物理实验教程

主编：胡根大　洪鹏程

上海大学出版社

内 容 提 要

本书根据高等工业学校物理学教学大纲，并参照工科物理实验课程教学基本要求编写而成。内容包括实验绪论、力学实验、电学实验、光学实验和近代实验几部分。其中包括部分设计性实验。绪论部分介绍了误差基本概念、有效数字概念以及作图法的基本规则，还对目前计量工作中采用的不确定度基本知识作了简单介绍。每个实验的原理和步骤的讲解深入浅出，内容详尽。仪器介绍实用典型，便于学生自习。书末附录给出国际单位制简介、一些常用物理数据，以供参考。

本书可作为高等工业学校理工科各专业的物理实验课程的教学用书，也可供业余大学、夜大学等学校选用，并可作为实验技术人员和有关课程教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

物理实验教程 / 胡根大等主编. 上海：上海大学出版社，2006.8
ISBN 7-81058-988-1/O·039

Ⅰ. 物… Ⅱ. 胡… Ⅲ. 物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 089924 号

责任编辑 陈海清
封面设计 柯国富
责任制作 章 斐

物理实验教程
胡根大 洪鹏程 编
上海大学出版社出版发行
(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)
(http://www.shangdapress.com 发行热线 021-66135110)
出版人：姚铁军
*
印刷 各地新华书店经销
开本 787×960 1/16 印张 14 字数 250 千
2006 年 9 月第 版 2006 年 9 月第 次印刷
印数：1—6 100 册
ISBN 7-81058-988-1/O·039
定价：20.50 元

《物理实验教程》编委会：

胡根大　洪鹏程　张建军

蔡明霞　徐　锋

前　言

本书根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》和《高等工业学校物理学教学大纲》，并结合编者多年来在物理学和物理实验课程方面的教学经验编写而成。

上海地区高校已普遍将物理实验作为一门独立设置的必修课程开设，许多高校还做到了学生一人一套仪器的教学要求。这充分体现了实验教学的根本目的在于“培养学生科学实验的能力，提高学生科学实验的素质”。

物理学是一门实验科学。物理学的理论是通过观察、实验、抽象、假说并通过实践检验而建立起来的。早在三百多年前，从伽利略和牛顿等学者以科学实验方法研究自然规律开始，就逐渐形成了一门物理科学。从此一切物理概念的确立，物理规律的发现，物理理论的建立都有赖于实验，并受实验的检验。所以实验与理论相辅相成：实验是物理学的基础，理论是实验的总结。任何物理理论都必须依靠实验提供精确的数据来验证。

作为培养高级工程技术应用型人才的高等工科学校，不仅要使学生掌握比较深广的理论知识，还要使学生具有较强的从事科学实验的能力。物理实验是一门对高等工科学校学生进行科学实验基本训练的基础课程，是学生在高等学校受到系统实验技能训练的开端。它在培养学生运用实验手段去发现、观察、分析和研究解决问题的能力方面，在提高学生科学实验素质方面，都起到重要的作用。同时，它也将为学生今后的学习、工作奠定一个良好的实验基础。

物理实验课有其自身的规律和特点。学生应遵循这些规律，采取与物理理论课程有所区别的学习方法，充分重视上好实验课的三个环节（预习、操作、总结），举一反三，边操作边思考，理论联系实际，及时总结，并不断培养对实验的兴趣。切忌轻视实验，对实验课程采取敷衍了事、得过且过的错误做法。否则，学生不仅学不到科学实验的有关知识，甚至还会出现损坏仪器、危及安全的各种事故。

为保证教学质量，确保物理实验课程正常的教学秩序，请同学们自觉遵守以下规定：

（1）在规定时间内进行实验，不得无故缺席、迟到、早退。因故不能按时实验者，必须事先请假，并约定补做日期，否则作旷课论。

（2）实验前认真阅读讲义上有关内容，明确所做实验的目的、原理、仪器及步

骤，写好预习报告。未按要求预习者，不得进行实验操作。

（3）实验时先熟悉仪器设备，了解其使用方法和注意事项，严格遵守操作规程，切实注意安全，对需使用电源的实验必须经教师检查线路，同意后方可接通电源。另一方面，也反对过分依赖教师，机械按讲义操作。

