减速运动

若在从动件的行程 h 中,前半段行程作

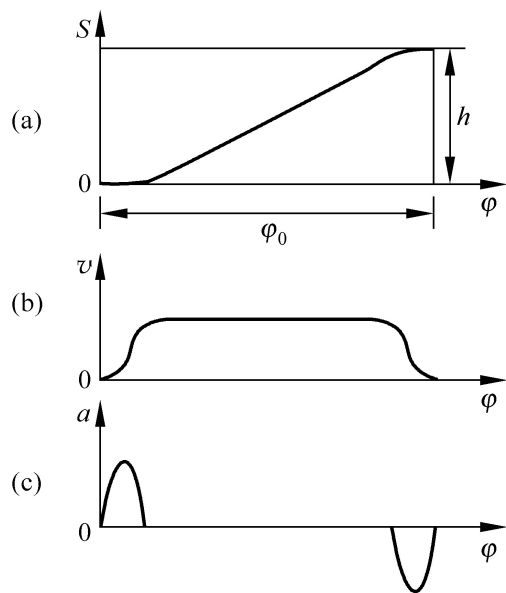


图5 修正后运动规律

匀加速运动,后半段行程作匀减速运动(通常取正负加速度的绝对值相等),则前半段行程和后半段行程时间各为 $t/2$,与之相应的凸轮转角各为 $\phi/2$,前、后半段行程的运动方程各为(设 $t=0$ 时 $S=0$, $v=0$; 当 $t=t/2$ 时 $S=h/2$)

$$S = \frac{h}{2\phi^2} \phi^2, \quad v = \frac{h\omega}{\phi^2} \phi, \quad a = \frac{h\omega^2}{\phi^2} \quad t \leq \frac{t}{2} \quad (8)$$

及

$$S = h - \frac{h}{2\phi^2} (\phi - \phi)^2, \quad v = \frac{h\omega}{\phi^2} (\phi - \phi), \quad a = -\frac{h\omega^2}{\phi^2} \quad t \geq \frac{t}{2} \quad (9)$$

由此可得如图 6(a)、(b)、(c)所示的位移、速度和加速度线图.这样,就避免了出现加速度值趋于无穷大而发生“刚性冲击”.

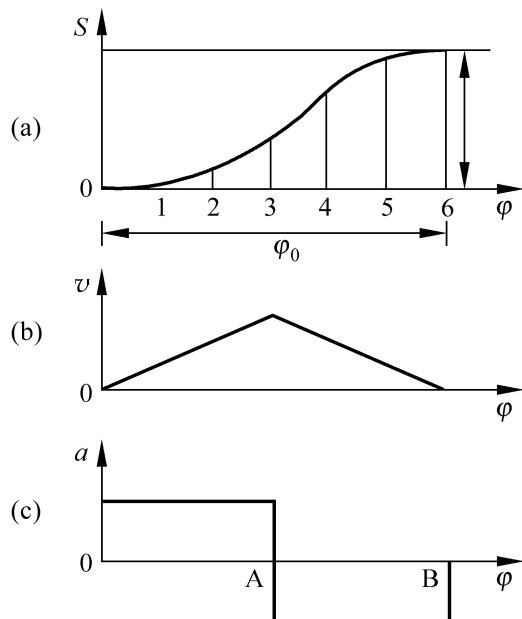


图6 匀加速匀减速运动规律

不过,由图 6(c)可见,在 0、A 和 B 三点,从动件的加速度出现有限值的突变(加加速度趋于无穷大),因而产生从动件受力 R 值的突变,引起所谓“柔性冲击”.因为突变值与转速的平方 ω^2 成正比,所以在高速运动时更为显著,因而匀加速—匀减速运动规律适用于中速运转情况.

