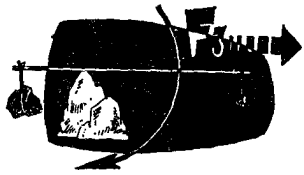
奇 妙 的 杠 杆



我和张明同学对物理课兴趣极浓，曾研究很多这方面的诡辩题，因而同学们就给我俩送了“一对诡辩家”的外号。

就说昨天下午吧，一放学，张明就象是得到了宝贝似的兴冲冲地跑来对我说：

“你看，奇妙的杠杆。”他扬了扬手中的纸头，仿佛他说的“奇妙的杠杆”就是他手中的纸头似的。

“什么了不起的杠杆，这么大惊小怪的？”

张明指着纸上说：

“这是一只普通的杠杆，如图 1 所示，它在力 F_1 和 F_2 的作用下，处于平衡状态。倘在杆的一端再加一沿杆方向的力 F_3，按照物体在外力和外力矩作用下达到平衡的条件，它不应破坏杠杆的平衡。但我却能证明加上 F_3 以后杠杆会转动。问题在哪里呢？”

张明证明它能转动的步骤倒很简单：

设 F_2 和 F_3 的合力为 R_1，R_1 的延长线与力 F_1 的延长线交于点 C；F_1 与 R_1 的

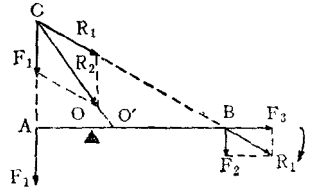


图 1.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

合力为 R_2，即 R_2 是 F_1、F_2 和 F_3 的等效力。

由图可见，R_2 对杠杆的支点 O 的力臂不等于零，因此杠杆将会沿顺时针方向转动。

本应平衡的杠杆转了起来，粗粗一看，这确实出奇了。但是多次破释诡辩的经验告诉我，这一定是哪里出了毛病，才得出这样荒谬的结论。于是我俩又重新审查了一遍上面的“证明”。唉呀，看起来简单的东西，要把其中“暗藏”的毛病挑出来还要动脑筋呢。

原来，毛病出在作图上，O' 点应与O重合。我们是这样证明的：

延长 R_1 一直到与 F_1 的延长线相交为止，在交点 C 处，仍用力 F_2 和 F_3 代替 R_1，如图 2所示。

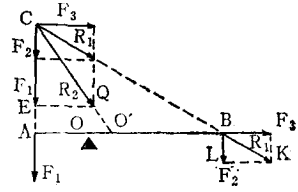


图 2

△ABC与△LKB 相似，因此对应边成比例。

$$\frac{AB}{AC}=\frac{LK}{LB}\text{或}\frac{AB}{AC}=\frac{F_3}{F_2} \qquad (1)$$

同理，由于△AO′C 与△EQC 相似

$$\frac{AO'}{AC}=\frac{EQ}{EC}\quad\text{或}\quad\frac{AO'}{AC}=\frac{F_3}{F_1+F_2} \qquad (2)$$

(1)(2)两式相除，得：

$$\frac{AB}{AO'}=\frac{F_1+F_2}{F_2}\text{或}\frac{AO'+O'B}{AO'}=\frac{F_1+F_2}{F_2} \qquad (3)$$

由(3)式得

$$1+\frac{O'B}{AO'}=1+\frac{F_1}{F_2}\qquad\text{所以}$$

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{AO'}{O'B} \qquad (4)$$

由(4)式可见，点 O′截分杆 AB 与 F_1、F_2成反比；但原来杠杆已经平衡，由杠杆原理知，点 O 截分杠杆 AB 与F_1、F_2成反比。因此可以断定点 O′应与点 O 重合，也就是说 R_2的延长线应通过 O 点，杠杆仍应保持平衡。

速度跟时间成正比吗



有一次哥哥检查完我的物理习题本后，建议和我讨论匀速直线运动中 s＝vt 这个公式。哥哥是大学物理系二年级的学生，教我物理当然不在话下。不过，他为什么不挑难一点的题目，却偏要挑这么简单的问题来和我讨论呢？老实说，匀速直线运动中，路程、速度和时间的关系我早就背得滚瓜烂熟了，有什么可讨论的？不过我见他那认真的样子，还是答应了。

