

# 电子图书



信息技术的结晶

人类文明的载体

网络的基本资源

## 序

吴大猷先生 1907 年出生于广州一个书香门第。早年就读于天津南开大学物理系，得我国物理学界前辈饶毓泰的赏识。1931 年经饶毓泰和叶企孙推荐，赴美国密歇根大学深造。1932 年完成了《最重元素低能态》一文，预言铀后元素的存在，为后来超铀元素的发现做出了开创性的理论贡献。1933 年获博士学位。

1934 年，吴先生回国任北京大学物理系教授，时年仅 27 岁。抗日战争期间，吴先生转往昆明西南联合大学任教。尽管当时学校物质条件极差，但西南联大却以国际级学术水平见称。吴先生在艰苦条件下写成了《多原子分子的振动光谱和结构》一书。这是红外光谱、喇曼光谱和分子结构方面的首部研究专著，也是该研究领域的经典著作之一。吴先生因此书而于 1939 年获中央研究院丁文江奖。吴先生教书育人，奖掖后进，当年在他门下受业的学生，后来许多成为世界一流的科学家，其中包括两位诺贝尔物理学奖获得者杨振宁和李政道。

抗日战争胜利以后，吴先生去美国，先后在美国几所大学执教并从事物理学研究，其间有 14 年在加拿大国家研究院负责理论物理研究工作。

1956 年后，吴先生常到台湾讲课并兼任职务。1978 年从美国纽约州立大学退休后定居台湾。几十年来，他为台湾的科学和教育的发展绘制了蓝图，制订了发展规划和一系列政策，大大促进了台湾的科学和教育事业的进步，从而也推动了台湾的工业和经济的快速发展。

吴先生在从事科学研究和教学的同时，出版了 13 部专著、近 120 篇研究论文，涉及原子物理、分子物理、统计物理、天体物理与大气物理、原子核结构、散射理论、等离子体、气体和相对论等。吴先生在这些领域做出了不少具有独创性的贡献。

吴先生除了从事物理学研究，关心科技发展和教育改革之外，还涉足人文、社会等领域，对时代的弊病常常给以有力的针砭。吴先生自己说：“作为一个曾与任何组织和党派无瓜葛的‘局外人’，使我在决策时更独立也更客观。经年的严格学术生涯培养了我独立思考的习惯和思想的诚实性。对于无论个人或小集体利益的淡漠使我弥补我的坦率——对于过失直言不讳——可能带来的损失。”吴先生的坦诚率直赢得了公众的敬重。

70 年代以后，吴先生开始更多地思考有关科学的理论性问题，对科学，尤其是物理学的本质等进行深入的探讨。1974 年他出版了《现代物理学基础的物理本质和哲学本质》（The Physical and Philosophical Nature of the Foundation of Modern Physics）一书；1988 年 1 月，他因病住院，在医院写了《物理学的性质、简史和哲学》，此文发表在台湾中央研究院物理研究所集刊第 17 卷上；他在台湾大学物理系所作的 14 次系列讲演的汇集也以《物理学：它的发展和哲学》（Physics: Its

Development and Philosophy) 为题刊登于国际现代物理杂志 1989 年第 4 卷上;1992 年,吴先生又将此文作了大幅度修改和扩充,正式成书出版,定名为《物理学:它的发展》(Physics: Its Development)。

吴先生谈物理学理论的这两本书——《现代物理学基础的物理本质和哲学本质》和《物理学:它的发展》,都是用英文写作和发表的,国内还没有译本,现在由中国社会科学院哲学研究所金吾伦、胡新和两位把两书结合在一起译成中文,介绍给更广大的读者,我认为,这是一件很有意义的工作。译本定会国内广大物理学、哲学等学科的读者带来深刻的启示。

钱临照

吴大猷，中国物理学家和教育家。广东番禺县人，1907年9月29日生。天津南开大学物理系毕业，美国密歇根大学博士，北京大学、密歇根大学、纽约州立大学教授。曾任加拿大国家研究院理论物理组主任，纽约州立大学物理系主任等职。1967年任台湾科学发展指导委员会主任和科学委员会主任。1983年至1994年任台湾中央研究院院长。

吴大猷科学研究领域广及原子分子理论、相对论、经典力学和统计力学等。他预言了后铀元素的存在，被誉为“后铀元素之父”，原子光谱中所作的发现被人以其名字命名，称为“吴态”。他是中国物理学界的泰斗，学生中有李政道、杨振宁这样的诺贝尔奖得主。