（4）一旦发生事故应立即报告教师，控制现场，并根据情况按有关规定处理。

（5）进入实验室必须衣冠整洁，并注意保持实验室安静、清洁，不准随地吐痰、乱扔纸屑，不准吃零食、饮料，不准在实验室内嘻闹喧哗；不准穿拖鞋、背心进入实验室；爱护仪器设备，非本组实验器材未经同意不准动用。

（6）实验完毕，原始数据及实验装置经教师检查认可后，方可切断电源，拆除线路，整理仪器。

（7）离开实验室前，应将原始数据填写在“实验数据存档卡”上交给教师。做实验报告时，以此数据为凭。实验数据不得篡改，不得互相抄袭。一经发现，该次实验成绩按不及格论处。如果实验后发现数据有误，应到实验室申请重做实验。

（8）实验报告应按时、按要求认真完成，送交指导教师批阅。

本书的编写成功得益于多位曾共事的物理实验前辈的一丝不苟的努力探索和精心指教，编写中也参考了部分兄弟院校的相关实验教材。在此对他们表示衷心的感谢。

本书编写的分工如下：胡根大编写绪论、实验 12、18、25、附录，洪鹏程编写实验 1、4、14、26，张建军编写实验 7、9、13、15、23，蔡明霞编写实验 5、8、10、11、16、21、24，徐锋编写实验 2、3、6、17、19、20、22。

编写教材是一项艰苦又复杂的工作，有赖于不断的改进和长期的探索。教材中的缺点错误在所难免，敬请使用和阅读本书的同行、同学和技术人员不吝指教，以便再版时修订和改正。

胡根大

2005 年 8 月

目　　录

绪　论 …… 1
一、物理实验课的目的 …… 1
二、怎样上好一堂物理实验课 …… 1
三、测量与误差 …… 3
四、误差的分类 …… 4
五、直接测量结果的误差 …… 7
六、间接测量结果的误差 …… 11
七、有效数字的一般知识 …… 16
八、有效数字运算规则 …… 17
九、误差与有效数字的关系 …… 18
十、误差与有效数字运算举例 …… 18
十一、处理实验数据的几种基本方法 …… 20
十二、处理系统误差的一般知识 …… 24
十三、不确定度简介 …… 26
练　习 …… 29
实验一　长度的测量 …… 31
实验二　杨氏模量的测定 …… 44
实验三　用三线扭摆法测物体的转动惯量 …… 49
实验四　扭摆法测物体转动惯量 …… 55
实验五　速度和加速度的测量 …… 65
实验六　碰撞 …… 71
实验七　声速的测定 …… 76
实验八　液体表面张力系数的测定 …… 81
实验九　电学基本仪器的使用 …… 86

实验十　静电场的测绘 …… 97
实验十一　用稳恒电流场模拟静电场 …… 101
实验十二　万用表的使用 …… 108
实验十三　电桥测电阻 …… 118
实验十四　用电位差计测量电动势 …… 124
实验十五　示波器的使用 …… 133
实验十六　灵敏电流计的研究 …… 144
实验十七　用示波器测量铁磁材料的磁滞回线 …… 150
实验十八　分光计调节和三棱镜顶角的测定 …… 156
实验十九　玻璃三棱镜折射率的测定 …… 164
实验二十　氢里德伯常数的测定 …… 167
实验二十一　迈克尔逊干涉仪的调节与使用 …… 171
实验二十二　薄透镜焦距的测定 …… 176
实验二十三　旋光性的测定 …… 183
实验二十四　牛顿环 …… 189
实验二十五　电表的改装和校正 …… 194
实验二十六　伏安法测电阻实验设计 …… 201
附录一　国际单位制简介 …… 205
附录二　一些常用的物理数据 …… 207