(3) 正弦加速度运动^[12]

为了使从动件的加速度按理想的规律变化,以避免推杆在运动过程中发生冲击,可采用正弦加速度运动规律,即加速度为正弦函数,其推程的运动方程为(设 $\phi=0$ 及 $\phi=\phi$ 时位移 $S=0$)

$$\begin{aligned} S &= h \frac{\phi}{\phi} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\phi}{\phi} \\ v &= \frac{h\omega}{\phi} \left(1 - \cos \frac{2\pi\phi}{\phi} \right) \\ a &= \frac{2\pi h\omega^2}{\phi} \sin \frac{2\pi\phi}{\phi} \end{aligned} \quad (10)$$

根据上式可做出从动件的运动曲线,如图 7 所示.由图可见,按该运动规律,既不出现刚性冲击,也不出现柔性冲击,故多用于高速运转的凸轮机构或对其他有冲击的运动规律的改进.

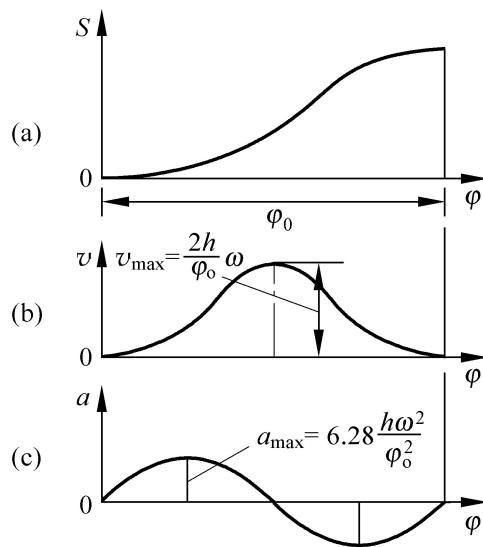


图7 正弦运动规律

上述几种运动规律常组合起来应用,为了消除冲击,工程中还采用摆线运动、高次多项式位移曲线等运动规律,保证加速线图 $a-\phi$ 曲线是连续且光滑的曲线.如图 8 表示,对于匀加速—匀减速运动规律的改进,可在出(下转第 22 页)



在工科物理中如何讲相对论动力学

陈信义

(清华大学物理系, 北京 100084)

(收稿日期: 2001-03-21)

摘 要 讲相对论时学生已具有伽里略变换协变性和线性代数的知识, 因此在工科物理中由洛伦兹变换协变性出发讲相对论动力学是可行的. 教学的重点和难点在于如何让学生相信, 相对论粒子的动量必须用四维动量来表达.

关键词 相对论动力学方程; 洛伦兹变换协变性; 四维动量

HOW TO TEACH RELATIVITY DYNAMICS IN ENGINEERING PHYSICS

Chen Xinyi

(Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract It is able to teach relativity dynamics by Lorentz transformation covariance in engineering physics, since the college students have learned Galilean transformation covariance and linear algebra already, when they studied relativity theory. The emphases and difficulty in teaching is how to make students believe that momentum of a relativistic particle must be expressed by 4-dimension momentum.

Key Words relativistic dynamics equation; Lorentz transformation covariance; 4-dimension momentum

在工科物理中讲相对论动力学一般是避开相对性原理的, 即避开动力学方程的洛伦兹变换协变性. 通常是先用特例导出质量公式, 再通过计算力对粒子做的功来得到能量—动量关系. 这种讲法易教易学, 但不易阐明物理根源, 学生往往有“只见树木, 不见森林”的感觉. 实际上, 牛顿力学已经讲过伽里略变换协变性, 学生理解洛伦兹变换协变性并不困难. 在大一下学期讲相对论时学生已经学过线性代数, 引入洛伦兹协变矢量和变换不变量等概念也不会有障碍. 从几年来的教学实践上看, 只要教案设计得合理并采用启发式、讨论式教学, 由洛伦兹变换协变性出发为工科学生讲相对论动力学是可行的. 这

种讲法的重点和难点在于如何让学生相信, 相对论粒子的动量必须取成洛伦兹协变矢量, 即四维动量的形式. 至于动力学的其他内容则可由四维动量简单地导出.