## 第一章 引论

物理学有若干个层面。首先，我们最关心的是那些我们看做物理学本身主题的东西，即自然界和实验室内发生的物理现象、定律和理论，以及它们的应用。接着，关心的是物理学发展的历史——观察中的重要发现，由实验所得出的理论，以及物理学各分支的形成。进而，有一个更深的层面，那就是基本概念本质的研究和理论结构的研究。这，我们将不严格地称之为物理学哲学。大多数学习物理学的学生都满足于物理学的“作业知识”（working knowledge），独独把物理学哲学搁置一旁。毕竟没有它，物理学家们仍能做好他们的工作。事实上，大量的贡献，尤其是应用物理学于实际问题上的贡献，都是那些对有关物理理论基础可能无太多兴趣的物理学家做出的。但是，一位物理学家从对物理学演变过程的一个更深刻更具批判性的理解中，能获得精神上的更大满足与享受。

让我们先看看“定律”与“理论”。物理“定律”乃是一种连接某些物理概念的关系。经验定律便是从观察或实验资料中发现的这样的关系。前者的一个例子是开普勒行星运动定律，这些定律是从丹麦天文学家第谷·布拉赫（1546—1601）的观测资料中得出的。后者的一个例子是玻意耳（1627—1691）的气体定律。

对观测资料或实验资料进行分析，为我们思考现象和表述经验定律而引进概念，这些构成了作为一门科学的物理学成长的最初阶段。第二阶段则是经过思考构建现象的“理论”。

理论的目的是使物理学家运用较少的或较简单的连接物理概念的假定关系，去力图“理解”（以定律形式表达的）经验事实。这些假定关系可能要求引进新概念。牛顿运动定律中的动量概念，牛顿万有引力概念，热力学中的熵概念，化学中和气体理论中的分子概念等等，便是例子。这些假定依据它们所扮演的角色而被叫做“假定”（具有一种尝试的性质）、“假设”、“公设”（具有一种较强的性质）和具有欧几里得几何学中公理性质的“公理”。

理论的第一个明显要求是，它要与所有已知的观测事实相一致。第二个更加严苛的要求是，该理论的一切逻辑推论，都必须与为检验它们而设计的所有进一步的实验结果完全相符。因此，在这个意义上说，理论总是“处在试验之中”的；一旦发现其逻辑结论与某种经验事实相矛盾，该理论就必须加以修正或被抛弃。

按照爱因斯坦的论述（1919年），理论有两大类。一类他称为“构建性理论”，气体动理论就是这类理论的一个范例。另一类他称为“原理性理论”，经典热力学和相对论是这类理论的范例。

牛顿运动三定律，严格说来，应称为理论。“三条定律”都是强的“原



学家和哲学家的头脑中，欧几里得空间依然是我们的物理空间。但是，其他的空间也是可能的，对于这些空间，上面所说的“全等”是不可能的，例如鸡蛋的二维表面。广义相对论将弯曲空间引入了物理学。

试考虑时间概念。我们将不涉及哲学家的时间概念。在物理学中，我们涉及的是测量在同一空间彼此作相对运动的诸点上的事件之间的时间间隔。物理学中有绝对的时间（或宇宙时间）概念，这个概念一直沿用到爱因斯坦在他 1905 年的相对论对之作批判性的重新考察，并且表明它没有物理意义为止。

由空间和时间概念，人们得到速度、加速度等导出概念。于是，在处理动力学现象时，便形成了诸如粒子、质量、动量、力、功、能量等附加概念。与此相似，也形成了波、电荷、温度等等概念。

## 2. 物理定律

根据观察（和测量）的经验数据，应用已形成的概念，通过内插和外推，在概括的基础上运用归纳过程而得到种种关系，这些关系就成了物理定律。范例是：气体定律  $pV = RT$ 、开普勒行星运动定律、傅里叶热传导定律、安培定律、法拉第定律等等。物理定律在起源上是经验性的，尽管概括和抽象过程有时掩盖了这种经验本质。这后一种情况的实例是热力学定律和爱因斯坦—德布罗意关系（见第九章量子力学）。热力学定律是第一类和第二类永动机不可能这一经验事实的概括陈述，爱因斯坦—德布罗意关系则是由光电效应和康普顿效应等实验所揭示的波粒二象性的概括陈述。以这种概括形式，这些陈述在量子力学中可以被看做“原理”。

## 3. 物理理论

单独的“物理定律”集合只不过是一种组织起来的、系统的经验资料的集合而已。物理理论的目的和功能是要将许多分离的定律通过一些观念集合成为一个统一的整体。这些观念被叫做“原理”或“公设”，它们由包含物理概念的关系（方程）组成。一个理论必须与所有已知事实相一致，并且必须能借助逻辑演绎导出能提示新的观察或实验的新关系。如果一个理论，它能导出一个丰富的新研究领域并且预言实验所提供的所有事实，那么，它就是一个“好的”理论。一个理论不是一个终极真理，因为即使一个理论的大量推论都被证实了，只要有一个预言与观察不符就将迫使我们修改、或者抛弃这个理论。通过修改我们的理论，我们力图接近“真理”。这便是理论的地位！