绪　论

一、物理实验课的目的

认识来源于实践。从本质上说物理学是一门实验科学。物理概念的建立、物理规律的发现、物理理论的形成，都必须以严格的科学实验为基础，并且不断受实验的检验。在物理学的发展进程中，理论物理学的作用无可置疑，如麦克斯韦的电磁理论、爱因斯坦的相对论、卢瑟夫和波尔的原子模型、薛定额和海森伯等人的量子学说等，都使20世纪的物理学大放异彩。但必须看到，这些理论与学说无一不是以实验的新发现为依据，而又都被进一步的实验所验证的。在物理学的发展进程中，物理实验一直起着重要的作用。在今后探索和开拓新的科技领域中，物理实验仍然是有力的工具。

大学物理实验是学生进入大学后所接受一系列科学实验基础训练课程中的一门重要课程，它不仅使学生加深了对物理学理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识，在实验方法和技能诸方面得到较为系统和严格的训练。可以说，物理实验课程是大学阶段学习从事科学实验的开端。同时在培养科学工作素质及树立科学世界观方面，它也起着潜移默化的作用。因此，学好物理实验对于高等学校的理工科学生来说是十分重要的。

作为一门独立的实验课程，物理实验的教学目的是：

（1）通过对物理实验现象的观测和分析，学习理论指导实验、分析和解决问题的方法。通过理论和实际的结合，加深对理论的理解。

（2）培养学生从事科学实验的初步能力。这些能力包括：通过阅读讲义或有关资料，能概括出实验原理和方法的要点；正确使用基本实验仪器，掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能；正确记录和处理数据，分析实验结果，撰写比较完整的实验报告；自行设计和完成某些不太复杂的实验任务等。

（3）培养学生实事求是的科学态度，严谨踏实的工作作风，勇于探索、坚韧不拔的钻研精神以及遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

二、怎样上好一堂物理实验课

物理实验课主要包含三个基本环节——实验前的准备（预习）、实验的进行（操

作)和实验后的总结(报告)。

(一) 实验前的准备 (预习)

预习可分为两个阶段:阅读有关材料和听预习讲解。

实验讲义是实验的指导材料,对实验各方面内容都作了明确的阐述。因此,在上实验课前一定要认真阅读实验讲义中有关内容(包括附录),如有必要还要查阅其它的参考资料,以求得对本实验的全方位的了解。

经过阅读和理解,学生应对自己提出如下几个问题:① 是否已确切了解本实验的目的和原理?② 是否已经完全明确实验的各个步骤?③ 通过这些实验训练,自己将学到哪些实验技能和实验理论?④ 对于本实验还有哪些疑问?⑤ 能否对实验的某个环节提出改进意见?

经过阅读和思考,学生还应该在规定时间内到实验室听预习讲解。每个实验都安排了预习课,通过教师的讲解和演示操作(如果需要的话),学生可以对照实物,进一步理解实验原理,熟悉仪器的使用方法。若有疑问,可当场向教师质疑。

在正式实验前,必须按要求写出预习报告。预习报告是同学们实验操作的备忘录。如果能根据预习报告独立完成实验操作而无需再看讲义,那么预习报告是合格的。预习报告不能三言两语、草草了事,应基于对实验全方位理解,用简洁的语言阐述实验原理和步骤等,但反对在预习报告中大量抄袭讲义内容。

预习报告必须做在专备的《物理实验预习本》上。一份完整的预习报告包括以下几个方面:① 实验名称;② 实验目的;③ 有关测量的计算式、电路图(对电学实验)、光路图(对光学实验);④ 实验仪器设备名称;⑤ 数据记录表格。

(二) 实验的进行 (操作)