任何物理体系的动力学方程都是基本假设, 只能通过实验事实和更普遍的假设来建立. 关于相对论粒子的动力学方程可以提出以下两个基本假设: (1) 当粒子的速度 $v \rightarrow c$ 时返回牛顿方程, 要求方程仍取“力矢量 = 动量矢量的时间变化率”的形式; (2) 满足爱因斯坦相对性原理, 要求方程具有洛伦兹变换协变性, 即要求在不同惯性系中方程的形式相同.

假设动力学方程为(参考图 1)

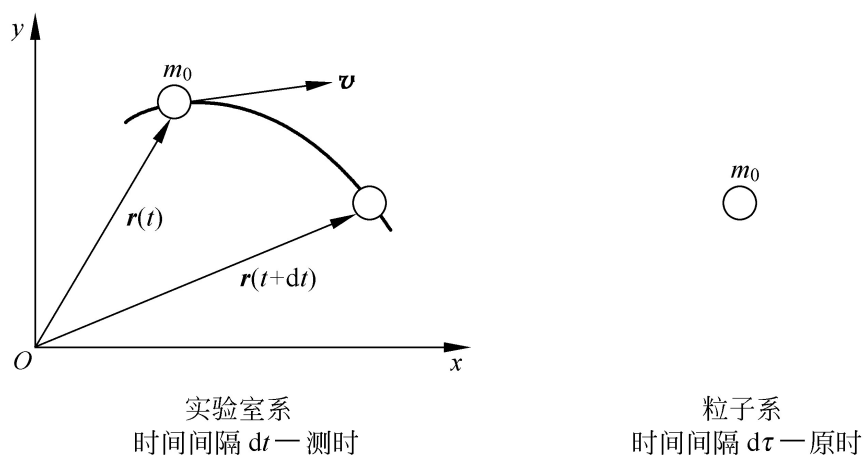


图 1

$$\frac{f}{f_4} = \frac{d}{d\tau} \frac{\mathbf{p}}{p_4}$$

其中 $d\tau$ 代表在粒子系中测量的时间间隔, 为原时. 而 $[f, f_4]$ 和 $[\mathbf{p}, p_4]$ 则分别代表实验室系中的力矢量和粒子的动量矢量. 因为 $d\tau$ 是不变量, 所以粒子的动量如果取成洛伦兹协变矢量—四维动量的形式, 那么力矢量也将是洛伦兹协变矢量—四维力, 这样一来动力学方程就是一个洛伦兹变换协变式了.

动力学方程还可以假设成其他形式吗? 这是学生普遍关心的问题, 也是教学的关键. 对这一问题的最好回答是让学生自己去寻找方程的形式. 按照上述两个基本假设, 学生得到的方程只能是上式给出的唯一形式. 学生相信, 基本假设要求相对论粒子的动量必须用四维动量来表达.

下面给出四维动量的具体形式. 因为粒子的时空坐标 $[\mathbf{r}, ict]$ 是一个洛伦兹协变矢量, 而静质量 m_0 和原时 $d\tau$ 都是不变量, 所以按照

$$\frac{\mathbf{p}}{p_4} = m_0 \frac{d}{d\tau} \frac{\mathbf{r}}{ict}$$

定义的动量一定是四维动量. 由原时和测时的关系 $d\tau = dt \gamma_0$, 其中 $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, 四维动量还可进一步写成

$$\frac{\mathbf{p}}{p_4} = m_0 \gamma_0 \frac{d}{d\tau} \frac{\mathbf{r}}{ict} = \frac{m\mathbf{v}}{icm}$$

其中 $m = \gamma_0 m_0$ 代表以速度 v 运动的静质量为 m_0 的粒子的质量. 在这里, 质量公式是由基本假设得到的一个一般性的结论. 由四维动量的不变量

$$p^2 + p_4^2 = -m_0^2 c^2$$

容易导出

$$p_4 = \frac{iE}{c}$$

其中 E 代表在实验室系中粒子的总能量. 这样, 粒子的四维动量即可表示为

$$\frac{\mathbf{p}}{p_4} = \frac{\mathbf{p}}{icm} = \frac{\mathbf{p}}{iE/c}$$

式中的 $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ 代表三维动量.