在经典物理学（见第二、三章）中，有形成物理学基础的重要理论，这就是牛顿运动定律、牛顿万有引力理论、麦克斯韦电磁理论以及气体动

理论。人们也可以认为热力学具有理论的地位。在现代物理学中，两块基石是（狭义、广义）相对论和量子力学。

由上可见，物理定律的表述基本上是一个归纳过程，而物理理论则不是。物理理论的创立依赖于物理学家的想像、直觉和创造力，尽管一些经验物理事实的知识是必要的。正是由于这些个人的因素——想像、直觉和创造力，“哲学”才进入了物理学。在相对论和量子力学中，我们不仅看到了对经典物理学的基本概念所作的某些基础性的重新考察和重新表述，而且也看到了对于物理理论的本质所取的批判的哲学态度。

在这里我愿顺便谈谈那个通常的陈述，即科学的目的是寻求“真理”。这个问题不存在争议，争议在于物理学中“真理”概念的含义。就拿苹果落地这个简单的、基本的现象来说吧。我不知道在牛顿理论之前这种现象是如何解释的，很可能其解释和“真理”在不同文化中是不同的。人们普遍同意在牛顿之后的两个世纪之中，物理学家中确定无疑地认为，“真理”是地球的重力吸引造成了物体落地。但是，随着爱因斯坦“引力理论”的提出（其预言与牛顿理论略有偏离，而实验所得的结果支持了爱因斯坦引力理论）似乎显示出“真理”已经改变了。再拿宇称守恒定律来说，以前它一直被视为是一个自然定律，直到李政道、杨振宁博士的工作和吴健雄及其他人的实验证明它在衰变的弱相互作用中并不正确。其他例子也能说明这一点。由此足以说明，在物理学中和在科学中，“绝对真理”之说并不总是有意义的。

## 第二章 经典动力学

### 1. 经典物理学的基本特性

本章和第三章都属于经典物理学。这里我们就经典物理学的性质，作一必要的说明。

经典物理学，即力学和电磁学的最重要特征，就是决定论的本性，其意是在时空内用微分方程描述现象，只要在任何时空内给定了条件，那么，微分方程就完备地和唯一地决定了在任何时空内的一个系统的态。（请注意：不必把这个特征与因果性概念等同起来，因果性概念可能还包含着某种与物理学无关的思想要素。）

经典物理学的这种决定论特征在人的天然思维中有它的形而上学起源，而在力学中有它的科学起源。现在经典动力学可以说在天体力学中有它的基础，太阳系的行星运动能够经受重复的观察并且已经发现可以用运动方程高精度地加以描述。牛顿方程和以拉格朗日与哈密顿形式表述的牛顿方程，代表了最明确形式的经典决定论。

在经典力学中，“粒子”概念当然有它在我们日常经验中的起源，不过也可以被说成是在天体力学中有坚实的基础，这是指从天体观察中抽象出来而言，天体的运动可以用动力学方程描述。然而，还有另一些现象，

诸如声音、光和弹性物体，对于它们的描述则创造出另一个概念，即“波动”概念，发现用来描述它们最为合适——事实上合适到像“粒子”概念在物理学中一样的“自然”。现在，一个“波”的基本属性就是空间和时间中的周期性，这些属性可以用“波长”和“频率”概念来表达。于是这些属性就把波动与其基本属性是“动量”和“能量”的粒子区分开来。因此，在经典物理学中，我们就有了两种概念，“粒子”和“波”。

粒子	波
动量	波长
能量	频率

由它们的基本属性所表征的“粒子”和“波”是相互排斥的。它们的基本差别由于与波动有关的干涉和衍射现象而进一步加深。不以一种特设性的和强迫的方式给“粒子”增加非常复杂的性质，那么，粒子的“衍射”是难以设想的。

在经典物理学中，基本学科除力学外还有电磁学。而在电磁学中，电荷是在力学意义上的“粒子”，但对电荷之间相互作用的描述需要某些其他概念。法拉第引进“场”的概念，对物理学作出了最重要的贡献。“场”概念在麦克斯韦那里得到了充分的发展，他以场方程的形式给出了一种精确的数学表述。这些方程提示或预言了电磁场的波动性质，“电磁波”后来为赫兹所发现。伴随着麦克斯韦的理论和赫兹的发现，经典物理学可以说已臻“完成”了。“粒子”概念，为力学所庇护；“波动”概念，为电磁理论所涵盖。