进入实验室后应遵守实验室规则,以科学工作者的标准要求自己。井井有条地布置仪器,安全操作,注意细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中出现的问题。实验时注意操作的规范与准确。防止因不符合要求的操作而给实验带来不必要的系统误差。不要期望实验进程总是一帆风顺,应把遇到问题看作是学习的良机,冷静地分析和处理它。仪器发生故障时,应在教师指导下学习排除的方法。总之,要将着眼点放在自身实验能力的培养,而不只是测出几个数据而已。

实验数据测得以后,应先把测得的原始数据交指导教师检查。检查通过后,将原始数据抄在“实验数据存档卡”(由实验室提供)上,连同填好的“实验仪器使用情况表”(与每套实验仪器放在一起)一并交指导教师签名。然后整理仪器,做好清洁卫生,离开实验室。

(三) 实验后的总结 (报告)

实验报告是实验成果的书面反映,应按讲义要求全面正确地反映实验数据的处理过程和最后结果,不能不动脑筋地抄讲义上大段内容。实验报告不同于实验

讲义，实验讲义是供实验者阅读、指导实验的；而实验报告则是向别人报告实验的原理、方法，所使用的仪器和所测得的数据、结果等，供别人评价自己的实验结果的。认真书写实验报告可以提高自己撰写科研报告和科学论文的水平，提高组织材料、语言表达和文字修饰能力。一份合格的实验报告应该简明扼要、思路清晰，数据、图线、表格齐备，而且有科学的结论。

实验报告应写在专用的实验报告纸上。图线应用铅笔作在毫米方格纸上。书写时，字迹要工整。报告的内容应包括：实验名称、实验目的、实验原理、仪器设备、实验步骤、数据记录、数据处理、最后结果以及讨论等九部分。

关于实验名称、实验目的和仪器设备一般应与讲义上的提法一致。

关于实验原理。除了应包括必要的电路图、光路图、测量及计算所依据的公式外，还应在理解的基础上，用自己组织的语言简明扼要地讲明本实验的理论依据、仪器的结构原理及测量方法。

关于实验步骤。在理解透彻的基础上写出关键性的调整方法与主要测量步骤。

关于数据记录。一般要求以表格形式记录原始数据，注意勿忘写上测量值的适当单位。

关于数据处理。应包括表格内数据的处理，多次直接测量值及间接测量值的计算，绝对误差、相对误差的计算，根据需要作出的图线等。处理数据要遵循有效数字运算法则。

关于最后结果。一般来说，最后结果应包括测量值、绝对误差、相对误差三部分，把它们有机地结合起来，并标上适当的单位。记住：一份完整的实验报告必须有最后结果。

关于讨论（包括回答思考题）。内容不受限制，可谈体会，可谈对实验的改进意见，也可对实验结果或误差作一些分析，但应避免泛泛而谈，言之无物。

最后，一份字迹清晰、内容完整、结论正确的实验报告应如期送交实验教师批阅，不得无故迟交。

三、测量与误差

物理实验离不开对物理量的测量。所谓测量，就是将待测量与一个被选作单位的同类量进行比较，求出它对单位的倍率的过程。这个倍率（连同其单位）就是该物理量的测量值。为了进行测量，国际上规定了一些标准单位，如质量单位为千克（kg），长度单位为米（m），时间单位为秒（s），电流强度单位为安培（A）等。

每个所要测量的量总有一个客观的真实大小。这个反映物理量真实大小的数值就称为真值。测量的目的就是力图得到真值。但事实上，由于任何测量仪器、测

量方法、测量环境、测量者的观察力等都不能做到绝对严密，因此测量值与真值总有一定的差异，这种差异在实验中就称作误差。其表达式为：

$$\Delta N = N - N_0$$

式中：N_0 表示真值，N 表示测量值，ΔN 为该测量值的误差。

实践证明，测量存在误差。误差贯穿于测量的全过程。所以任何一次测量都应包括测量值和误差两个要素。若只给出测量值而没有恰如其分的误差，这个测量结果是不完整的。因为它没有给出测量结果的准确性，即可靠程度，人们无法确定真值的取值范围。因此，分析测量中可能产生的各种误差，尽可能消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差作出估计，就是物理实验和许多科学实验必不可少的工作。所以我们必须了解误差的概念、特征、产生的原因和估计方法等有关知识。