四维动量是相对论动力学的一个核心概念. 由此容易导出动力学的其他内容, 例如由 $icm = iE/c$ 导出质能关系 $E = mc^2$, 由不变量的关系 $p^2 - E^2/c^2 = -m_0^2 c^2$ 导出能量-动量关系 $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$, 以及由四维力的洛伦兹变换导出三维力的相对论变换等. 应当强调的是, 相对论动力学的研究对象主要是不受外界影响的粒子体系, 因此动力学方程通常表现为四维动量守恒的形式.

这种讲法理论体系比较严谨, 适合采用启发式、讨论式教学. 由于避开了用特例推导的细节, 所以学时也不会增加, 一般 2~3 个学时就够用了.

(完)

如何给工科学生讲分形物理

——介绍华中科技大学非线性物理教学改革之一

李元杰 汤正新

(华中科技大学物理系,湖北武汉 430074)

(收稿日期: 2001-01-12)

摘要 本文介绍了作者在华中科技大学讲授分形物理的几个重要环节及做法:抓住分形本质特性,立足于物理、精选模型、上机实践.最后,所花学时甚少却能取得比较好的效果.

关键词 分形物理;伊辛模型;逾渗模型;自复制宇宙模型

HOW TO TEACH FRACTAL PHYSICS TO ENGINEERING STUDENTS

Li Yuanjie Tang Zhengxin

(Dept of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Hubei Wuhan, 430074)

Abstract This paper introduces several key links and methods which were used in fractal physics teaching by the author in HUST: grasping the essential characteristics of fractal, selecting models carefully based on physics and training on computer. It is confirmed that these approaches can result in good effect in fractal physics teaching with short time spent.

Key Words fractal physics; Ising model; percolation model; self-reproduction inflationary cosmology model

1 引言

工科大学物理教材通常采用开窗口的方式讲一点分形内容,用两个学时左右介绍分形的数学定义或概念,再加上一些应用举例.这种处理方式的结果是,表面上讲了分形,实际上并未涉及到分形物理具体的定量讨论.认真分析一下其中原因有二个:其一,缺乏有力的研究工具—计算机技术;其二,缺乏典型的可定量讨论的物理模型.

针对这一情况,我们在华中科技大学

CCBP 试点班引入了计算机技术,使学生都能自己动手去研究分形,同时精选了几个典型的分形物理模型,如伊辛模型,逾渗模型和自复制宇宙模型等,学时也只占 3 个,却使得工科的分形教学有较浓的物理氛围,受到学生欢迎和专家们的好评.下面介绍我们在分形物理教学中的主要思路与做法供参考.

2 要抓住维度的三个重要特性讲分形概念

分形的维度是一个十分数学化的概念,不理解 and 掌握分形维度的概念,学生就很难

接近分形,另一方面,如果单纯追求数学上的严密性,比如用豪斯道夫测度的观点去讲Mandelbrot的分形定义,工科学生接受起来较困难,我们采用了一个折衷的方案,它既抓住豪斯道夫维度概念的实质又有较好的可接受性.