“s＝vt这个公式里，v 是速度，t是时间，s是物体在 t 时间里所经过的路程。……”他一板一眼地说着，我心里想，这谁不知道呢？哥哥看我漫不经心的样子，停了一下，接着说：“如果概念不清，运用中照样会出错，甚至得出错误的结论。就拿 s＝vt 这个公式来说吧，路程 s等于速度 v 和时间 t 的乘积……”

“所以 s和 v 成正比，s也和 t 成正比。”没等哥哥说完我就抢着说。

“那就有下面两个式子罗！”说着他写下了（1)式和(2)式，并说：“好吧，我们就用这两个式子做做文章。”下面便是他的推理过程。

s与v、t成正比，即有：

$$S=k_1v \qquad (1)$$

$$S=k_2t \qquad (2)$$

两式中的 k_1、k_2 是两个比例系数。

(1)式和(2)式相乘得：

$$S^2=k_1k_2vt \qquad (3)$$

因为 $S=vt$

所以 $S=k_1k_2 \qquad (4)$

(4)式说明路程 S 等于比例系数 k_1k_2 的乘积。

又：用 k_3^2 表示 k_1、k_2 的乘积，则(3)式可写成：

$$S^2=k_3^2vt \qquad (5)$$

对(5)式两端取平方根得：

$$S=k_3\sqrt{vt}$$

(6)式说明路程 s 正比于速度 v 和时间 t 乘积的平方根。

但是，这还不是问题的全部，对（1)、(2)两式作另外的解释还可得到第三个更为奇怪的结论。

(1)式和(2)式相除得：

$$1=\frac{k_1v}{k_2t} \text{ 或 } v=\frac{k_2}{k_1}t$$

用 k_4 表示 k_2/k_1，得：

$$v=k_4t$$

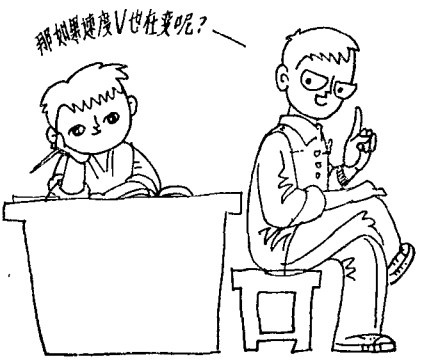
(7)式说明物体的运动速度正比于时间。

讲到这里，哥哥放下铅笔，问道：“(4)、　　)三式所表示的结论对不对？你能说说其中的奥妙吗？”我没有立

即回答哥哥的问题。这三个结论都是错误的，这我知道。但刚才他推导过程中的每一步似乎都没有错呀，怎么得出的结论是这样的荒谬呢？我思索了半晌，仍不得其解，只得请哥哥讲给我听，但哥哥一定要我自己动脑子再想想。

“难道路程跟时间成正比，不对吗？”我自言自语。

“那如果速度 v 也在变呢？”哥哥插了一句。



真是画龙点睛啊！经这一问我恍然大悟。

“只有在速度一定时，物体所经过的路程和时间才成正比；同样，只有在时间一定时，物体所经过的路程和速度才成正比，对吗？”

“对了，这是我们理解 $s=vt$ 这个公式的关键。”

在哥哥的启发下，我终于揭开了问题的实质：原来，在(1)式中被认为不变的量，在（2)式中则是变化的；同样，在(2)式中被认为不变的量，在（1)式中则是变化的。这样由(1)式和(2)式相乘所得的(6)式，以及由(1)式和(2)式相除所得的(7)式中，应允许 k_1、k_2 有同样变化的可能性。由此可见，k_1、k_2 不是常数。由 k_3 和 k_4 的定义可知：

$$k_3=\sqrt{k_1k_2}=\sqrt{\frac{s}{v}\cdot\frac{s}{t}}=\sqrt{\frac{vt}{v}\cdot\frac{vt}{t}}=\sqrt{vt}$$