经典力学中还有另一群现象，其中包含着大量的粒子。例如，考虑任何宏观量的任何气体。我们要处理的分子数目将达  $10^{22}$  数量级。在这种情况下，实际上不可能知道和鉴别系统的初始条件（动力学状态，即单个分子的坐标和动量）；我们也不着眼于这样一种细节的知识。我们只对系统在宏观尺度上的性质，即在我们观察和测量的尺度上的性质感兴趣。为此目的，我们引入宏观变量（作为与原子尺度上的“微观”变量相对比），并且通过引入概率概念与统计方法来处理大量分子的平均性质。然而，在原子层次上理论仍然在本质上是决定论的，因为单个分子仍然受决定论定律支配。

以下我们将从经典动力学开始讨论，理由是：（1）经典动力学是物理学最早的部分，从 17 世纪初叶就由伽利略和牛顿发展成了一门定量的科学。（2）它是最简单的，只包含三个基本概念，即空间（长度的量度）、时间（持续的量度）和质量（一物体阻止其速度变化的量度）。

科学的发展可以追溯到亚里士多德（公元前 384—前 322 年）及其学派；但他们没有把他们的研究建立在实验之上。强调实验和观察或许始于弗兰西斯·培根（1561—1626）；不幸，这种强调是定性的，而不是定量的和测量的。开普勒（1571—1630）和伽利略（1564—1642）是同时代人；

他们同是“近代科学”的先驱者——开普勒强调数学，伽利略强调实验和定量测量。这里还必须谈到较他们年轻的同代人 R·笛卡儿（1596—1650）。笛卡儿起初是一位亚里士多德主义者；尽管他受了开普勒工作的影响，但他相信物理学是从先验原理中推演出来的（像欧几里得几何学那样），而不相信观察和实验。物理学作为一门科学，在近代意义上的确可以说是自伽利略和牛顿的经典动力学开始的。

现在，距离和时间持续的概念在以下意义上可以看做是“基本的”，即它们不但为人类所“理解”，而且也同样为动物所“理解”。从昼夜、满月和季节的更替等现象中，人形成了周期性的概念，并很快发现了大自然的规律：一年有大约  $365 \frac{1}{4}$  天。

距离或长度的原始概念，立即被扩展到二维和三维，人们从事土地测量的经验又导致了欧几里得几何学的形成，它也许是第一个逻辑体系，并且在两千余年内一直独领风骚，直至 19 世纪非欧几何学可能性的发现。几何学的这些发展，在物理学中扮演了重要的角色，因为“空间”乃是物理学真实基础的一个基本概念。

让我们回过头去看一看伽利略以前的时期。人们从空间和时间的基本概念中推导出像速度和加速度这样一些概念。伽利略用一个圆球在斜面上的运动做实验。他通过改变倾斜角所作的观察和结论，奠定了运动“定律”的基础，这后来又被牛顿（1642—1727）作为他的运动第一定律表述出来。这就是众所周知的“惯性定律”，该定律包含了空间和时间概念之外的另一个概念，即惯性或“质量”。一个物体的质量是该物体的一种属性，即“抵抗”物体运动“状态”（诸如速度）的变化的性质，因此名之曰“惯性”。

牛顿为了完善他关于一粒子（一物体抽象为一个质点）在力作用下的运动“理论”，表述了第二定律，即运动方程。关于力（作用）本身，牛顿又陈述了第三定律，即作用和反作用定律。

我们将从牛顿三个运动定律的陈述开始：

## 2. 惯性定律

“一个质点，当它与所有其他质点相距足够远时，该质点之加速度消失。”

这一表达相当于那个若非更精确，也是更为人熟悉的表达形式：一物体，当无外力作用其上时，保持静止或匀速直线运动状态。请注意，作为一个基本理论，质点的概念是基本的，而一“刚性”物体的概念必须基于“大量的质点”（massive points）概念连同由质点组成的“物体”之结构（最终包含物质的原子本质）的辅助假设。

### 3. 运动定律

“在外力作用下，一个质点的运动由以下方程描述

$$\text{动量变化率} = \text{力}$$

或者

$$\text{质量} \times \text{加速度} = \text{力。} ”$$

这里，一个质点的运动必须被理解为“相对于其他客体的运动”，而这个概念的数学表达是用笛卡儿坐标  $x, y, z$  作为“时间”  $t$  的函数在一个适当选择的参考系内去描述这个点。很清楚，前面两个定律并非适用于任意参考系（牛顿的旋转桶，或一种旋转游戏装置的旋转台），而只适用于某些参考系。这些参考系被叫做“惯性系”。存在着无穷多个这样的参考系，即对一个惯性系作匀速（即无加速度）相对运动的所有参考系也都是惯性系。这是一种限制。广义相对论重新表述了动力学理论，以避免这种对惯性系的限制。