具体做法是从一个实际测量问题——海岸线长度的测量出发,给出几何的维度与体积的关系图(见图1),阐明了分形维度的第一个重要特性:

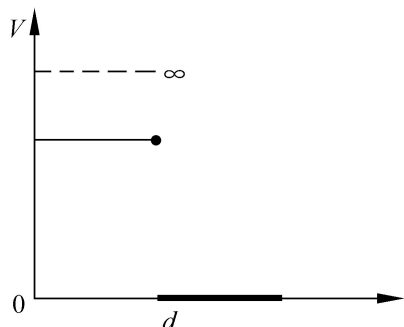


图1 几何体的维度与体积的关系

(1) 一个几何体,只有正确认识了它的维度 $d = D$,得到的广义体积 V_d 才是一个有限大小的确定值,如果低估了它 $d < D$,则 $V_d \rightarrow \infty$;若高估了它 $d > D$,则 $V_d \rightarrow 0$.

其次引入扩展对称性,把豪斯道夫维度思想与物理上的对称性和不变量结合起来,阐明了分形维度的第二个重要特性:

(2) 一个几何体的体积 V 可写成 $V = \delta^{d_T - D} = N(\delta) \delta^{d_T}$,其中 d_T 是几何体的拓扑维, D 是几何体的真实维度,当测量单位长度 δ 发生标度变换由 $\delta \rightarrow \delta \lambda$ 时,则测量数 N 满足关系式 $N(\delta \lambda) = \lambda^D N(\delta)$ 这里 λ 可为任意正实数, D 是标度变换下的不变量,即无论 $\lambda = 3$ 还是 $\lambda = 100$,关系式 $N(\delta \lambda) = \lambda^D N(\delta)$ 中的 D 都是相同的,所以维度的本质含义是标度变换下的不变量,标度变换下的不变性也称为扩展对称性.

接着指出,对分形而言不存在一个绝对可测量的尺度 δ ,即无特征尺度,无论从多大尺度去看分形,你都会发现分形有相似的结构,这也是分形的第三个重要特性:

(3) 自相似性,教师在此可列举许多具有严格自相似的分形例子,同时也要给出多重

自相似和随机分形等更为复杂的例子.

3 要立足于物理讲分形

分形几何是一个纯数学概念,它如何用于研究物理学的问题呢?这应是分形物理教学的重点,分形几何与物理的本质联系在于分形的对称性和自相似性,我们精选了三个模型作为范例,使学生能理解分形在物理学中广泛地应用.

(1) 伊辛模型

在研究固体材料性质中常要考虑相邻原子间的自旋耦合作用,如果把相邻4个原子的自旋组合成一个系统,称为伊辛系统,记相邻原子自旋耦合作用系数为 k ,记相互作用距离或关联长度为 $\xi(k)$,则会发现这种自旋作用具有自相似结构(见图2),每个子系统有一个合自旋,4个伊辛子系统的合自旋也构成一个高级伊辛系统.如此扩展下去便是一个自相似的自旋耦合结构.各个层次的伊辛系统之间关系可用一个不变量来描述,即当 $k \rightarrow \lambda k = k'$ 时 $\xi(k) \rightarrow \xi'(k')$ 且 $\xi'(k') = \lambda^{-\gamma} \xi(k)$ 其中 γ 是一个标度变换下的不变量,称为临界指数,它反映材料自旋耦合作用的特性.图3是不同 γ 值的关联长度与自旋耦合作用系数 k 的关系曲线.

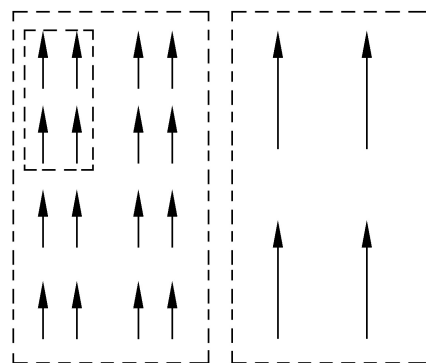


图2 伊辛系统

(2) 逾渗模型

在研究果树园中的虫害问题时,发现对特定的虫类,果树的行距、株距是十分重要的参数,并且存在一个临界值,当实际行距、株距大于这一临界值时,虫害对果树的影响只是局部的;若实际行距、株距小于临界值时,则虫害必定蔓延整个果树林,称为毁灭性的