和 $k_4=\frac{k_2}{k_1}=\frac{s/t}{s/v}=\frac{v}{t}$

需要全本请访问 www.ertongbook.com

将 k_3、k_4 的这些值分别代入(4)式、(6)式和(7)式，立即可得：

$$S=k_3^2=(\sqrt{vt})^2=vt \qquad (8)$$

$$S=k_3\sqrt{vt}=\sqrt{vt}\cdot\sqrt{vt}=vt \qquad (9)$$

$$V=k_4t=\frac{v}{t}\cdot t=v \qquad (10)$$

以上讨论不仅适用于匀速直线运动中路程公式，而且也可以用于与此相类似的关系式的分析。

例如，在求功的公式 $W=F\cdot S$ 中，也可以写成类似于(1)、(2)两式，

$$W=k_1F \text{ 和 } W=k_2S$$

同样可得：$W=k_3\sqrt{FS}$，(11)

式中 $k_3=\sqrt{k_1k_2}$

或 $F=k_4S$ (12)

式中 $k_4=\frac{k_2}{k_1}$

密度与什么有关



我们物理课外活动小组这次活动的内容是测定物质的密度。实验是由大家分头来做的。周玲和黄欣用天平分别测量黄铜球、铁块和砂子的质量，我和李敏则用量筒分别测量黄铜球、铁块和砂子的体积，然后两组交换，再测量一次，最后，根据公式

$$D=\frac{m}{v} \quad (1)$$

算出它们的密度：黄铜的密度是8.5克／厘米^3 铁的密度是7.8克／厘米^3，砂子的密度是1.5克／厘米^3。

未等到小组讨论，就听到他们议论起来。

周玲：“由公式$D=\frac{m}{v}$可以看出，物质的密度与其体积成反比。当物质的体积增加到原来的两倍时，其密度不是减小到原来密度的二分之一吗？”

李敏：“从刚才我们所测量的结果看，物质的密度是常量，怎么会随体积的增加而减小呢？”

周玲：“那物质的密度就与什么因素都没有关系了？”

李敏：“本来嘛，密度是物质的固有属性，还能与什么因素有关？只与物质的种类有关。”

周玲：“你说说看，由公式$D=\frac{m}{v}$，不是明摆着物质的密度与其体积成反比吗？”

李敏：

听着他俩的争论，我和黄欣也凑了过去，黄欣是赞成李敏意见的，但他说不上周玲的想法错在哪里，所以帮不上李敏的忙。我呢，想起了曾经和哥哥讨论过的$s=vt$的问题，觉得两个问题很相象，就向大家介绍了那次讨论的情况，于是争论又继续下去了。

黄欣：“这就是说，我们不能简单地认为密度与体积成反比。”

李敏：“对了，所谓物质的密度与其体积成反比是有条件的。准确地说应该是：当物体的质量一定时，其密度与体

积成反比。”

黄欣：“啊，当物体的体积增加到原来体积的两倍时，其质量也增加到原来的两倍，因此密度仍然不变，对吗？”

李敏：“对当然是对的，不过周玲的问题还没有解决啊，难道密度是绝对常数吗？”

我觉得这和 $s=vt$ 的问题又有点不一样了。

……



周玲拿过小黄铜球看着，似乎小黄铜球上面写好了答案一样，大家都在思索着。

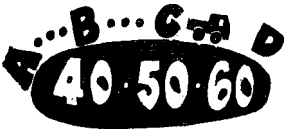
“当”地一声，小黄铜球从周玲手里落到地板上，它打破了暂时的沉静。

“有了，有了，”周玲高兴地叫了起来：“老师不是用这个小黄铜球演示过热胀冷缩的实验吗？铜球加热后体积变大了，质量没有变啊！”

“对！当温度一定时，固体物质的密度是常量。”

大家异口同声地说着，高兴地结束了讨论。

平均速度等于多少



老师布置了一道求平均速度的物理题：

汽车从A站出发，以40公里／小时的速度驶到B站。接着又以50公里／小时的速度从B站驶到C站，以60公里／小时的速度从C站驶到D站。假定A站到B站的路程、B站到C站的路程以及C站到D站的路程均相等，那么汽车在整个运动时间内的平均速度是多少？