第二定律（ $ma = f$ ）是一个混乱的源泉。某些人争论说，如果将“力”视作原始概念，那么它是一个定义“质量”的方程，或者如果将“质量”视作原始概念，则它是一个定义“力”的方程。从逻辑的观点看，人们只要首先将质量作如下操作定义，便可避免上述混乱：不同物体（ $m_1, m_2, \dots$ ）受相同“力”的连续作用（比方说，一个受压缩的弹簧），且在实验上它们的加速度的倒数比

$$\frac{1}{a_1} \quad \frac{1}{a_2} \quad \dots\dots$$

被用来定义它们的惯性（或质量）的比率

$$m_1 \quad m_2 \quad \dots\dots$$

人们可以把其中的一个视作标准单位。于是关系式  $f = ma$  可以用来给出力的定量量度。

重要的是，不要把此混作循环定义。第二定律是一个理论，给出关于力（诸如万有引力，或在一个荷电粒子上的洛伦兹力）的定律意义上的理论，第二定律给出了运动方程，即对粒子在时空中的描述。

牛顿动力学在太阳系行星运动及所有其他方面应用的成功是如此之巨大，以致运动方程和万有引力的假设均被提升到“定律”的地位。

### 4. 力的定律

牛顿第三定律是说，对于每一个力，都存在着一个大小相等方向相反的反作用力。

这个定律明显地应用在牛顿的万有引力理论中。

我们现在将从现代发展的观点，即从狭义相对论和广义相对论及量子

力学的观点，来考察一下牛顿体系的基本内容。

为清楚起见，我们先概述一下牛顿理论及其推论的基本内容：

(1) 牛顿强调时间这一基本概念的意义，说：时间均匀和连续地流动，与任何其他事物无关。这样一种时间被称为“绝对的”或“普遍的”时间；因此所有观察者都有相同的时间，不论他们的相对运动如何。

在本书第四章中我们将看到，在物理学中，与哲学有别，这样一种绝对时间并不具有“操作”意义。

(2) 在牛顿动力学中，首先，空间距离的测量与时间无关，这是根据绝对时间的定义规定的。第二，三维空间有欧氏几何学的几何性质。在牛顿时代，除了欧氏几何外，还不知有任何其他几何学，空间的几何学问题尚未提出。事实上，直到爱因斯坦于 1915—1916 年提出引力理论之前，并不存在空间几何学问题。

我们将在第四章中看到，空间和时间这两个概念并不是独立的，而且四维时空也并不一定与物质（或能量）的存在无关，因此事实上按照爱因斯坦引力理论它是黎曼时空。

(3) 在牛顿动力学中，暗含着将以下一点视为当然的事，即同时测量（即知道）一个粒子（一个质点）的位置和动量在原则上是可能的。这种可能性隐含在运动定律本身中：运动的二阶微分方程的解要求知道  $x$  和  $p_x$  的某个同一时刻的初始值。

但是这种可能性在量子力学中从根本上被否定。

(4) 牛顿动力学中运动方程是决定论的和因果律的，即从一个由系统的粒子之坐标和动量所规定的已知初态出发，运动方程以一种决定论的方式导致一切其后时刻的确定状态。这导致拉普拉斯（1749—1827）宣称：一旦给出了某一瞬间宇宙中所有星星的位置和动量，那么，宇宙过去和未来的状态都将完全被决定。

但这种决定论和因果律在量子力学中基本上被否定。

(5) 让我们再次返回到牛顿动力学。我们已经强调过，牛顿的时间是“绝对的”。他的空间在下述意义上也是“绝对的”。

在惯性定律和运动定律的表述中，首先必须有参考系。于是很清楚，这些定律只对“非加速的”参考系才有效。但这隐含了一种“绝对的”空间；否则，“加速”一词便是空的。牛顿运动定律因而只对“惯性”（或伽利略）系有效。例如，在旋转系中，牛顿运动方程必须通过引入像离心力和科里奥利力等额外的“力”加以修正。这些“力”是由于参考系的加速才出现的；它们被认为是“虚拟的”，常称为“惯性力”。

虽则牛顿运动方程只对惯性系才有效，但它仍具有很大的普遍性——即它对于彼此作匀速相对运动的所有惯性系都有效。事实上，运动方程的形式在一切惯性系中都是相同的。我们将在第四章中回到这个“伽利略的相对性”。