四、误差的分类

误差按其产生的原因和性质，可以分为系统误差和偶然误差两类。

(一) 系统误差

系统误差的特征是确定性。在相同的条件下(指方法、仪器、环境、人员)对同一量进行多次测量时，误差的绝对值和符号(正、负)保持不变；测量条件改变时，误差亦按一定的规律变化，这类误差称为系统误差。

产生系统误差的原因有以下几方面。

(1) 仪器误差：这是由于所使用的仪器本身构造上的不完善或仪器未经很好校准所造成的误差。例如：天平的两臂不等长，米尺、温度计、表盘等刻度不均匀，仪表的零点没校准等。

(2) 方法误差：这是由于测量所依据的实验理论、实验方法不完善或实验条件不符合要求所导致的误差。例如：用单摆测重力加速度时，单摆周期公式的成立条件是摆角必须小于 5°。如果实验时没有满足该条件，将引入系统误差；量热学实验中因热量散失常被忽略而造成的误差；自由落体实验中忽略了空气的阻力等。

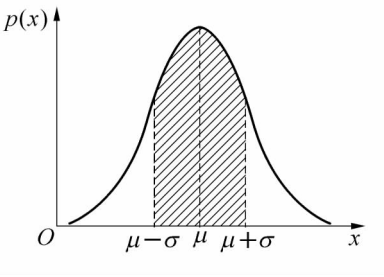
(3) 测量者个人因素带来的误差：这是指因测量者本身不满足实验要求的生理和心理特点所导致的误差。例如：由于个人反应速度不同，使得动态测量时读数总是有超前或滞后的趋向；或由于个人分辨能力的高低、个人的固有习惯使得读数始终偏大或始终偏小等。

由于系统误差总是具有某种确定的规律，多次测量中的每一次都会使测量值固定地比真值偏大或偏小，因此不能通过增加测量次数来消除或减小系统误差。但是如果能找出产生某种系统误差的原因，我们就可以采取适当的方法来消除或

减小其影响，并对测量结果进行修正。

（二）随机误差（偶然误差）

在相同条件下对某一量进行多次测量时，虽然系统误差已被排除或减至最小，但每次测量结果之间还会出现一些无规律的差异。这种绝对值和符号随机变化的误差，称为随机误差，也称偶然误差。随机误差是由于实验中许多难以确定的因素（如温度或湿度变化、电源电压的起伏、空气流动、振动等）引起的，都是一些不能掌握或预料的偶然因素，是无规则的。但若测量次数足够多，随机误差就显示出明显的统计规律。在多数物理实验中，随机误差呈正态分布（高斯分布）（如图一所示）。



图一　正态分布曲线

图一中 x 代表某一物理量的实验测量值，$p(x)$ 为测量值的概率密度，根据统计学原理

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

其中

$$\mu=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum x}{n},\quad \sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{n}}$$

从曲线上可以看出被测量值在 $x=\mu$ 处的概率密度最大，曲线峰值处的横坐标对应于测量次数 $n\to\infty$ 时被测量的平均值 μ。横坐标上任一点到 μ 值的距离 $(x-\mu)$ 即为与测量值 x 相应的随机误差。随机误差小的数据测得的概率大，随机误差大的概率小。σ 为曲线上拐点处的横坐标与 μ 值之差，它是表征测量值分散性的重要参数，称为正态分布的标准偏差。这条曲线是概率密度分布曲线。当曲线和 x 轴之间的总面积定为 1 时，介于横坐标上任何两点间、分布曲线下的那部分面积可以用来表示随机误差在相应范围内的概率。如图一中阴影部分 $\mu-\sigma$ 到 $\mu+\sigma$ 之间的面积就是随机误差在 $\pm\sigma$ 范围内的概率（又称置信概率），即测量值落在 $(\mu-\sigma,\ \mu+\sigma)$ 的区间中的概率，由定积分计算得其值为 $P=68.3\%$，如将区间扩大到 -2σ 到 $+2\sigma$，则 x 落在 $(\mu-2\sigma,\ \mu+2\sigma)$ 区间中的概率就提高到 95.4%；x 落在 $(\mu-3\sigma,\ \mu+3\sigma)$ 区间中的概率为 99.7%。