李敏根据求平均速度的公式

$$\overline{V}=\frac{v_0+v_t}{2} \qquad (1)$$

来计算汽车的平均速度：$v_0=40$公里／小时，$v_t=60$公里／小时。

$$\overline{V}=\frac{v_0+v_t}{2}=\frac{40+60}{2}=50(\text{公里/小时})$$

黄欣认为汽车的平均速度应该这样来计算：

$$\overline{V}=\frac{40+50+60}{3}=50(\text{公里/小时})$$

他们的算法对不对呢？

先看李敏的算法。汽车从A站到D站的整个运动过程并不是匀变速直线运动过程，既然不是匀变速直线运动，那么用匀变速直线运动中求平均速度公式

$$\overline{V}=\frac{v_0+v_t}{2}$$

来计算汽车的平均速度，并得出 $\overline{V}=50$公里／小时,当然是错误的。

至于黄欣的算法，认为汽车的平均速度是：

$$\overline{V}=\frac{40+50+60}{3}=50(\text{公里/小时})$$

显然也是错误的。因为题目中既未告诉我们汽车在整个运动过程中的总路程，也未告诉我们汽车在整个运动过程中的总时间。而简单地用三个速度相加除以 3 所得到的50公里／小时是不能反映在整个运动过程中汽车的运动情况的。

在这种情形下，我们应该从平均速度的定义出发来计算汽车的平均速度。具体计算如下：

我们用 l 表示 AB两站之间的距离，且由题给的条件知 $AB=BC=CD=l$。令 $v_1=40$公里／小时，$v_2=50$公里／小时，$v_3=60$公里／小时。于是汽车从A站到 B站所需的时间为

$$t_1=\frac{l}{v_1} \tag{2}$$

从 B 站到 C 站所需的时间为

$$t_2=\frac{l}{v_2} \tag{3}$$

从 C 站到 D 站所需的时间为

$$t_3=\frac{l}{v_3} \tag{4}$$

这样汽车从 A站到 D 站总共所需时间为

$$t=t_1+t_2+t_3=\frac{l}{v_1}+\frac{l}{v_2}+\frac{l}{v_3} \tag{5}$$

因为平均速度为



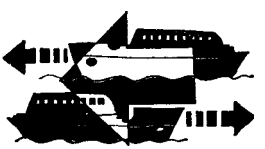
$$\overline{V}=\frac{3l}{t}=\frac{3l}{t_1+t_2+t_3}=\frac{3v_1v_2v_3}{v_2v_3+v_3v_1+v_1v_2} \qquad (6)$$

以 v_1、v_2 和 v_3 的数值代入上式，得汽车在从 A 站到 D 站的整个运动过程中的平均速度为

$$\overline{V}=\frac{3v_1v_2v_3}{v_2v_3+v_3v_1+v_1v_2}=\frac{3\times40\times50\times60}{50\times60+60\times40+40\times50}$$

$=48.65$(公里/小时)

所需的时间相等吗



暑假期间，我和弟弟一道乘大轮到芜湖舅舅家去的时候，是乘东方红10号轮，从安庆直驶芜湖，八个小时就到了。回来的时候，碰巧又遇上了东方红 10 号轮，但却行驶了十三个多小时。上水比下水慢五个多小时。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

这道理是很简单的，但弟弟非要我讲给他听不可。

“如果轮船速度为 v，江水流速为 c，那么下水时实际航速为 $v+c$，上水时实际航速为 $v-c$。航程相等，航速不等，所需的时间当然就不一样了……”我正说着，爸爸在一旁答上了：

“这题目有意思，不过，我倒要先考考你们 轮船从安庆到芜湖后，又立即从芜湖返回安庆，往返一次所需的总时间与它在同样航程的静水中往返一次所需的总时间是否相同呢？”

“这要计算计算吧！”我迟疑地说。

“我看不需要算了。刚才你不是说过下水时实际航速是 $v+c$，上水时实际航速是 $v-c$，一个加 c，一个减 c，增加的等于减少的。因此江水的流动不应影响从安庆到芜湖，又从芜湖返回安庆所需的总时间。”弟弟说。