## 5. 哈密顿动力学：可积系统

牛顿的运动方程由拉格朗日 (1736—1813)、泊松 (1781—1840)、哈密顿 (1805—1865) 和其他人用各种形式加以表达。最早的形式是莫培督的最小作用原理 (Maupertuis' principle of least action, 1744)

$$\int_{t_2}^{t_1} 2T dt = 0$$

[这里的变分号 意指, 运动的变化路径和实际路径满足同样的能量条件, 以使迁移时间  $t_1 - t_0$  对变化路径和实际路径来说是不同的, 即  $t$  不是一个人们可以令其变分等于零的独立变量。]

一个更普遍的形式则是哈密顿原理 (1834 年)

$$\int_{t_2}^{t_1} L dt = 0$$

$$L = \sum p_k \dot{q}_k - H = 2T - H$$

而  $H(p, q)$ , 哈密顿量是具有  $n$  个自由度的保守系统中的总能量: 这里的变分号 表示,  $t$  是一个独立变量, 并且所有的变化路径像实际路径一样具有相同的迁移时间  $t_1 - t_2$ 。

从哈密顿原理, 人们可以得到  $n$  个二阶拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0, \quad k = 1, \dots, n,$$

且哈密顿正则方程

$$\dot{p}_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}, \quad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad k = 1, \dots, n,$$

它们是  $2n$  个一阶微分方程。

虽则所有这些形式彼此等价并且在物理内容上也等价于牛顿的运动方程, 但它们在进一步的数学发展中, 例如在正则变换理论中就不同了。

让我们探索一下  $2n$  个  $q_k, p_k$  换成一个新的集合  $Q_k, P_k, k = 1, \dots, n$  的情况, 这种在  $Q_k, P_k$  中的正则方程像在  $q_k, p_k$  中一样, 具有相同的形式

$$\dot{P}_k = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_k}, \quad \dot{Q}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}, \quad k = 1, \dots, n$$

$$\bar{H} = \bar{H}(Q_k, P_k)$$

[这里, 为简单起见, 我们将考虑保守系统, 即  $H(q, p)$  并不明显依赖于  $t$ 。] 这种不变性的一个 (充分) 条件是

$$\sum p_k dq_k - \sum P_k dQ_k = S$$

这里  $S = S(q, Q)$ , 从这一点出发, 得出变换方程

$$p_k = \frac{\partial S}{\partial q_k}, \quad P_k = -\frac{\partial S}{\partial Q_k}, \quad k = 1, \dots, n$$

上述正则变换条件可以用许多等价形式表示, 诸如  $(Q_i, Q_j)_{q,p} = 0$ ,

$$(p_i, p_j)_{q,p} = 0, (Q_i, p_j)_{q,p} = \delta_{ij}$$

其中

$$(u_i, v_j)_{qp} \equiv \sum_k \left( \frac{\partial u_i}{\partial q_k} \frac{\partial v_j}{\partial p_k} - \frac{\partial u_i}{\partial p_k} \frac{\partial v_j}{\partial q_k} \right)$$

是泊松括号表示。

2n 个一阶正则方程有 2n 个一次积分，其中之一是能量积分

$$H(q, p) = h$$

按照庞加莱的论证，一般地在  $q_k, p_k$  中不存在单值的和解析的其他积分

(1892 年)。〔在特殊情况下，对应于动量和角动量守恒的一次积分存在。〕由此我们就能理解，为什么三体问题一般不可能用经典动力学“解决”。

最具有意义的是对一个已知其 n 个独立的单值的一次积分的系统，

$$f_j(q, p) = c_j, c_j = \text{常数}, j = 1, \dots, n$$

如果任意对  $f_j, f_k$  的泊松括号消失，

$$(f_j, f_k) = 0, j, k = 1, \dots, n$$

则正则方程的系统便是“可积的”。这一陈述可作如下证明：

让我们选择  $f_k(q, p)$  是作用变量  $J_k$  (具有相应的角变量  $W_k$ )，并且通过一个函数  $S^*(q, J)$  按照

$$p_k = \frac{\partial S^*}{\partial q_k}, W_k = \frac{\partial S^*}{\partial J_k}$$

作一个正则变换从  $q, p$  到  $W, J$ ，哈密顿量  $H(q, p)$  转变为  $\bar{H}(W, J)$ ，且正则方程

$$\dot{W}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial J_k}, \dot{J}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial W_k}$$

但是因为  $J_k = f_k = \text{常数}$ ，可以知道  $\bar{H}$  仅仅是  $J$  的函数，所以

$$J_k = \text{常数}$$

$$W_k = v_k t + \delta_k \quad (\text{此处 } v_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial J_k} = \text{常数})$$