从分布曲线可知，随机误差具有以下性质：

（1）单峰性：绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大；

（2）对称性：绝对值相等的正、负误差出现的概率相等；

(3) 有界性：绝对值很大的误差出现的概率近于零，即误差有一定的实际限度；

(4) 抵偿性：当测量次数 $n\to\infty$ 时，随机误差的平均值趋于零。

因此，多次测量值的算术平均值可以作为直接测量的最近真值(最佳值)。在一定条件下增加测量次数可以减小偶然误差。

总之，系统误差与偶然误差性质不同，来源不同，处理方法也不完全相同。我们往往用精密度、准确度和精确度定性的评价测量结果的好坏。

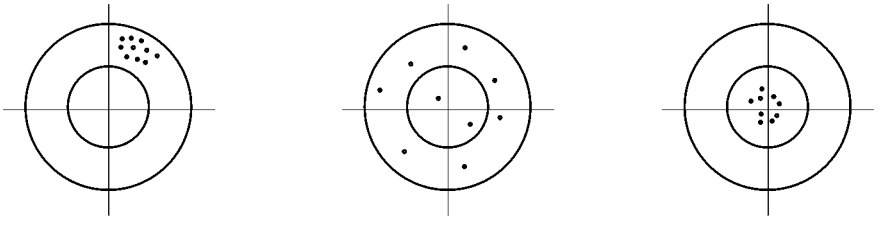
测量的精密度高，是指测量数据比较集中，偶然误差较小。

测量的准确度高，是指数据的平均值偏离真值较少，测量结果的系统误差较小。

测量的精确度高，是指测量数据比较集中在真值附近，即测量的系统误差和偶然误差都比较小。

在科学实验中，应尽量提高测量的精确度。

我们以打靶弹着点为例(见图二)，说明三者的意义和区别。



图二　打靶弹着点分布

图二(a)弹着点比较集中，但都偏离靶心，表示精密度较高而准确度较差；图二(b)虽然弹着点比较分散，但平均值较接近中心，表示准确度较高而精密度较差；图二(c)则表示精密度和准确度均较好，即精确度较高。

影响测量结果精确度的因素，有时主要是偶然误差，有时主要是系统误差，视具体分析而定。而测量结果最终的误差应是两种误差的总和。

需要强调指出的是：在整个测量过程中，除了上述两种误差以外，还可能发生读数、记录上的错误，仪器缺陷、操作不当等造成的测量上的错误。错误不同于误差，它是不允许存在的，同时也是完全可以事先发现和避免的。

要求：实验人员必须一丝不苟、严格细致地操作，及时发现错误并纠正之，不使错误影响实验的结果。记住：错误不是误差。

在下面的讨论中，我们只考虑偶然误差，而假设系统误差已经消除或已经

修正。

五、直接测量结果的误差

物理实验中，有些物理量是可以用仪器直接测量得到的。如物体的长度可用米尺或游标卡尺量得，线路中的电流强度用电流表量得，水温用温度计测得等。这些物理量称作直接测得量。直接测得量可以由一次测量得到，也可以由多次测量后取平均值得到。对这两种测量方法，其误差的估算方法也不完全一样。

(一) 单次直接测量值的误差估算

有时由于条件限制，或测量精密度要求不高，对一个物理量只进行了一次直接测量，则该次直接测量的误差可按仪器出厂检定书或仪器上注明的误差来定。若没有注明，一般可取仪器最小分度的一半作为单次测量的误差。例如以毫米为最小分度的米尺和以百分之一毫米为最小分度的螺旋测微计，它们的单次直接测量值的误差可分别定为 0.5 mm 和 0.005 mm。对于数字式仪表，可取仪器的最小读数为单次测量值的误差。