“也就是说，这种往返航行一次与它在同样航程的静水中往返航行一次所需的总时间相等，是不是的呢？”爸爸接着又问。

“是的！”弟弟肯定地回答。

弟弟的分析似乎有些道理，但不亲自动手算算还是不放心。爸爸支持我们先计算一下再作结论。因为这个问题本身并不复杂，我们一会儿就算出来了。不过，计算的结果说明弟弟的分析和结论是错误的。

设安庆和芜湖之间的航程是 l，那么轮船从安庆到芜湖所需的时间是 $\frac{l}{v+c}$，从芜湖返回安庆所需的时间是 $\frac{l}{v-c}$，而轮船在安庆和芜湖之间往返一次的总时间是：

$$t_1=\frac{l}{v+c}+\frac{l}{v-c}=\frac{2lv}{v^2-c^2} \qquad (1)$$

轮船在同样航程的静水中往返航行一次所需的总时间是：

$$t_2=\frac{2l}{v} \qquad (2)$$

两式相除得：

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{v^2}{v^2-c^2} \qquad (3)$$

上式的分母总是小于分子，因此有：

$$t_1>t_2 \qquad (c\neq 0)$$

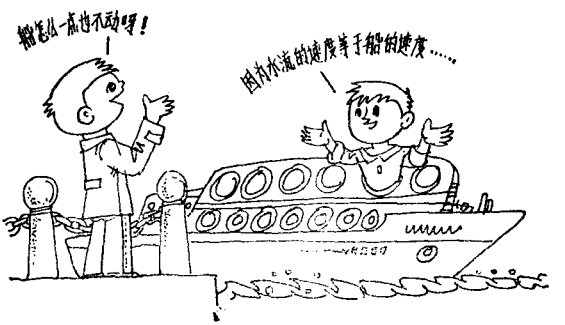
这就是说，只要其他条件相同，那么轮船在流水中往返航行一次所需的总时间总归要比在航程相同的静水中往返航行一次所需的总时间长些。而且水流速度c 越大，二者的差值也就越大。

例如：若 $l=200$公里，$v=20$公里／小时，$c=5$ 公里／小时，则：

$$t_1=\frac{2lv}{v^2-c^2}\doteq 21.3\text{小时}$$

$$t_2=\frac{2l}{v}=20\text{小时}$$

如果水流速度等于轮船的速度（$c=v$），那末 t_1 与 t_2 的比



值等于无穷大。这意味着当轮船顺水而下到达芜湖后，是无论如何也不能返回安庆，而只能停留在芜湖水面。如果水流的速度大于轮船的速度（c＞v），那么在芜湖水面向上游开动的轮船就会被水流带到芜湖的下游去。