为了找出  $S^*(q, J)$ ，因  $J_k = \text{常数}$ ，所以

$$dS^* = \sum \frac{\partial S^*}{\partial q_k} dq_k = \sum p_k(q, J) dq_k$$

$$S^*(q, J) = \sum \int_0^{q_k} p_k(q, J) dq_k$$

从  $f_j(q, p) = J_j, j = 1, \dots, n$ ，人们就能得到作为  $q, J$  函数的

$p_k$ ，积分值也可求得；所以  $S^*(q, J)$  就能找出。从  $W_k = \frac{\partial S^*}{\partial J_k}$ ，人们就能

得到  $q_k = q_k(W, J)$ 。最后得到

$$p_k = p_k(q, J) = p_k(W, J)$$

证毕。

阐明上述方法的最简单例子也许就是一个电子在核电荷为  $Ze$  的库仑场中的问题。当然无论是这种方法还是分离变量法均导致(类氢原子)系统能量的相同(索末菲)结果

$$E = -\frac{2\pi^2 mZ^2 e^4}{(J_v + J_\theta + J_\psi)^2}$$

这里  $J_v, J_\theta, J_\psi$ , 为三个作用变量(也是一次积分)。

## 6. K - A - M 理论

在一个反平方律引力场中,一个物体的运动方程因其高度对称性是完全可积的。运动是周期的,且因此是稳定的。一般说来, $N$ 个物体的系统在无限长时间内运动的问题,由  $2n$  维相(或  $r$ ) 空间内一个点  $Q(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)$  的运动来描述。问题是点  $Q$  是否在时间进程中通过在  $2n-1$  维能量表面上的每个点(或者,为人们所要求的那样近乎每个点)。所谓各态历经假设(Ergodic Hypothesis),即由L. 玻耳兹曼和J.C. 麦克斯韦于19世纪80年代提出的  $Q$  通过每个点的假设,已被认为是站不住脚的。庞加莱(1892年)给出了所谓各态历经定理,即在长时间进程中,相点  $Q$  通过人们所希望的任何点附近,以致运动是准周期的,因此是准各态历经的。

然而,存在已知的行星运动,它在  $10^9$  年内是稳定的,即明显不是各态历经的。G.D. 伯克荷夫已揭示了运动“形式”积分的存在(1927年);在稳定运动的“近邻”,系统不是各态历经的。

在该问题上的第二个重要进展来自A.N. 科耳莫戈洛夫(1954年)、V.I. 阿诺德(1963年)和J. 莫塞(1962年)的工作。他们研究了如下的问题:选取一个系统,它的哈密顿量  $H(q, p)$  可以用一种正则变换而变换成前节所述的角作用变量  $(W, J)$ , 以使  $H$  可以表达成一个级数(用解析)

$$H(q, p) = H_0(J) + H_1(W, J) + \dots$$

$H_0(J)$  是其中  $n$  个一次积分为  $J_k$  的完全可积系统,  $\epsilon$  是一个“小的”参数,而  $H_1(W, J)$  是一个在系统中代表“相互作用”的“微扰”。

科耳莫戈洛夫、阿诺德和莫塞的重要结果是,对非常小的  $\epsilon$ , 系统  $H$  具有稳定的行为(即非各态历经行为)。然而,情况十分复杂,且我们不可能对K-A-M理论作更详细的讨论。

## 7. 万有引力理论

牛顿的万有引力理论,虽然不是普遍动力学原理的一部分,但在物理学发展中具有基本的重要性。我们将提出一系列的评论:(1)万有引力

理论是重要的，因为它把许多不同的现象统一成一个“定律”，即开普勒行星运动的三个经验定律（1609年、1619年）、月亮绕地球的运动、“苹果落地”及潮汐等。力图更简单地描述自然现象，一直是物理学追求的重要目标之一。我们将在下一章中看到另一个“统一”，即明显不同的电现象和磁现象统一成一个电磁场——相对论中的四维势；第十三章及附录13中将讨论电弱相互作用的统一和电弱强相互作用的统一。时下的目标是上述电、弱、强相互作用与引力相互作用的大统一。

(2) 牛顿万有引力理论最初假定的是两大团粒子“超距”的相互作用，即中间无任何媒介。这种“超距作用”很难理解。牛顿事实上表达了这样的信念，即：经由真空而产生超距作用的思想是荒谬的。然而，牛顿在他的《原理》一书中说得很清楚，他的万有引力理论只是为（开普勒定律的）数学预言提供一个必要的工具，而不涉及引力的机制，即并不触及两个物体为什么互相吸引的问题。我们必须注意到，这一直是物理学家对待物理理论的主流哲学。一个引力定律只描述两个物体怎样相互吸引，而并不解释这两个物体为什么会相互吸引，对后一个问题的考虑已属物理学之外了。