(二) 多次直接测量的平均值及误差

1. 多次测量值的算术平均值

设在相同条件下对某物理量 x 进行了 n 次重复测量，共得到 n 个测量值，分别为 x_1，x_2，…，x_n，则其平均值 $\bar{x}$ 可表示为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1}$$

根据误差理论，多次测量值的算术平均值比各个测量值更接近真值。我们可以将多次测量值的算术平均值看作该物理量的最近真值。

2. 算术平均误差

算术平均值比较接近真值，但它仍非真值。它与真值之间的误差可以这样估算：

设各次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差为 $\Delta x_i(i=1,2,\cdots,n)$，即 $\Delta x_1=x_1-\bar{x}$，$\Delta x_2=x_2-\bar{x}$，…，$\Delta x_n=x_n-\bar{x}$，于是多次直接测量结果的偏差可用算术平均偏差来表示。其定义是：

$$\eta=\frac{1}{n}(|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+\cdots+|\Delta x_n|)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta x_i|=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-\bar{x}| \tag{2}$$

其中 η 为多次直接测量值的算术平均偏差。

算术平均偏差可用来表示一组多次测量的数据中各个数据之间的离散程度。如果各个数据之间差别较大，那么，其算术平均偏差 η 较大，说明测量不精密，偶然误差大。

按照高斯误差理论，测量列中任一测量值的误差 Δx_i 有 57.5% 的可能性落在 $\pm\eta$ 区间内，而平均值的误差 $\Delta\overline{x}$ 落在 $\pm\eta$ 区间内的可能性就更大了。因此，我们可以认为真值在 $\overline{x}-\eta$ 与 $\overline{x}+\eta$ 之间。

严格讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差，两者有区别。但由于真值是无法测到的，所以实际计算时常用偏差来代替误差。

3. 标准误差和极限误差

根据误差理论还可以得出更精确的偶然误差估算方法，这就是标准误差。所谓标准误差就是将各测量值的误差的平方和求平均后再开平方，所以又称为方和根误差，用 σ 表示。

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}{n}} \tag{3}$$

在有限次测量中，标准误差常用下式表示：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}{n-1}} \tag{4}$$

理论证明，测量列中任一测量值的误差落在 $\pm\sigma$ 区间内的可能性为 68.3%，落在 $\pm3\sigma$ 区间内的可能性为 99.7%。因此一般将 3σ 称为极限误差。在测量次数有限的情况下，如果某一测量值的误差超过 $\pm3\sigma$，可以认为该数据为误测，应予以剔除。

上述三种误差（算术平均偏差、标准误差和极限误差）都是用来描述偶然误差的。由于标准误差随测量次数 n 的变化小，具有一定的稳定性，且函数计算器都有计算标准误差的功能，所以许多科学论文和报告都用标准误差评价数据。标准误差 σ 和算术平均误差 η 的关系为 $\sigma=1.253\eta$。在物理实验中，误差既可用算术平均误差 η 表示，也可用标准误差 σ 表示。在最初阶段我们只要求计算算术平均误差，而极限误差 $\pm3\sigma$ 一般仅用在特殊的技术报告和数据的取舍中。