怎样求小船的运动速度



在一本参考书上，有这样一道思考题：

站在岸上不动的人，以速度 V 把拴在船头上的绳子拉紧，使小船靠岸。倘速度 V 如图 3 所示进行分解，则得船的速度 V_A：

$$V_A = V\cos\alpha \qquad (1)$$

由上式可以得出结论：若船越靠近岸边，则角度 α 越大，船的速度 V_A 也就越小。但实验证明事实正好相反，在船靠近岸边时，它的速度增大。

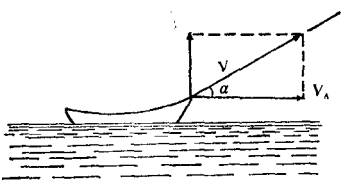


图3。

试问，上述“理论”和实际情形不一致的原因在哪里呢？

实践是检验真理的唯一标准。既然实验已经证明了由如图 3 所得出的船速 $V_A = v\cos\alpha$ 与事实不符，那肯定如图 3 的分解是错误的。但错在哪里？正确方法又是怎样呢？一个矢量不是可以在任意方向进行分解吗？正当我苦于得不出结果的时候，小妹偏来打扰。她拉着她心爱的小鸭子玩具“嘎！嘎！嘎！”地来了，要和我一起玩，真烦人。我刚要发火，忽然想到，这小鸭子有三只轮子，用绳子拉着在地板上跑。不是和站在岸上用绳子拉小船的情形一样吗？我连忙要过小妹拉鸭子的绳头，和小妹一起玩起来。我站着不动，让小妹把鸭子拿到几米远处，就尽量保持一定的速度收绳子，只见小鸭扑打着翅膀朝我跑来，而且还越跑越快呢！一连几次，都是这样。我收绳子的速度大小是一定的，但方向在变化，小鸭子的速度方向是一定的，大小在变化。哪一个速度是合速度呢？拿小船的情形来说吧，如果按图 3 的分解，绳子的牵引速度 V 是合速度，而船速是分速度之一，那么，另一个分速度就和船速垂直。这样一来，船就沿着拉绳方向运动，跑上岸了，这显然与实际情况不相符合，难怪如图 3 的分解方法是错误的。正确的理解应该是绳子的牵引速度 V 仅是使船沿水平方向以合速度 V_A 运动的一个分速度。这时 V_A 的第二个分速度的方向应该是怎样的呢？因为沿绳子方向的牵引速度 V 大小是不变的，所以 V_A 的第二个分速度的方向必须这样选取，使得它的速度不影响牵引速度 V 的大小，也就是说，V_A 的第二个分速度只能保持与绳子的牵引速度 V 的方向垂直。

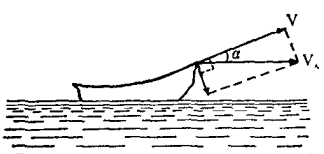


图4.

由此可见，在本题中，

速度平行四边形应该是矩形，在此矩形中，合速度的方向应是水平的（即船的运动速度 V_A），两个分速度的方向在船逐渐靠岸的过程中一直保持垂直，其中之一就是沿绳子的牵引速度 V_0。如图 4 所示。这时

$$V_A = \frac{V}{\cos\alpha} \qquad (2)$$

从上式可知，当船逐渐地靠近岸边时，角 α 逐渐增大，船的速度 V_A 也就逐渐增大，这就和实际情况一致了。

通过这个思考题的解答，我认识到虽然每一个矢量可以沿任意方向分解，但不是任何分解都具有物理意义，图 3 中的分解就失去了物理意义，因为合运动不是沿绳子方向，而是沿水平方向的。

一斤棉花一斤铁哪个重



今天，上小学一年级的小妹把一九八〇年第十一期的《小朋友》带了回来。我顺手翻了一下，末页上的“想一想”引起了我的兴趣：“一斤棉花一斤铁，你说哪个重？”我拿这话问小妹。

“铁！”小妹不加思索地回答。

“哈哈，我就知道你会说错，你再好好想一想。”

“一斤棉花一斤铁哪个重？”小妹眨眨眼睛想了一会说：“一样重，都是一斤。”

“嗯，这就对了。”

在一旁听着我们对话的爸爸接口说：“一斤棉花一斤铁到底哪个重？你也要好好想一想。”

“难道不是一样重吗？”

“不对，一斤棉花比一斤铁重！”

这是什么道理呢？爸爸叫我用刚学到的浮力方面的知识来解释。

我认真地想了想，终于明白了。

地面上所有的物体都是沉浸在空气里的。根据阿基米德原理，它们都受着空气浮力的作用。这浮力的大小等于被物体所排开的空气的重量。我们日常生活中所说的物体的重量是指在空气中所称得的重量（数据），而它们的真正重量应该是在空气中所称得的重量（数据），再加上它所受到的空气浮力（即加上它所排开的空气的重量）。在空气中称得的一斤棉花的真正重量应该是一斤加上跟一斤棉花同体积的空气的重量；在空气中称得的一斤铁的真正重量应该是一斤加上跟一斤铁同体积的空气的重量。因为一斤棉花的体积远较一斤铁的体积为大，所以棉花所受的向上的浮力比铁所受的向上的浮力大。可见一斤棉花的真正重量比一斤铁的真正重量大。



需要全本请访问 www.ertongbook.com