(3) 在  $r$  点的一个物体  $m$  受到的来自  $R$  点的另一个物体  $M$  的万有引力，可以用一个（标量）势（能）加以表达

$$F = -\frac{GmM}{r-R} \nabla_r (r-R) = -m \nabla_r v \quad v = -\frac{GmM}{r-R}$$

这就引入了  $R$  点的一个质量  $M$  在  $r$  点产生的引力场概念。这样一个静态场满足拉普拉斯方程或泊松（1781—1840）方程。但是一个以有限速度在空间传播的场的完整概念还有待于 19 世纪法拉第和麦克斯韦的工作。

(4) 随着牛顿万有引力理论说明开普勒行星运动三大定律的巨大成功，爱德蒙·哈雷（1656—1742）将此理论应用于彗星轨道。经数学家拉格朗日、拉普拉斯和高斯（1777—1855）之手，天体力学学科诞生了。这个理论也被提升到定律的地位。

在开普勒定律的时代，只知道有水星、金星、地球、火星、木星和土星等行星。当然引力定律并没有预言任何轨道上行星的存在，但在 1781 年天王星发现之后，人们发现它的运动表明有某些奇异的特性，按照万有引力定律，似乎指示出有来自一未知行星的扰动，即来自不是已知的从水星到土星的行星扰动。乌本·J·勒威耶和约翰·C·亚当斯通过计算，预言了未知行星的位置，1846 年，第八颗行星海王星被发现。又一个类似的故事重复出现，第九颗行星冥王星于 1930 年被发现。万有引力定律取得的成功确实是巨大的。

(5) 物理学的进步和演化是一个无穷尽的过程，而万有引力定律也绝非已终结真理。爱因斯坦于 1915—1916 年在他的广义相对论基础上提出了一个新的“引力理论”，这个理论我们将在第四章和本书结尾的附录

3 中再作较详细的描述。

### 参考文献

吴大猷：古典动力学（理论物理第一册），科学出版社，北京，1983年

（拉格朗日和哈密顿力学）

Articles by J .Moser ,Y .M .Treve in Topics in Nonlinear Dynamics ,  
A Tribute to Sir Edward Bullard ,ed .by Siebe Jorne ,American  
Inst . of Phys . , New york , 1978 .

（K - A - M 理论）第三章 光学和电磁学

## 1 . 光学

有关光现象的研究领先于电和磁现象的研究一个世纪。最早知道的光传播的特征是直线传播以及由 W . 斯涅耳（1591—1676）于 1621 年实验发现的反射和折射定律。但是，光理论发展的历史（在 17 ~ 18 世纪期间）是一段复杂的历史，其中包含了许多伟大人物的名字，像笛卡儿、惠更斯（1629—1695）、胡克（1635—1703）、牛顿、杨（1773—1829）、菲涅耳（1788—1827）等等，都卷入了微粒说和波动说之间的争论。下面我们只能提供一个非常简要的梗概。

笛卡儿有一个关于事物的总纲要：宇宙的机械论观点。他把以太概念作为具有机械性质的介质引入物理学。他关于（微粒）光的折射定律的演绎暗示，它在（比方说）水中的速度大于在空气中的速度。顺便说一句，牛顿的光微粒说也导致了同样的错误结论。

费马（1601—1665）于 1657 年提出了光传播的最小时间原理（Principle of Least Time）。这个变分原理形式的数学定律具有普遍性和重要性，他是在物理学中以这种形式表达定律（或原理）的先驱；这个定律也优于笛卡儿的理论，因为它作了正确的假定，即光速在（比方说）水中比在空气中要小。然而，该原理的推导是基于形而上学考虑而非物理学考虑的。

罗伯特·胡克是一位比牛顿稍年长的同代人。他赞成光的波动说（1667 年），而牛顿坚持微粒说。牛顿于 1666 年发现棱镜分离太阳光成光谱，并于 1671—1672 年批评胡克的理论，由此在他们两人之间展开了一场争论，弄得关系紧张。人们认为，这可能是造成牛顿后来不愿出版他的著作的因素之一。牛顿拒绝接受波动说，是由于波动说不能说明光的直线传播，因为在托马斯·杨 1801—1803 年的实验之前，衍射现象尚不知道。另一方面，偏振和双折射现象已由牛顿于 1717 年在光的两侧性（two sidedness）基础上得到“解释”，而且值得注意的是，他事实上利用偏