目前，国际上广泛使用的处理数据和表达测量结果的方法是测量的不确定度。我们将在稍后给予适当介绍。

（三）绝对误差和相对误差测量结果的表示

上述三种误差都是有单位的。它们的单位和测量值的单位相同，反映测量值偏离真值的范围，这种误差称为绝对误差。

评价不同测量结果的优劣，还要看所测量本身的大小。因此引入相对误差概念。

相对误差是绝对误差与最佳值（平均值、标准值等）的比值，没有单位，常用百分数表示。相对误差是用来比较不同测量对象可靠程度的指标。

对于两个测量结果，绝对误差大的，其相对误差不一定大；相对误差大的，其绝对误差也不一定大。一般地，我们认为相对误差小的测量结果更精确些。

在表示测量结果时，既要写出绝对误差，又要写出相对误差。因为两者从不同角度反映了测量的误差特性。一般地，测量的最后结果应表示为

对算术平均误差：　$x = (\bar{x} \pm \eta)$ 单位，　$E = \dfrac{\eta}{\bar{x}} \times 100\%$

对标准误差：　$x = (\bar{x} \pm \sigma)$ 单位，　$E = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$

其中：$\bar{x}$ 是单次测量值或多次测量的平均值，η 和 σ 分别是测量值的绝对误差，E 是相对误差。

例题：用毫米刻度尺测量某物体长度五次，得到的测量值分别是

$$x_1 = 3.41\ \text{cm},\ x_2 = 3.43\ \text{cm},\ x_3 = 3.45\ \text{cm},\ x_4 = 3.44\ \text{cm},$$
$$x_5 = 3.42\ \text{cm},$$

分别用算术平均误差和标准误差计算平均值、绝对误差和相对误差。

（1）计算测量值的平均值：

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(3.41 + 3.43 + 3.45 + 3.44 + 3.42) = 3.430\ \text{cm}$$

（2）计算算术平均误差：

各次测量值的偏差的绝对值：

$$|\Delta x_1| = |3.41 - 3.430| = 0.020\ \text{cm}$$
$$|\Delta x_2| = |3.43 - 3.430| = 0.000\ \text{cm}$$
$$|\Delta x_3| = |3.45 - 3.430| = 0.020\ \text{cm}$$
$$|\Delta x_4| = |3.44 - 3.430| = 0.010\ \text{cm}$$
$$|\Delta x_5| = |3.42 - 3.430| = 0.010\ \text{cm}$$

算术平均绝对误差：

$$\eta = \frac{1}{5}(0.020 + 0.000 + 0.020 + 0.010 + 0.010) = 0.012 \approx 0.02\ \text{cm}$$

相对误差：

$$E = \frac{0.02}{3.43} \times 100\% = 0.58\% \approx 0.6\%$$

（3）**计算标准误差：**

$$\sigma = \sqrt{\frac{0.020^2 + 0.000^2 + 0.020^2 + 0.010^2 + 0.010^2}{5-1}} = 0.016 \approx 0.02\ \text{cm}$$

相对误差：

$$E = \frac{0.02}{3.43} \times 100\% = 0.58\% \approx 0.6\%$$

必须指出，在计算误差时，还应考虑由于仪器最小分度不够精细所产生的仪器误差。所谓仪器误差，是指在正确使用仪器的条件下，测量所得结果与被测量的真值之间可能产生的最大误差。如果多次测量值相同或者相差很小，这并不表示误差很小甚至为零，而是仪器的精度不足以反映测量值的微小起伏。此时仪器误差对测量精确度起着决定作用。因此，在表示测量结果时，需将偶然误差与仪器误差比较，取大者为测量值的误差。在算术平均偏差系统里，通常将仪器误差 $\Delta_{仪}$ 定为仪器最小分度值的一半；在标准误差系统里通常将仪器误差 $\sigma_{仪}$ 定为

$$\sigma_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$$

对本例中的毫米刻度尺，$\Delta_{仪} = 0.05$ cm，$\sigma_{仪} = 0.03$ cm。故上述两种计算的最后结果分别应改为

算术平均误差结果： $x = (3.43 \pm 0.05)\text{cm}$，$E = \frac{0.05}{3.43} \times 100\% \approx 2\%$

标准误差结果： $x = (3.43 \pm 0.03)\text{cm}$，$E = \frac{0.03}{3.43} \times 100\% \approx 0.9\%$

两种计算方法算出的误差大小有所不同，实际表示真值落在误差界内的概率有所不同。